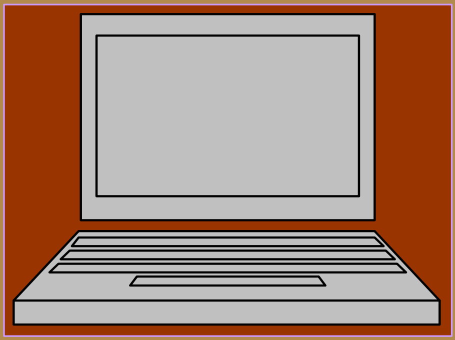
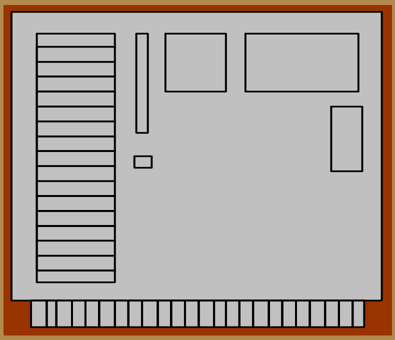
Latvijas Lauksaimniecības universitāte
Tehniskā fakultāte
Lauksaimniecības enerģētikas institūts

Andris Šnīders

AUTOMĀTISKĀS VADĪBAS PAMATI





Jelgava 2008

Latvijas Lauksaimniecības universitāte
Tehniskā fakultāte
Lauksaimniecības enerģētikas institūts

Andris Šnīders

AUTOMĀTISKĀS VADĪBAS PAMATI

Mācību līdzeklis automātikas pamatos

Jelgava 2008

Mācību līdzeklis sagatavots un izdots ESF projekta „Inženierzinātņu studiju satura modernizācija Latvijas Lauksaimniecības universitātē" ietvaros, projektu līdzfinansē Eiropas Savienība.

Šnīders A. Automātiskās vadības pamati: Mācību līdzeklis automātikas pamatos. – Jelgava: LLU, 2008. – 159 lpp.

Mācību līdzeklis sagatavots atbilstoši LLU lauksaimniecības enerģētikas, datorzinātnes-datorvadības un kokapstrādes tehnoloģijas studiju programmu bakalaura studiju priekšmetu „Automātikas pamati", Automātiskās vadības pamati" un „Automatizācijas pamati" programmām. To varēs izmantot kā palīglīdzekli arī citu LLU bakalaura studiju inženiertehnisko specialitāšu studenti tehnoloģisko procesu automatizācijas priekšmetu apguvei, kā arī lauksaimniecības enerģētikas un informācijas tehnoloģiju specialitāšu maģistranti praktisko darbu izstrādei priekšmetos „Automātisko sistēmu modelēšana" un „Ražošanas datorvadības sistēmas 1. daļa. Tehnoloģisko procesu vadības sistēmas".

Recenzenti:

Rīgas Tehniskās universitātes profesors Dr.habil.sc.ing. Jānis Greivulis

LEEA valdes loceklis, energofirmas „Jauda" prezidents Jānis Šimins

ISBN 978-9984-784-41-0

SATURS

Ievads

Tehnoloģisko iekārtu un procesu automatizācija ir mūsdienu ražošanas objektīva nepieciešamība. Lai ieviestu un efektīvi izmantotu ražošanas procesu automātiskās vadības tehnoloģijas, katram inženierim jāapgūst vispārīgi priekšstati par tām. Šādus priekšstatus dod automātikas pamatu studēšana.

Mācību līdzeklis sastādīts atbilstoši LLU lauksaimniecības enerģētikas, datorzinātnes - datorvadības un kokapstrādes tehnoloģijas specialitāšu bakalaura studiju programmām priekšmetos „Automātikas pamati" un „Automatizācijas pamati". Tajā apskatīti lineāro (linearizēto) automātiskās vadības sistēmu (AVS) teorētiskie pamati, kā arī statisko un dinamisko procesu modelēšana Windows vidē.

Frekvenču raksturlīknes apskatītas tikai saistībā ar AVS stabilitātes un darbības kvalitātes analīzi. AVS sintēzes metodes ir tikai pieminētas, jo tās nav iekļautas LLU bakalaura studiju priekšmetu programmās.

Pirmajā nodaļā apskatīti automātikas un ražošanas procesu automatizācijas pamatjēdzieni, automātiskās vadības principi, dota AVS un to komponentu klasifikācija un automatizācijas ekonomiskais novērtējums.

Otrā nodaļa veltīta AVS un to komponentu statisko un dinamisko raksturojumu analīzei, apskatīta operatoru metode AVS dinamisko procesu pētīšanai, dota AVS dinamikas vienādojumu sastādīšanas metodika un piemēri.

Trešajā nodaļā apskatīti AVS raksturīgie posmi, to algoritmi un pārejas procesu analīzes piemēri, izmantojot uz algoritmiskajām blokshēmām balstīto Matlab apakšprogrammu „Simulink", kas paredzēta dinamisko procesu modelēšanai.

Ceturtā nodaļa veltīta automātiskās vadības algoritmu analīzei, apskatīti automātisko regulatoru izvēles un to parametru iestatīšanas kritēriji statiskiem vadības objektiem ar transportkavējumu, doti pārejas procesu modelēšanas piemēri.

Piektā nodaļa veltīta AVS stabilitātes un darbības kvalitātes analīzei. Apskatīti algebriskie un frekvenču stabilitātes kritēriji un kvalitātes rādītāji, doti frekvenču raksturlīkņu aprēķina piemēri, izmantojot Matlab.

Autors izsaka pateicību RTU EEF Industriālās elektronikas un elektrotehnikas institūta profesoram Jānim Greivulim par vērtīgiem padomiem un ierosinājumiem, kas deva iespēju uzlabot mācību līdzekļa kvalitāti.

1. Automātiskās vadības pamatprincipi

1.1. Automātikas vispārīgi jēdzieni un definīcijas

Termins **automātika** cēlies no sengrieķu vārda *automatos* – paškustošs. Ar to jau sirmā senatnē apzīmēja tehniskas ierīces, kas izpilda tām uzdotās kustības bez cilvēka tiešas līdzdalības.

Pirmo automātu aprakstus atstājis pazīstamais sengrieķu mehāniķis Aleksandrijas Herons (m.ē. l. gs.). Savā grāmatā "Pneimatika" viņš apraksta vairākas automātikas ierīces, kuras lietoja antīkajā pasaulē, piemēram, tempļa durvju atvēršanas automātu.

Līdz ar smalkmehānikas attīstību 16. gadsimtā parādās pirmie cilvēkveidīgie automāti-mehāniskie roboti (androīdi), kurus darbināja pulksteņa mehānisms. Visaugstākās virsotnes šajā jomā sasniedza Šveices pulksteņmeistari. Pēc mehāniskā robota kustību sarežģītības un dabiskuma sprieda par smalkmehāniķa meistarību. Tikai pēc šāda robota izgatavošanas varēja saņemt pulksteņmeistara diplomu. Kaut arī šīm izstrādnēm savā laikā nebija praktiskā pielietojuma, tomēr pulksteņmeistaru radītie smalkmehānismi vēlāk tika izmantoti mehāniskajās stellēs un veicināja strauju aušanas manufaktūru attīstību.

Par pirmajiem rūpnieciskajiem automātiem (18. gs.) uzskata Polzunova izgudroto pludiņa tipa statisko regulatoru ūdens līmeņa automātiskai regulēšanai tvaika mašīnas katlā un Džeimsa Vata centrbēdzes regulatoru, kas bija paredzēts tvaika mašīnas ātruma stabilizācijai.

Kā zinātnes un tehniskas nozare automātika noformējās 20. gadsimta 30-tajos gados, kad tika izstrādāta automātikas materiālā bāze, tās terminoloģija un lineāro sistēmu teorija. Automātikas iekārtu un teorijas pilnveidošana īpaši aktualizējās pēc otrā pasaules kara sakarā ar strauju raķešu tehnikas, reaktīvās aviācijas un rūpniecības attīstību. Tiek izstrādāta nelineāro sistēmu, optimālo sistēmu un kibernētisko sistēmu teorija.

Mūsdienās automātika ir plaši izvērsta un attīstīta zinātnes un tehnikas nozare, kas sastāv no divām daļām:

- automātikas tehniskajiem līdzekļiem;
- automātiskās vadības teorijas.

Pirmajā daļā tiek apskatīti automātikas elementi un ierīces, to uzbūve, darbības principi, tehniskais raksturojums un projektēšana.

Automātiskās vadības teorija ir zinātne par automātiskās vadības sistēmu (AVS) izveidošanas principiem un tajās notiekošo procesu likumsakarībām. Šīs zinātnes galvenie uzdevumi ir sekojoši:

- pētīt AVS un to komponenšu statiskās un dinamiskās īpašības;
- izmantojot dinamisko procesu matemātiskās un imitāciju modelēšanas metodes, izveidot optimālas vai tuvas optimālām (kvazioptimālas) AVS atbilstoši uzdotajiem to darbības kvalitātes kritērijiem.

Rezumējot iepriekš teikto, automātiku var definēt kā zinātnes un tehnikas nozari, kas aptver automātiskās vadības sistēmu teoriju, praksi un izveidošanas principus.

Automātikai, tāpat kā jebkurai zinātnes nozarei, ir savi jēdzieni un termini, kas atspoguļo tajā uzkrātās zināšanas. Apskatīsim dažus ar tehnoloģisko procesu automatizāciju saistītus pamatterminus. Pie tādiem pieder šādi jēdzieni: automātiskā vadība, automātiskās vadības objekts (AVO) jeb vienkārši vadības objekts (VO), automātiskās vadības iekārta (AVI), izpildiekārta (II), automātiskās vadības sistēma (AVS), mērīšanas pārveidotājs, sensors, vadības algoritms, iedarbe, perturbācija.

Par tehnoloģiskā procesa **automātisko vadību** sauc kāda fizikāla lieluma (ātruma, temperatūras, līmeņa, spiediena u.c.) izmaiņu pēc noteikta likuma tehnoloģiskajos objektos (darbgaldos, ūdensapgādes objektos, enerģijas ražošanas un izmantošanas objektos, transporta mašīnās un mehānismos u.c.), kuru veic ar automātiski vadāmām iekārtām bez tiešas cilvēka līdzdalības.

Šaurākā nozīmē automātiskai vadībai atbilst termins **automātiskā regulēšana**, kuru lieto, ja tiek automātiski stabilizēts kāds tehnoloģiskais parametrs, piemēram, temperatūra produktu žāvēšanas kamerā.

Tehnoloģiskajās iekārtās, kuras izmanto enerģētikā, rūpniecībā, lauksaimniecībā, komunālajā saimniecībā vai transportā, parasti tiek automātiski regulēti, kontrolēti vai koriģēti visu šo iekārtu sastāvdaļu parametri vai darba režīmi. Tātad tiek vadīts viss to darbības process, ko precīzāk un aptverošāk definē termins **automātiskā vadība**. Tādēļ turpmāk galvenokārt lietosim šo paplašinātas nozīmes terminu.

Automātisko vadību realizē ar **automātiskās vadības iekārtu,** kas vada **izpildiekārtu,** kura iedarbojoties uz **vadības objektu**, nodrošina tajā nepieciešamo darba režīmu un fizikālos parametrus.

Priekšrakstu kopumu, pēc kuriem notiek vadības iedarbes formēšana uz vadības objektu, sauc par **vadības likumu jeb algoritmu.** Matemātiski vadības likumu nosaka AVI vienādojums. Tas var būt algebrisks vienādojums, diferenciālvienādojums vai integro-diferenciālvienādojums.

Par **vadības objektu** sauc tehnoloģisku iekārtu (zāģmašīna, siltumnīca, apsildes katls, koģenerācijas iekārta u.c.), kuras darba režīms un parametri tiek uzturēti ar speciāli organizētām **regulējošām iedarbēm.**

Uz katru reālu vadības objektu darbojas **traucējumi** jeb **perturbācijas**, kas tieši vai netieši ietekmē izejas lielumus. Tā, piemēram, ūdens līmeni rezervuārā ietekmē mainīgā perturbācija - patēriņš, kas iepriekš nav zināms un var mainīties plašās robežās. Gatera elektrodzinēja slodzes strāvu iespaido vairākas perturbācijas, piemēram, mainīgais stumbra diametrs, koksnes blīvums, mitrums un zarainība.

Vadīt objektu nozīmē izstrādāt vadības iedarbi ar tādu aprēķinu, lai vadāmais lielums mainītos pēc uzdotā likuma ar noteiktu kvalitāti neatkarīgi no perturbācijām.

Lai vadītu objektu, nepieciešama informācija par tā stāvokli, notiekošajiem procesiem un izejas parametriem. Lai iegūtu un pārvadītu šo informāciju uz automātiskās vadības iekārtu, izmanto jutīgas ierīces, ko sauc par mērīšanas pārveidotājiem.

Mērīšanas pārveidotāji izmēra stabilizējamos tehnoloģiskos parametrus un pārveido tos tāda veida signālos vai parametros (parasti elektriskos), kurus spēj identificēt un apstrādāt automātiskās vadības iekārta.

Loģiskajās programmvadības sistēmās (programmvadības darbgaldi, robottehniskie kompleksi) izmanto jutīgas ierīces, kas kontrolē kādas loģiskās vadības komandas izpildi vai vadības parametra atbilstību uzdotajiem nosacījumiem un nodrošina informatīvu saiti starp automātiskās vadības iekārtu un vadības objektiem. Šādas ierīces parasti sauc par **sensoriem**.

Mērīšanas pārveidotāji un sensori faktiski ir automātiskās vadības iekārtas sastāvdaļa, jo bez tās šī iekārta nevar veikt savas funkcijas. Taču, lai pilnīgāk izprastu AVS struktūru un darbību, funkcionālajās shēmās šīs ierīces parasti parāda atsevišķi.

Ņemot vērā iepriekš teikto, noformulēsim AVS jēdzienu. Par **automātiskās vadības sistēmu** sauc **vadības objekta** , **automātiskās vadības iekārtas** un **izpildiekārtas** kopumu, kas iedarbojas viens uz otru atbilstoši uzdotajam vadības likumam jeb algoritmam.

1.2. Vienkārši un komplicēti automātiskās vadības objekti

Automātiskās vadības objekti ir ļoti daudzveidīgi. Taču tos var sagrupēt pēc dažām kopīgām pazīmēm. Vadības objektus, kuru izejas parametri ir atkarīgi tikai no apriori (iepriekš) uzdotām ieejas iedarbēm, sauc par **determinētiem objektiem**. Piemēram, gaisa temperatūra nelielā žāvēšanas kamerā , kura atrodas apsildāmā telpā, ir atkarīga tikai no elektriskā sildītāja siltuma plūsmas. Uz šādu objektu ar labu siltuma izolāciju un stabilu apkārtējās vides temperatūru darbojas iepriekš zināmas (determinētas) perturbācijas, piemēram, siltuma noplūde caur termostata sienām, kuras iedarbi var iepriekš paredzēt un precīzi aprēķināt. Šādu objektu vadība parasti nesagādā problēmas.

Daudz sarežģītāk ir vadīt objektus ar nenoteikti mainīgām perturbācijām. Objektus, kuru parametrus un darbību ievērojami ietekmē neprognozējamas nejaušas perturbācijas, sauc par **stohastiskiem objektiem**.

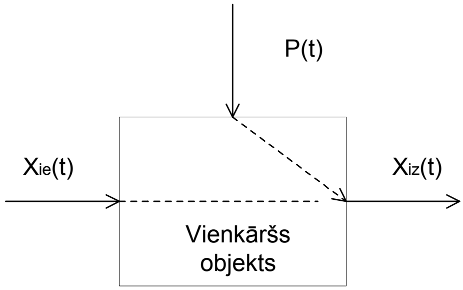
Kā piemēru var minēt siltumnīcas mikroklimata automātiskās stabilizācijas sistēmu vai kombaina gaitas vadības sistēmu. Uz lauksaimniecības objektiem galvenokārt iedarbojas nejaušas perturbācijas, kuras iepriekš grūti paredzēt. Tāpēc šādu objektu optimālu vadīšanu nevar nodrošināt ar vienkāršām, tradicionālām vadības metodēm.

Vadības objektus var klasificēt arī pēc to sarežģītības. Vadības objektus ar vienu mainīgu ieejas iedarbi $X_{ie}(t)$, kura tieši iedarbojas uz vienu vadāmo izejas parametru $X_{iz}(t)$, sauc par **vienkāršiem objektiem** (1.1. att.).

Objekta ieejas un izejas lielumus sauc arī par koordinātām. Tātad vienkāršu objektu raksturo ieejas koordināta un izejas koordināta. Bez tam uz to darbojas ārējās iedarbes – perturbācijas P(t) (apkārtējās vides faktori un slodze), kas izsauc neplānotas izejas koordinātas izmaiņas.

Pastāv divu veidu perturbācijas:

- tiešās perturbācijas, kuras tieši izsauc vadības objekta izejas lieluma izmaiņu;
- parametriskās perturbācijas, kuras pakāpeniski maina paša objekta parametrus.



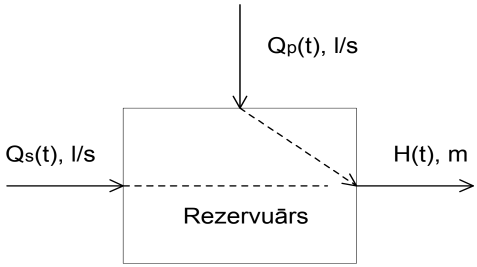
1.1. att. **Vienkārša vadības objekta funkcionālā shēma**

Piemēram, ēkas kā mikroklimata regulēšanas objekta tiešās perturbācijas ir ārgaisa temperatūra un mitrums, saules radiācija, vēja ātrums un virziens, cilvēku skaits un to pārvietošanās. Parametriskā perturbācija ir ēkas ārsienu siltumtehnisko parametru pakāpeniska izmaiņa ilgstošas ekspluatācijas laikā, piemēram, siltuma pretestības samazināšanās.

Vienkāršs vadības objekts, piemēram, ir rezervuārs, kurā tiek automātiski uzturēts noteikts ūdens līmenis. Rezervuāra ieejas iedarbe ir sūkņa ražīgums $Q_s(t)$, bet izejas parametrs - ūdens līmenis rezervuārā H(t) (1.2. att.). Uz rezervuāru kā vadības objektu darbojas viena tiešā perturbācija – ūdens patēriņš $Q_p(t)$, kas izraisa neplānotas izejas parametra H(t) izmaiņas.

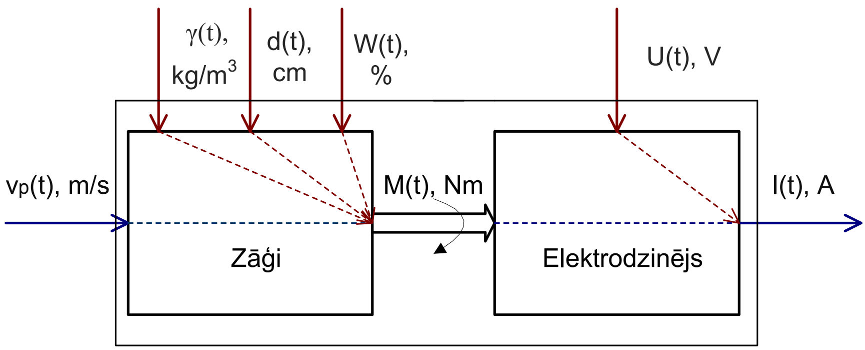
Vienkāršs objekts strukturāli var būt arī samērā komplicēts un sastāvēt no vairākām komponentēm. Kā piemēru apskatīsim dēļu gatera zāģēšanas agregātu (1.3. att.), kas sastāv no zāģu bloka, pārvada un trīsfāzu asinhronā elektrodzinēja.

Kā regulējošo iedarbi uz zāģēšanas agregātu izvēlamies stumbra padeves ātrumu uz zāģiem $v_p(t)$. Izejas stabilizējamais lielums ir zāģu piedziņas elektrodzinēja strāva I(t). Starplielumu – momentu uz elektrodzinēja vārpstas M(t) parasti nekontrolē. Līdz ar to dēļu gatera zāģēšanas agregātu var apskatīt kā vienkāršu objektu ar vienu ieejas koordināti un vienu izejas koordināti. Taču ,atšķirībā no ūdens līmeņa regulēšanas rezervuāra, uz zāģēšanas agregātu darbojas vairākas stohastiskas perturbācijas, kas sarežģī šī objekta vadīšanu.



1.2. att. **Ūdens līmeņa regulēšanas rezervuārs**

Momentu uz elektrodzinēja vārpstas tieši iespaido tādas būtiskas perturbācijas, kā koksnes blīvums $\gamma(t)$, stumbra diametrs d(t) un koksnes mitrums W(t). Savukārt elektrodzinēja strāvu I(t) iespaido iespējamās barošanas sprieguma U(t) svārstības un slodzes moments M(t). Visas apskatītās perturbācijas iespaido objekta izejas koordināti I(t).



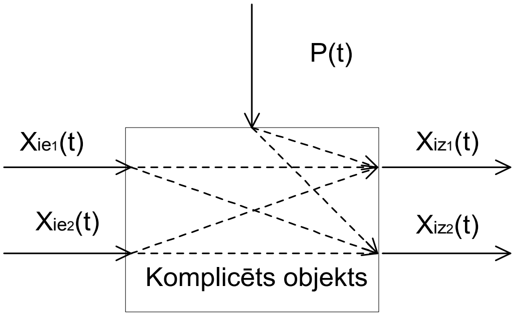
1.3. att. **Dēļu gatera zāģēšanas agregāts**

Šāda objekta, ar vairākām būtiskām perturbācijām, kvalitatīvu vadību var nodrošināt, izmantojot augstāka līmeņa vadības algoritmu salīdzinājumā ar ūdens līmeņa regulēšanu rezervuārā, uz kuru darbojas tikai viena perturbācija.

Vadības objekti ar divām vai vairākām ieejas iedarbēm $X_{ie1}(t)$, $X_{ie2}(t)$, ... un diviem vai vairākiem regulējamiem izejas lielumiem $X_{iz1}(t)$, $X_{iz2}(t)$, ... pieskaitāmi pie **komplicētiem objektiem** (1.4. att.), kuru vadību apgrūtina tas, ka starp ieejas iedarbēm un izejas lielumiem veidojas krusteniskas saites.

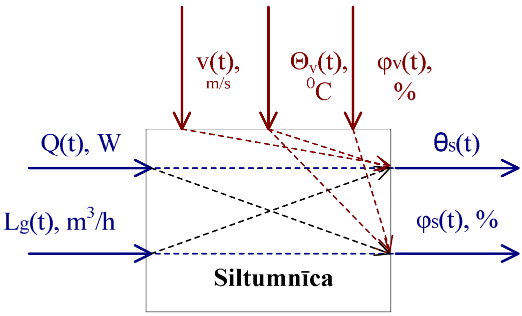
Arī perturbācijas iespaido abus komplicētā objekta izejas parametrus. To parāda daudzfaktoru sakarības $X_{iz1}= f(X_{ie1}, X_{ie2}, P)$ un $X_{iz2}=f(X_{ie1}, X_{ie2}, P)$. Tātad jebkura iedarbe izmaina visus izejas parametrus.

Kā komplicēta objekta piemēru apskatīsim siltumnīcu (1.5. att.). Vienkāršotajā siltumnīcas funkcionālajā shēmā parādītas divas ieejas iedarbes – pievadītā siltuma plūsma Q(t) un gaisa apmaiņas daudzums $L_g(t)$ un divi kontrolējamie izejas lielumi – siltumnīcas gaisa temperatūra $\theta_s(t)$ un relatīvais mitrums $\varphi_s(t)$. Kā redzams, katrai objekta ieejas iedarbei ir saites ar abiem izejas lielumiem. Līdz ar to notiek abu šo parametru saistītā regulēšana, kas būtiski pasliktina procesa kvalitāti. Lai to novērstu, jāveido sarežģīta vadības iekārta ar kompensējošām saitēm starp abām regulējošajām iedarbēm. Jāņem vērā, ka uz objektu darbojas vairākas nejaušas perturbācijas, kas izmaina vienu vai abus izejas parametrus, piemēram, vēja ātrums v(t), ārējās vides temperatūra $\theta_v(t)$, ārējās vides relatīvais mitrums $\varphi_v(t)$ u.c.



1.4. att. **Komplicēts objekts ar divām ieejas un divām izejas koordinātām**

Perturbāciju sarežģītā iedarbe, kā arī iekšējās krusteniskās saites starp vadības objekta ieejām un izejām uzstāda augstas prasības vadības iekārtai. Šāda komplicēta objekta kvalitatīva vadība realizējama ar adaptīviem regulējošiem daudzkanālu kontrolleriem.



1.5. att. **Siltumnīcas kā komplicēta objekta funkcionālā shēma**

1.3. Automātiskās vadības principi un sistēmas

Viens no automātiskās vadības sistēmu izveidošanas uzdevumiem ir informācijas pārvadīšana, kas nepieciešama vadības mērķa sasniegšanai. Neskatoties uz tehnoloģisko procesu daudzveidību, to automātikās vadības sistēmu izveidošana pamatojas uz vairākiem kopējiem principiem. Kā galvenos no tiem var minēt:

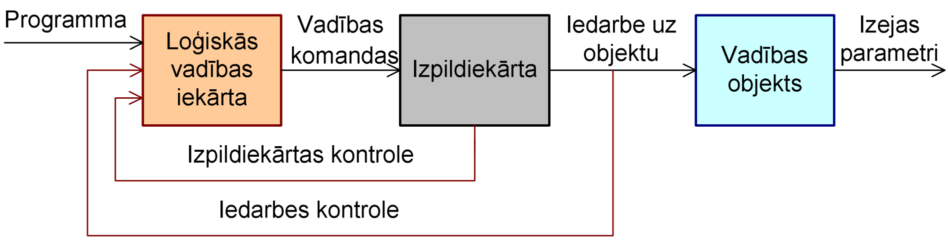
- programmvadības principu;
- perturbāciju kompensācijas principu;
- novirzes jeb atgriezeniskās saites principu;
- kombinētas –invariantās vadības principu;
- adaptācijas principu.

Automātiskās vadības princips nosaka kā, un uz kādu informāciju balstoties, tiek formēta regulējošā iedarbe uz objektu.

1.3.1. Programmvadības princips

Par **programmvadību** sauc tādu automātiskās vadības principu, kad vadības iedarbe uz tehnoloģisko objektu tiek formēta kā laika funkcija pēc iepriekš uzdotas, noteiktas programmas. Programmvadību realizē ar loģiskās vadības iekārtu (1.6. att.), kura formē vadības komandas izpildiekārtai atbilstoši iepriekš ievadītai darba programmai. Savukārt izpildiekārta iedarbojas uz vadības objektu ar mērķi nodrošināt nepieciešamo darba režīmu un izejas parametrus. Vienkāršākajā gadījumā programmvadībai var izmantot vienkanāla vai daudzkanālu laika relejus. Mūsdienās šim nolūkam plaši izmanto programmējamos loģiskos kontrollerus.

Programmvadības sistēma nekoriģē savu darbību pēc darba rezultāta, proti, tā nekontrolē objekta izejas parametrus. Šādu sistēmu sauc par vaļēju sistēmai, jo tai nav galvenās atgriezeniskās saites no izejas uz ieeju. Taču, lai programmmvadības sistēma droši darbotos, nepieciešama katra programmas soļa izpildes kontrolē. Šim nolūkam izmanto iekšējās atgriezeniskās saites, kas kontrolē atsevišķu sistēmas iekārtu darbību un ieprogrammēto operāciju izpildi (1.6. att.). Rodoties atteicei kādā no sistēmas komponentēm, tās darbība tiek automātiski bloķēta līdz kļūmes novēršanai.



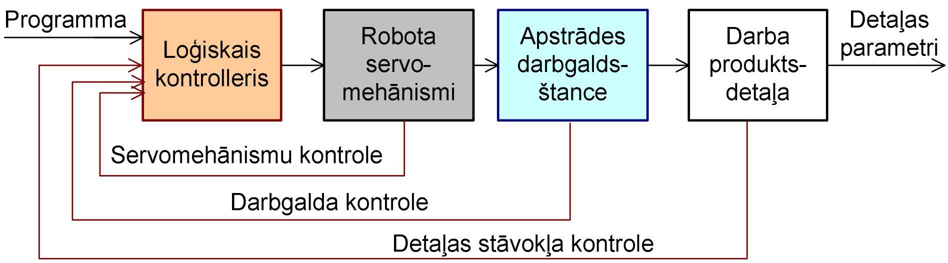
1.6. att. **Programmvadības sistēmas funkcionālā shēma**

Lauksaimniecībā programmvadības principu izmanto objektos ar stingri noteiktiem darba režīmiem un konstantām perturbācijām, kā arī gadījumos, ja nav augstas prasības attiecībā uz tehnoloģisko parametru stabilizācijas precizitāti, piemēram, mākslīgā apgaismojuma automātiskai ieslēgšanai un izslēgšanai putnu kūtīs un siltumnīcās, akumulācijas tipa elektrisko ūdenssildītāju ieslēgšanai elektriskā tīklā atslodzes stundās, ganību laistīšanas iekārtu periodiskai ieslēgšanai un izslēgšanai atbilstoši iestatītai darba programmai.

Kā piemēru apskatīsim ganību laistīšanas automatizāciju, izmantojot programmvadības principu. Laistīšanas programmvadības sistēma sastāv no trim galvenajiem funkcionālajiem blokiem: programmvadības iekārtas, sūkņa ar elektrodzinēja piedziņu kā izpildiekārtas un laistāmās platības kā vadības objekta. Laistīšanas programmu iestata operators, pamatojoties uz savu profesionālo pieredzi, laika apstākļu novērtēšanu un augsnes mitruma mērījumiem. Atbilstoši ievadītajai programmai, programmvadības iekārta periodiski ieslēdz un izslēdz sūkņa iekārtu atbilstoši ieprogrammētajam darba laikam t_d un pauzes laikam t_p ar darbības cikla periodu $T = t_d+t_p$. Darba un pauzes laiku attiecību izvēlas tā, lai sūkņa vidējais ražīgums perioda laikā nodrošinātu nepieciešamo augsnes mitrumu. Taču jāņem vērā, ka to iespaido vairākas stohastiski mainīgas perturbācijas (gaisa temperatūra un relatīvais mitrums, atmosfēras nokrišņi, saules radiācija, u.c.), uz kurām programvadības iekārta nereaģē, jo tā nekontrolē savas darbības rezultātu, proti, reālo augsnes mitrumu. Līdz ar to objekta izejas parametra stabilizācijas precizitāte nav augsta, kas ir šīs programmvadības sistēmas galvenais trūkums.

Rūpniecībā programmvadības principu plaši izmanto darbgaldu un rūpniecības robotu automātiskai vadībai. Pēc šī principa darbojas neadaptīvie pirmās paaudzes rūpniecības roboti ar noteiktu (determinētu) manipulatora kustības trajektoriju.

Kā piemēru apskatīsim metālapstrādes robottehniskā kompleksa vadības sistēmu (1.7. att.). Tā sastāv no programmējama loģiskā kontrollera, robota manipulatora, sagatavju satvērēja, padeves iekārtas servomehānismiem un sagatavju apstrādes darbgalda – štances kā vadības objekta. Darba produkts ir izgatavotā detaļa ar noteiktiem parametriem. Sistēma kopumā realizē loģiskajā kontrollerī ieprogrammētās operācijas. Lai paaugstinātu robottehniskā kompleksa programmvadības sistēmas darbības drošumu un precizitāti, izmanto iekšējās atgriezeniskās saites, kas kontrolē programmas soļu secīgu un precīzu izpildi, kā arī robota servomehānismu, apstrādes darbgalda un darba produkta kustības koordinātas.



1.7. att. **Metālapstrādes robottehniskā kompleksa programmvadība**

1.3.2. Perturbāciju kompensācijas princips

Vadības principu pēc perturbācijām jeb perturbāciju kompensācijas principu realizē tā, ka vadības iedarbe uz objektu tiek izstrādāta, pamatojoties uz perturbāciju mērīšanas rezultātiem. Parasti uz vadības objektu darbojas vairākas perturbācijas. Lai realizētu visu perturbāciju kompensāciju, jāveido sarežģīta vadības sistēma, kas neattaisnojas nedz tehnoloģiski, nedz ekonomiski. Tādēļ parasti izvēlas vienu galveno perturbāciju, kura visbūtiskāk iespaido objekta darbību. Sistēmas, kas izveidotas pēc šī principa, ir vaļējas, t.i., tām nav galvenās atgriezeniskās saites. Vadības objekta izejas parametri tieši netiek kontrolēti. To stabilizācija notiek netieši, vadoties pēc perturbāciju iespaida uz tiem. Tā kā parasti tiek kompensēta tikai viena galvenā perturbācija, tad šāda sistēma nevar pretendēt uz augstu precizitāti, jo pārējās perturbācijas netiek ņemtas vērā.

Perturbāciju kompensācijas sistēmas galvenā priekšrocība ir ātrdarbība, jo tā reaģē uz cēloni(perturbāciju), kas tuvākajā nākotnē izraisīs objekta izejas parametra izmaiņu, un savlaicīgi kompensē šī cēloņa iespaidu uz vadības objektu.

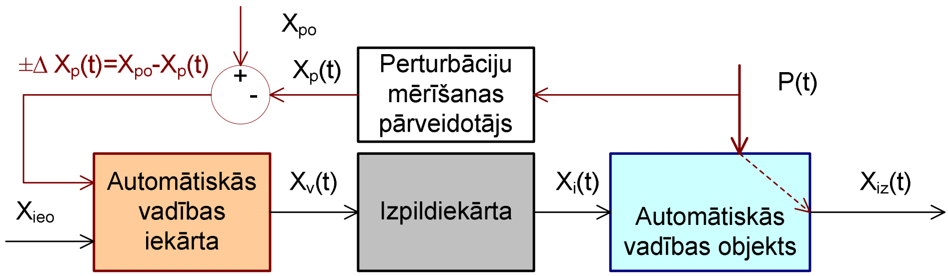
Apskatīto principu var raksturot sekojoši:

- galvenā priekšrocība ir kompensācijas ķēžu lielā ātrdarbība, jo sistēma reaģē nevis uz sekām, bet uz cēloni, kas izraisa novirzes objektā;
- galvenais trūkums ir selektivitāte, jo parasti tiek kompensēta tikai viena perturbācija, bet ne visas.

Sistēma, kas darbojas pēc perturbāciju kompensācijas principa, sastāv no perturbācijas mērīšanas pārveidotāja, automātiskās vadības iekārtas, izpildiekārtas un automātiskās vadības objekta (1.8. att.).

Uz vadības objektu darbojas perturbācija P(t), kas tieši izmaina regulējamo lielumu $X_{iz}(t)$. Perturbāciju izmēra ar jutīgu mērīšanas pārveidotāju, kurš to pārveido proporcionālā elektriskā signālā $X_p(t)$.

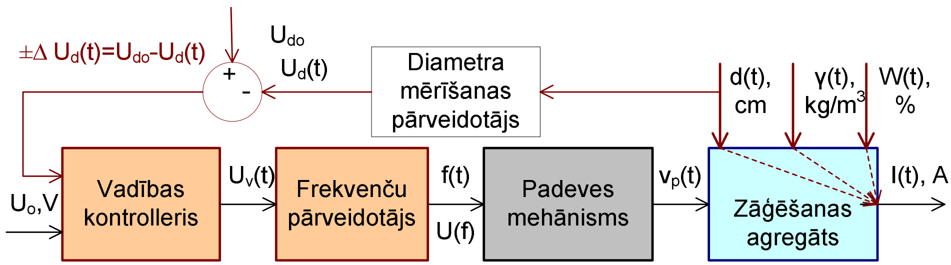
Diferenciālā shēma salīdzina $X_p(t)$ ar uzdoto lielumu X_{po}, kurš proporcionāls uzdotajam perturbācijas lielumam P_o, un formē izlāgojuma signālu $\Delta X_p(t) = X_{po} - X_p(t)$, kas koriģē automātiskās vadības iekārtas ieejas signālu $X_{ie}(t) = X_{ieo} \pm \Delta X_p(t)$.



1.8. att. **Perturbācijas kompensācijas sistēmas funkcionālā shēma**

Automātiskās vadības iekārta formē vadības komandu izpildiekārtai, kura savukārt rada regulējošo iedarbi uz vadības objektu ar mērķi nodrošināt nemainīgu izejas parametru $X_{iz}(t)$ neatkarīgi no perturbācijas P(t) izmaiņas.

Kā perturbāciju kompensācijas piemēru apskatīsim padeves ātruma automātisku korekciju dēļu zāģēšanas gaterī atkarībā no baļķa diametra izmaiņas (1.9. att.).



1.9. att. **Zāģēšanas agregāta elektrodzinēja strāvas I(t) automātiska stabilizācija ar baļķa diametra d(t) iespaida kompensāciju**

Zāģēšanas agregāta vadības sistēma sastāv no baļķa diametra mērīšanas pārveidotāja, vadības kontrollera, frekvenču pārveidotāja, padeves mehānisma ar padeves valčiem un mazas jaudas (3 – 5 kW) trīsfāžu asinhrono elektrodzinēju un zāģēšanas agregāta kā vadības objekta ar zāģu bloku un lielas jaudas (50 – 100 kW) trīsfāžu asinhrono elektrodzinēju. Elektrodzinēja strāvu I(t) iespaido ne tikai mainīgais baļķa diametrs d(t), bet arī vairākas citas perturbācijas, kā, piemēram, koksnes zarainība, blīvums $\gamma(t)$ un mitrums W(t), kuras netiek kompensētas. Līdz ar to sistēma nenodrošina augstu strāvas I(t) stabilizācijas precizitāti. Taču tā ir pietiekama no praktiskā viedokļa, jo tiek automātiski kompensēta galvenā perturbācija d(t), kura visbūtiskāk iespaido vadības objekta izejas parametru I(t).

Perturbāciju d(t) izmēra ar elektromehānisko vai fotoelektronisko mērīšanas pārveidotāju, kurš to pārveido proporcionālā elektriskā spriegumā $U_d(t)$. Diferenciālā shēma salīdzina mainīgo spriegumu $U_d(t)$ ar uzdoto atbalsta spriegumu U_{do}, kurš proporcionāls uzdotajam baļķa diametram d_o, un formē izlāgojuma spriegumu $\Delta U_d(t) = U_{do} - U_d(t)$, kas automātiski koriģē vadības kontrollera ieejas spriegumu $U_{ie}(t) = U_o \pm \Delta U_p(t)$.

Vadības kontrolleris formē vadības spriegumu $U_v(t)$ frekvenču pārveidotājam. Frekvenču pārveidotāja izejā formējas trīsfāzu maiņspriegums kura lielums $U_f(t)$ un frekvence f(t) ir tieši proporcionāli spriegumam $U_v(t)$. Tā kā padeves mehānisma elektrodzinēja vārpstas rotācijas ātrums mainās tieši proporcionāli barošanas sprieguma frekvencei f(t) , tad tāpat mainās arī baļķa padeves ātrums $v_p(t)$ uz zāģiem. Savukārt $v_p(t)$, kā regulējošā iedarbe uz vadības objekta – zāģēšanas agregāta elektrodzinēju, nodrošina tā strāvas I(t) stabilizāciju mainoties baļķa diametram d(t).

1.3.3. Atgriezeniskās saites princips

Ja regulējošā iedarbe $X_r(t)$ uz vadības objektu tiek izstrādāta pamatojoties uz informāciju par regulējamā lieluma $X_{iz}(t)$ novirzi no uzdotās vērtības, tad saka, ka sistēma darbojas pēc novirzes, jeb atgriezeniskās saites principa.

Atgriezenisko saiti realizē ar jutīgo elementu - mērīšanas pārveidotāju, kurš izmēra regulējamo parametru, piemēram, temperatūru, pārveido to elektriskā signālā $X_{as}(t)$, kas proporcionāls sistēmas izejas lielumam $X_{iz}(t)$ un padod uz diferenciālo shēmu. Tā salīdzina atgriezeniskās saites signālu $X_{as}(t)$ ar sistēmas ieejas signālu X_{ieo} un formē novirzes signālu $\Delta X(t)=X_{ieo} - X_{as}(t)$.

Automātiskās vadības iekārta savukārt formē vadības signālu $X_v(t)$ izpildiekārtai, kas izmaina regulējošo iedarbi uz vadības objektu tā, ka izejas parametrs tiek uzturēts uzdotajā līmenī neatkarīgi no perturbāciju izmaiņas (1.10. att.).

Redzam, ka vadības sistēma ar atgriezenisko saiti veido noslēgtu informācijas pārvades kontūru, kas dod iespēju nepārtraukti kontrolēt vadības objektā notiekošos procesus un formēt atbilstošas regulējošās iedarbes. Tāpēc sistēmas ar atgriezenisko saiti sauc par slēgtām sistēmām, kurās informācijas pārvade no sistēmas izejas uz tās ieeju notiek caur galveno atgriezenisko saiti. Atgriezeniskā saite var būt negatīva vai pozitīva atkarībā no novirzes jeb kļūdas signāla formēšanas veida.

Ja novirzes signāls $\Delta X(t)$ formējas kā sistēmas ieejas signāla un atgriezeniskās saites signāla starpība ($\Delta X(t) = X_{ieo} - X_{as}(t)$), sistēmai ir negatīva atgriezeniska saite. Visās tehnoloģisko parametru (temperatūras, spiediena, līmeņa, ātruma u.c.) automātiskās stabilizācijas sistēmās lieto tikai negatīvu atgriezenisko saiti, jo tā likvidē stabilizējamā parametra novirzi no uzdotā lieluma un paaugstina sistēmas darbības stabilitāti un precizitāti.

Ja novirzes signāls $\Delta X(t)$ formējas kā sistēmas ieejas signāla un atgriezeniskās saites signāla summa ($\Delta X(t) = X_{ieo} + X_{as}(t)$), tad sistēmai ir pozitīva atgriezeniska saite. Pozitīva atgriezeniskā saite paaugstina sistēmas jutību un padara to nestabilu, jo kontrolējamā parametra novirzi no uzdotā lieluma nevis samazina, bet vēl pastiprina. Tāpēc pozitīvu atgriezenisko saiti galvenokārt izmanto nestabilās (svārstīgās) sistēmās, piemēram, impulsu ģeneratoros. Automātiskās stabilizācijas sistēmās pozitīvu atgriezenisko saiti izmanto tikai kā negalveno (vietējo) saiti, ar kuru aptver atsevišķus sistēmas blokus, lai paaugstinātu to jutību.

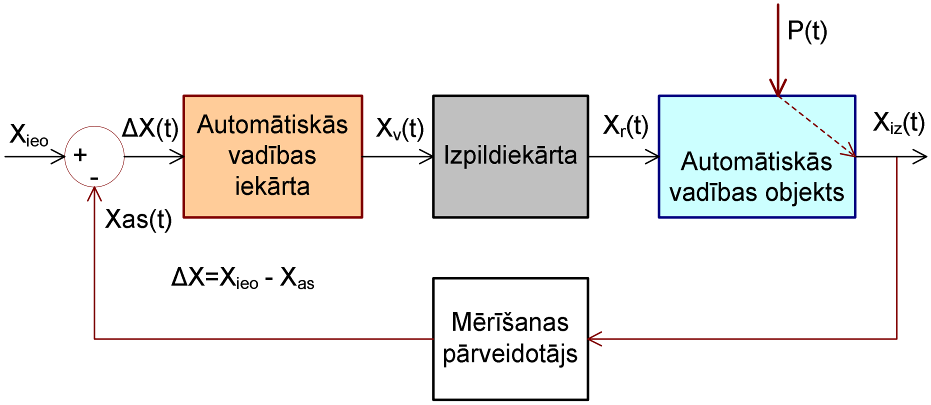
Pēc funkcionēšanas algoritma rakstura slēgtas vadības sistēmas ar negatīvu atgriezenisko saiti iedala:

- automātiskās stabilizācijas sistēmās;
- programmētas darbības automātiskās stabilizācijas sistēmās;
- sekošanas jeb kopēšanas sistēmās.

Automātiskās stabilizācijas sistēmas paredzētas attiecīgā tehnoloģiskā parametra (temperatūras, mitruma, līmeņa, spiediena u.c.) uzturēšanai noteiktā līmenī ar uzdoto precizitāti (X_{izo} = const).

Programmētas darbības automātiskās stabilizācijas sistēmās uzdotais tehnoloģiskais parametrs X_{iz} tiek automātiski mainīts pēc noteiktas programmas (X_{iz} =f(P)), piemēram, žāvēšanas aģenta uzdotās temperatūras automātiska pārstatīšana zāģmateriālu žāvētavā atkarībā no procesa ilguma.

Sekošanas (kopēšanas) sistēmās izejas koordināta X_{iz} atkārto ieejas koordinātas X_{ie} izmaiņu, kas ir iepriekš nezināma laikā mainīga funkcija (X_{ie}= f(t); X_{iz}= f(X_{ie})).



1.

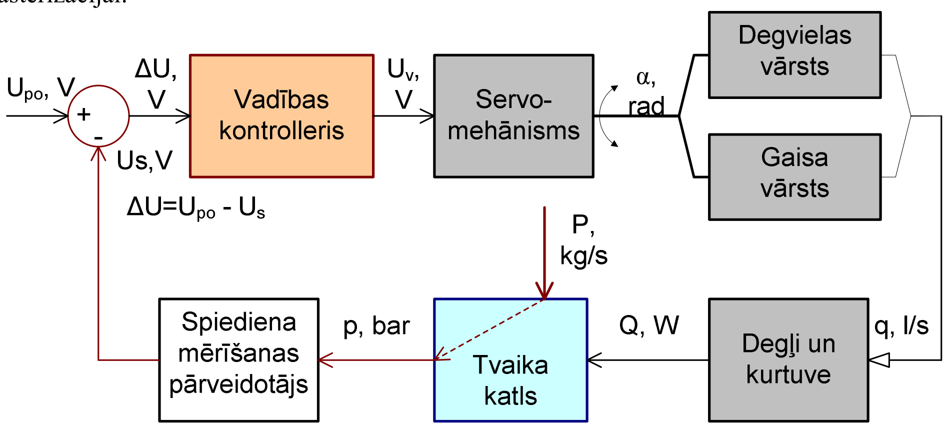
10. att. **Slēgtas sistēmas ar atgriezenisko saiti funkcionālā shēma**

Kā piemēru var minēt transporta un celšanas mehānismu ar hidraulisko manipulatoru sekošanas sistēmu, ar kuras palīdzību manipulatora kinemātiskie locekļi kopē un atkārto vadības roktura stāvokli un kustību.

Atgriezeniskās saites principu var raksturot sekojoši:

- galvenā priekšrocība ir izejas parametra stabilizācijas precizitāte, jo sistēma kompensē visu perturbāciju iespaidu uz vadības objektu;
- galvenais trūkums ir reakcijas inerce, jo sistēma ar atgriezenisko saiti reaģē uz sekām (izmaiņām vadības objektā) nevis uz cēloni (perturbācijām), kas tās izraisījis.

Kā piemēru apskatīsim automātiskās vadības sistēmu ar atgriezenisko saiti tvaika spiediena automātiskai stabilizācijai tvaika katlā (1.11. att.). Pieņemsim, ka tvaika katls ir vienkāršs vadības objekts ar vienu regulējošo iedarbi – siltuma plūsmu Q, kas tiek padota no kurtuves, vienu izejas stabilizējamo parametru – tvaika spiedienu p un mainīgo tvaika patēriņu P, kā slodzi, kas tieši iespaido tvaika spiedienu un darbojas kā perturbācija. Tvaika katliem, kurus izmanto pārtikas ražošanas uzņēmumos ir nevienmērīga (stohastiska) slodze, ko rada mainīgais tvaika patēriņš karstā ūdens ieguvei, kā arī produktu sterilizācijai un pasterizācijai.



1.11. att. **Tvaika katla automātiskās vadības sistēma ar atgriezenisko saiti**

Mainoties tvaika patēriņam, izmainās tvaika spiediens tvaika katlā. Lai kompensētu šīs perturbācijas iespaidu uz vadības objektu, automātiskās vadības sistēma maina siltuma plūsmu Q. Piemēram, pazeminoties tvaika spiedienam p , tiek automātiski palielināta siltuma plūsma Q tā, lai tvaika spiedienu paceltu uzdotajā līmenī. Taču tas notiek tikai pēc spiediena novirzes no uzdotā lieluma, jo sistēma tieši nereaģē uz tvaika patēriņa izmaiņu.

Atgriezenisko saiti realizē spiediena mērīšanas pārveidotājs, kurš izmēra regulējamo parametru – tvaika spiedienu p un pārveido to proporcionālā elektriskā spriegumā U_s. Diferenciālā shēma salīdzina atgriezeniskās saites spriegumu U_s ar atbalsta spriegumu U_{po} un formē novirzes signālu $\Delta U = U_{po} - U_s$, kurš tiek padots uz kontrollera ieeju.

Vadības kontrolleris formē vadības spriegumu U_v, kas tiek padots uz sistēmas izpildiekārtu. Tā sastāv no servomehānisma ar elektrodzinēju un reduktoru, gaisa un degvielas vārstiem degmaisījuma iegūšanai, degļiem un kurtuves degmaisījuma sadedzināšanai un siltuma plūsmas Q iegūšanai.

Palielinoties tvaika patēriņam, samazinās tvaika spiediens un vadības kontrolleris iedarbina servomehānismu. Tā izejas vārpsta pagriežas par leņķi $\Delta\alpha$, atveras degvielas un gaisa vārsti un palielina degmaisījuma q padevi uz degļiem. Līdz ar to palielinās siltuma plūsma Q uz tvaika katlu un tvaika spiediens p paaugstinās līdz uzdotajam lielumam.

1.3.4. Kombinētās - invariantās vadības princips

Automātiskās vadības sistēmas ar ātru apsteidzošu reakciju un augstu precizitāti izveido pēc kombinētās vadības principa, kas apvieno sevī vadības principus pēc novirzes un perturbāciju kompensācijas. Šādās sistēmās bez noslēgta kontūra ar negatīvu atgriezenisko saiti ir vienas vai vairāku galveno perturbāciju kompensācijas ķēdes. Vienkāršības labad parasti kompensē vienu galveno perturbāciju, bet pārējo mazāk svarīgo perturbāciju iespaidu uz vadības objekta izejas lielumu novērš atgriezeniskās saites kontūrs.

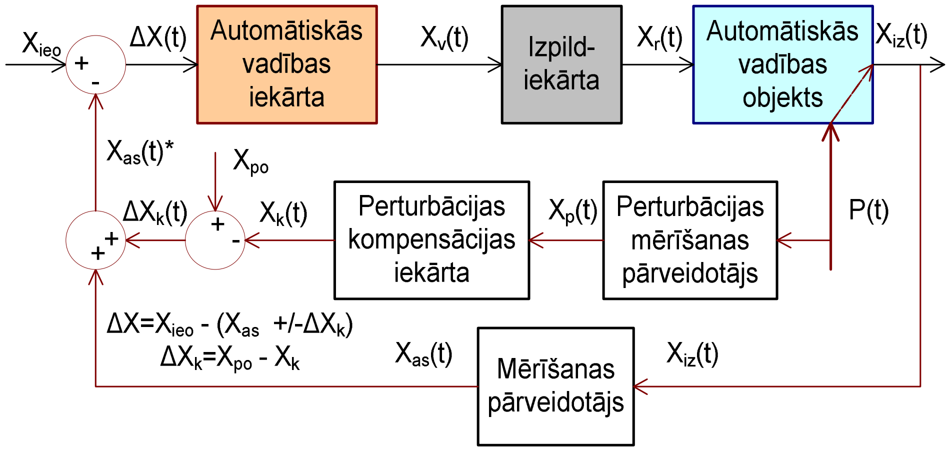
Regulējošā iedarbe uz vadības objektu tiek formēta kā funkcija no regulējamā lieluma $X_{iz}(t)$ novirzes no uzdotā lieluma X_{izo} un perturbācijas P (t) novirzes no aprēķinātā vai normētā lieluma P_0.

Kombinēto vadību parasti realizē izmantojot invariances principu, kuru definē dažādi atkarībā no tā pielietošanas uzdevuma un kompensējamās iedarbes veida. Turpmāk apskatīsim šī principa pielietojumu attiecībā uz ārējo perturbāciju, resp., apkārtējās vides faktoru un slodzes iespaida uz vadības objektu kompensāciju. Tādā gadījumā invariances principu varam definēt sekojoši. Ja automātiskās vadības sistēmas darbības laikā mainīgā perturbācija P(t) neizraisa vadības objekta izejas parametra X_{iz} pārregulējumu, resp., novirzi no stacionārā lieluma X_{izo}, tad sistēma realizē invariances principu.

Praksē invariances principu pilnībā nav iespējams realizēt vairāku iemeslu dēļ. Pirmkārt, perturbācijas kompensācijas iekārtas parametriem jābūt ideāli saskaņotiem ar vadības objekta parametriem. Tas iespējams tikai pie nosacījuma, ka vadības objekts ir stacionārs, proti, ar konstantiem parametriem. Reālie tehnoloģiskie objekti lielāko tiesu ir nestacionāri ar mainīgu jutību un inerci, kas atkarīga no regulējošās iedarbes un perturbācijām.

Lai realizētos invariances princips, perturbācijas kompensācijas iekārtas parametriem jāpieskaņojas mainīgajiem vadības objekta parametriem. Tas iespējams tikai tad, ja vadības sistēma ir adaptīva. Otrkārt, kā jau minēts iepriekš, kompensēta parasti tiek tikai viena galvenā perturbācija, neņemot vērā pārējās mazsvarīgākās. Līdz ar to invariances principa ideālu izpildi var attiecināt tikai uz stacionāriem objektiem ar vienu perturbāciju. Šādi objekti praksē sastopami reti. Reāliem tehnoloģiskiem vadības objektiem invariances principa izpilde iespējama tikai daļēji. Ar svešvārdu to sauc par kvaziinvarianci. Taču arī kvaziinvariantā vadība daudzos gadījumos ļauj būtiski uzlabot vadības sistēmas precizitāti un darbības stabilitāti, kā arī samazināt enerģijas patēriņu.

Kombinēto invarianto vadību var realizēt tā, ka perturbācijas kompensācijas signālu padod uz sistēmas ieeju (1.12. att.). Perturbāciju P(t) izmēra ar mērīšanas pārveidotāju un pārvērš proporcionālā elektriskā signālā $X_p(t)$, kuru apstrādā perturbācijas kompensācijas iekārta.



1.12. att. **Kombinētās – invariantās vadības sistēma ar atgriezeniskās saites signāla apsteidzošu korekciju pēc perturbācijas**

Tās izejas signālu $X_k(t)$ padod uz diferenciālo shēmu, kas formē novirzes signālu $\Delta X_k(t) = X_{p_o} - X_k(t)$, kur X_{p_o} proporcionāls uzdotajam perturbācijas lielumam P_o.

Kompensācijas signāls $\Delta X_k(t)$ koriģē atgriezeniskās saites signālu $X_{as}(t)^* = X_{as}(t) \pm \Delta X_k(t)$ un līdz ar to izmaina arī automātiskās vadības iekārtas ieejas signālu ΔX(t). Tā rezultātā tiek aktivizēta izpildiekārta, kas izmaina regulējošo iedarbi $X_r(t)$, tā lai savlaicīgi kompensētu perturbācijas P(t) iespaidu uz vadības objektu. Tātad perturbācijas kompensācijas ķēde apsteidzoši koriģē regulējošo iedarbi uz vadības objektu ar mērķi novērst vai ievērojami samazināt izejas lieluma $X_{iz}(t)$ izmaiņu perturbācijas iespaidā.

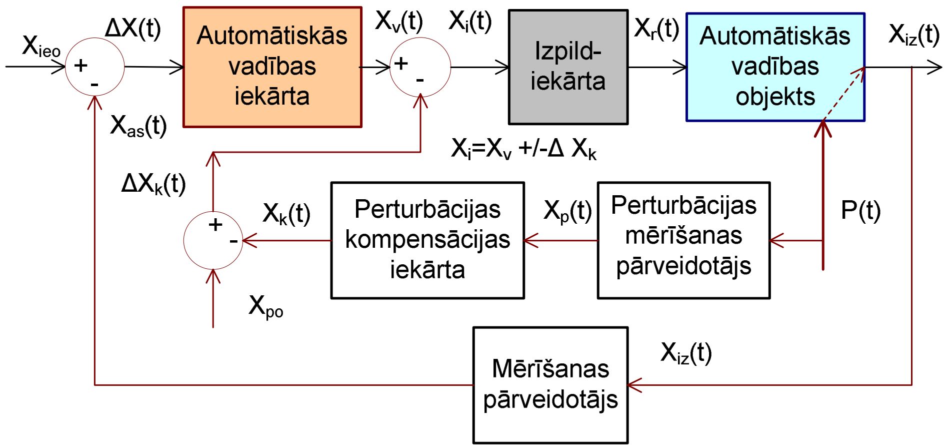
Tā kā perturbācijas kompensācijas ķēde aptver automātiskās vadības iekārtu, izpildiekārtu un automātiskās vadības objektu, tad, lai realizētos invariances princips, perturbāciju kompensācijas iekārtas algoritmam un tā parametriem precīzi jāatbilst iepriekš minēto iekārtu algoritmiem un to parametriem.

Ja izmanto regulējamu izpildiekārtu ar autonomu vadības bloku, piemēram, izpildmehānisma (sūkņa, kompresora, droseļvārsta) elektrisko piedziņu ar frekvenču pārveidotāju, tad perturbācijas kompensācijas ķēdes apsteidzošās iedarbes signālu $\Delta X_k(t)$ var padot tieši uz izpildiekārtu (1.13. att.) apejot automātiskās vadības iekārtu. Tas vienkāršo perturbācijas kompensācijas iekārtas algoritmu un paaugstina tās ātrdarbību un precizitāti, jo īpaši nestacionāriem vadības objektiem. Vienkāršojas arī adaptācijas pielietošana, proti, kompensācijas ķēdes parametru automātiska pieskaņošana mainīgiem vadības objekta parametriem.

Kombinētās - invariantās vadības sistēmu var raksturot sekojoši:

- galvenā priekšrocība ir augsta ātrdarbība, precizitāte un stabilitāte;
- galvenais trūkums ir kompensācijas ķēdes parametru ciešā korelācija ar vadības objekta parametriem, kas rada problēmas nestacionāru objektu gadījumos.

Kombinētās - invariantās vadības principu var efektīvi izmantot kokapstrādes darbgaldu, zāģmateriālu žāvētavu, elektroenerģētisko un siltuma enerģētisko iekārtu, notekūdeņu aerācijas iekārtu un citu tehnoloģisko objektu automatizācijā.



1.13. att. **Kombinētās – invariantās vadības sistēma ar izpildiekārtas ieejas signāla apsteidzošu korekciju pēc perturbācijas**

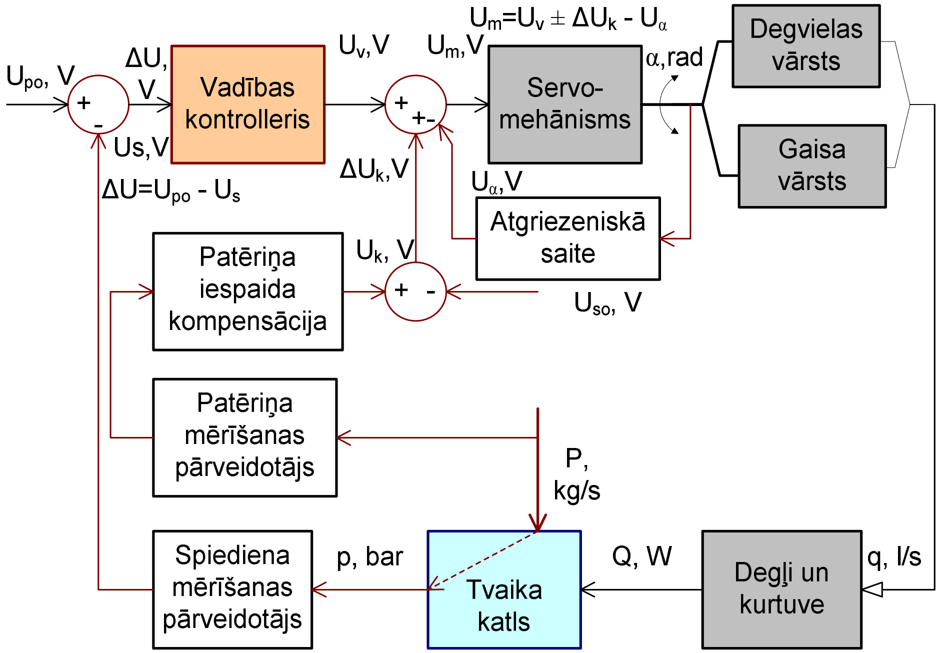
Kā praktiskas realizācijas piemēru apskatīsim tvaika katla kombinētās – invariantās vadības sistēmu ar tvaika patēriņa kā slodzes iespaida uz spiedienu tvaika katlā apsteidzošu kompensāciju (1.14. att.).

Tradicionālā vadības sistēma ar atgriezenisko saiti (1.11. att.) papildināta ar perturbācijas P kompensācijas ķēdi un sastāv no tvaika patēriņa mērīšanas pārveidotāja un šī patēriņa iespaida kompensācijas iekārtas, kas formē apsteidzošu korekcijas signālu (spriegumu ΔU_k) servomehānisma ieejā. Lai šo korekciju realizētu, jāizmanto regulējams servomehānisms (asinhronais elektrodzinējs ar frekvenču pārveidotāju, līdzstrāvas elektrodzinējs ar sprieguma regulatoru, soļa elektrodzinējs ar impulsu modulācijas iekārtu) ar atgriezenisko saiti pēc izejas vārpstas pagrieziena leņķa α.

Ja tvaika patēriņš atbilst nominālajam lielumam P_0, servomehānisms nedarbojas ($U_m = U_v - U_\alpha = 0$). Ja patēriņš palielinās ($P > P_o$), servomehānisma ieejā rodas spriegums $\Delta U_k = U_k - U_{so} > 0$ un iedarbina servomehānismu, kurš palielina degmaisījuma padevi q uz kurtuves degļiem un līdz ar to palielina siltuma plūsmu Q, lai nepieļautu tvaika spiediena p pazemināšanos.

Servomehānismam darbojoties, palielinās atgriezeniskās saites spriegums U_α, kurš vērsts pretēji spriegumam ΔU_k. Kad U_α pieaugums ΔU_α kompensē spriegumu ΔU_k ($\Delta U_\alpha \approx \Delta U_k$) servomehānisms beidz darboties. Atgriezeniskā saite nodrošina servomehānisma vārpstas pagrieziena leņķa α izmaiņu proporcionāli spriegumam ΔU_k. Savukārt kompensācijas spriegums ΔU_k ir proporcionāls tvaika patēriņa izmaiņai $\Delta P = P - P_0$.

Bez atgriezeniskās saites servomehānisms neapstātos, bet turpinātu palielināt degmaisījuma padevi uz kurtuvi. Tā rezultātā spiediens tvaika katlā paaugstinātos virs uzdotā lieluma un sāktu darboties galvenās atgriezeniskās saites kontūrs, lai to samazinātu. Līdz ar to invariances nosacījumi netiktu izpildīti. Tātad servomehānisma atgriezeniskajai saitei ir būtiski svarīga nozīme, lai realizētu invariances principu apskatītajā sistēmā.



1.14. att. **Tvaika katla kombinētās – invariantās vadības sistēma ar tvaika patēriņa kā slodzes iespaida apsteidzošu kompensāciju**

1.3.5. Adaptīvās vadības princips

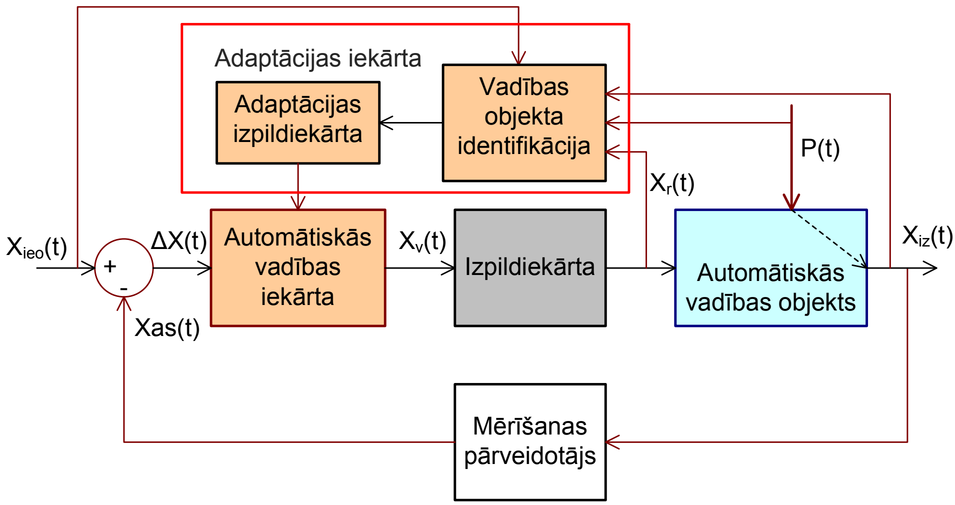
Apskatītie automātiskās vadības principi ilgu laiku bija vienīgie. Tikai attīstoties jaunai zinātnes un tehnikas nozarei - kibernētikai, kas pēta un salīdzina vadības procesus dzīvajos organismos un tehniskajās iekārtās, radās iespēja pielietot jaunu vadības principu - adaptācijas (pielāgošanās) principu.

Kibernētiskajās sistēmās perturbācijas un vadības objekta parametri nav apriori uzdoti. Darba procesā tie var izmainīties pēc jebkura iepriekš nezināma likuma. Tāpēc nepieciešams nepārtraukti kontrolēt izmaiņas vadības objekta ieejā un izejā, lai izstrādātu optimālu darbības stratēģiju, mainoties objekta darba režīmiem un parametriem.

Adaptīva vadības sistēma sastāv no galvenā vadības kontūra ar negatīvu atgriezenisko saiti un pašņoskaņošanās iekārtas adaptācijas principa realizācijai. Tās pamatā ir slēgta sistēma ar atgriezenisko saiti, kurā ietilpst automātiskās vadības iekārta, izpildiekārta un automātiskās vadības objekts. Tā papildināta ar adaptācijas iekārtu, kura realizē vadības objekta identifikāciju un automātiskās vadības iekārtas parametru pieskaņošanu mainīgajiem vadības objekta parametriem (1.13. att.).

Nestacionāra vadības objekta identifikāciju vispilnīgāk var realizēt vienlaicīgi kontrolējot tā ieejas un izejas koordinātas, kādu no svarīgākajām perturbācijām, piemēram, mainīgo slodzi, kā arī sistēmas ieejas signālu. Sistēmas ieejā reizē ar derīgo signālu X_{ieo} nonāk traucējumi $\xi(t)$. Bez tam ieejas signāls var būt laika funkcija, piemēram, programmētas darbības automātiskās stabilizācijas sistēmās. Vienlaicīgi uz vadības objektu iedarbojas perturbācijas, kas būtiski var izmainīt nestacionāra objekta statiskās un dinamiskās īpašības.

Lai nodrošinātu nepieciešamo sistēmas darbības kvalitāti (precizitāti, stabilitāti, ātrdarbību) vadības iekārtas un vadības objekta parametriem jābūt stingri saskaņotiem. Nestacionāru objektu gadījumā to var realizēt ar adaptācijas iekārtu, kura identificē objektu un pieskaņo vadības iekārtu tā mainīgajiem parametriem.



1.13. att. **Adaptīvas automātiskās vadības sistēmas funkcionālā shēma**

Atkarībā no adaptācijas pakāpes adaptācijas iekārta var mainīt vadības iekārtas parametrus, parametrus un struktūru vai parametrus, struktūru un arī vadības algoritmu.

Lai sasniegtu nepieciešamo vadības procesa kvalitāti, adaptācijas iekārta novērtē sistēmas ieejas signāla īpašības, piemēram, ieejas iedarbes $X_{ieo}(t)$ izmaiņas ātrumu un paātrinājumu, kā arī nosaka traucējumu $\xi(t)$ spektrālo blīvumu vai attiecību $\gamma = X_{ieo}(t) / \xi(t)$. Tāda analīze nepieciešama, lai izvēlētos sistēmas optimuma kritēriju.

Bez tam tiek veikta vadības objekta statisko un dinamisko īpašību novērtēšana. Analizējot sakarību $X_{iz} = f(X_{ie})$ un $X_{iz} = f(t)$, tiek noteikta vadības objekta jutība un inerce. Ja, piemēram, regulējošā iedarbe vai perturbācija izmaina vadības objekta jutību, tad tā tiek novērtēta kvantitatīvi ar koeficientu $K=X_{iz}/X_{ie}$, bet mainīgā inerce ar laika konstanti T.

Izmantojot informāciju par procesa norisi, adaptācijas iekārta nosaka, kā jāizmaina vadības iekārtas parametrus, struktūru, vai darbības algoritmu, lai nodrošinātu uzdoto kvalitātes kritēriju izpildi. Balstoties uz vadības objekta identifikācijas rezultātiem, adaptācijas iekārta pieskaņo (adaptē) vadības iekārtu jaunajiem darbības apstākļiem.

Tātad vadības iekārtas pašnoskaņošanās iedarbe ir daudzu mainīgo funkcija $X_p = f(X_{ieo}, X_r, X_{iz}, P)$. Tās uzdevums ir noskaņot automātiskās vadības iekārtu tā, lai jebkuros apstākļos sasniegtu izvirzīto vadības mērķi.

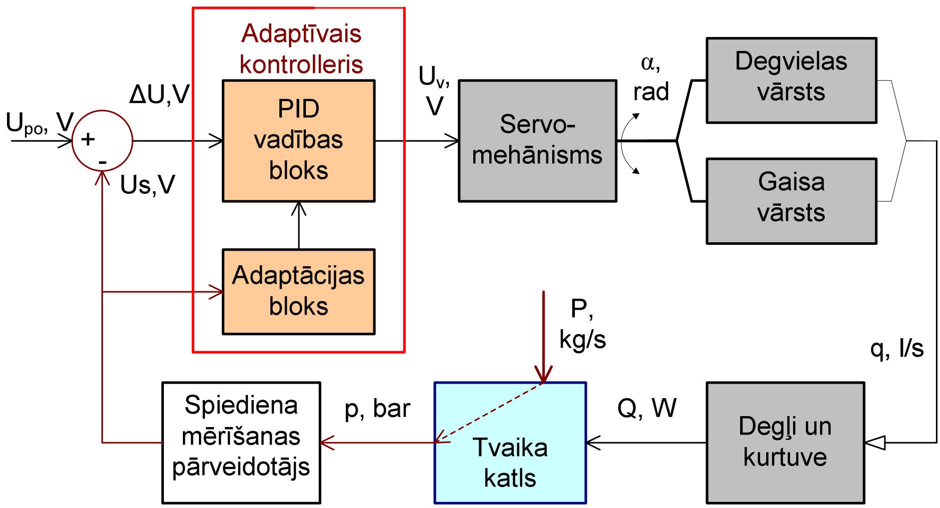
Adaptīvās vadības sistēmu var raksturot sekojoši:

- galvenā priekšrocība ir pielāgošanās spēja iepriekš nezināmām izmaiņām nestacionārā vadības objektā, kas dod iespēju nodrošināt vienlīdz augstu sistēmas darbības kvalitāti mainīgas darba vides apstākļos;
- kombinējot adaptācijas principu ar invariantās vadības principu var iegūt visaugstākos nestacionāru tehnoloģisko procesu ar stohastiskām iedarbēm tehniskos un ekonomiskos rādītājus.

Pēc adaptācijas principa tiek vadīti jaunāko paaudžu rūpniecības roboti, kuros informatīvo saiti ar apkārtējo vidi realizē jūtīgie elementi – sensori. Kā piemēru var minēt adaptīvo transporta robotu, kurš ar lokatora palīdzību uzņem apkārtējās vides panorāmu un izvēlas optimālu pārvietošanās ceļu pa cehu vai noliktavu.

Kā piemēru apskatīsim vienkāršotu tvaika katla adaptīvās vadības sistēmu (1.14. att.). Vadības iekārta ir adaptīvs kontrolleris ar proporcionāli – integrālo – diferenciālo (PID) vadības algoritmu, kura parametrus automātiski noskaņo adaptācijas bloks. Lai to realizētu, tiek analizēts tvaika spiediena mērīšanas pārveidotāja izejas signāla lielums un izmaiņas ātrums.

Adaptācijas uzdevums ir samazināt tvaika spiediena svārstīgumu un maksimālo novirzi no uzdotā lieluma. Optimālie PID parametri tiek noskaņoti meklēšanas ceļā, tos pakāpeniski optimizējot 15 līdz 20 pārejas procesu laikā (tvaika spiediena pilnas svārstības ap uzdoto lielumu). Vadības iekārtas parametru pašnoskaņošanās notiek nepārtraukti visā sistēmas darbības laikā, nodrošinot atbilstošu spiediena regulēšanas kvalitāti neatkarīgi no iepriekš neparedzētām izmaiņām vadības objektā.



1.14. att. **Tvaika katla vadības sistēma ar adaptīvu kontrolleri**

1.3.6. Automātiskās vadības sistēmu klasifikācija

Automātiskās vadības sistēmas (AVS) var klasificēt pēc vairākām pazīmēm:

- pēc regulējamā parametra (strāvas, frekvences, spiediena, temperatūras u.c.);
- pēc izmantotās enerģijas veida (elektriskās, hidrauliskās, pneimatiskās);
- pēc darbības veida (stabilizācijas, programmvadības, sekošanas u.c.);
- pēc vadības signālu veida – analogās un ciparu (digitālās) sistēmas;
- pēc vadības algoritmu veida – statiskās (proporcionālās) P, astatiskās (integrālās) I, izodromās (proporcionāli-integrālās) PI, (proporcionāli-diferenciālās)PD, (proporcionāli-integrālās-diferenciālās) PID, loģiskās, u.c.;
- pēc diferenciālvienādojumu veida, ar kuriem apraksta pārejas procesus – lineārās (apraksta lineāri diferenciālvienādojumi) un nelineārās (apraksta nelineāri diferenciālvienādojumi);

- sistēmās ar laikā nemainīgiem parametriem (stacionārās) un laikā mainīgiem parametriem (nestacionārās).

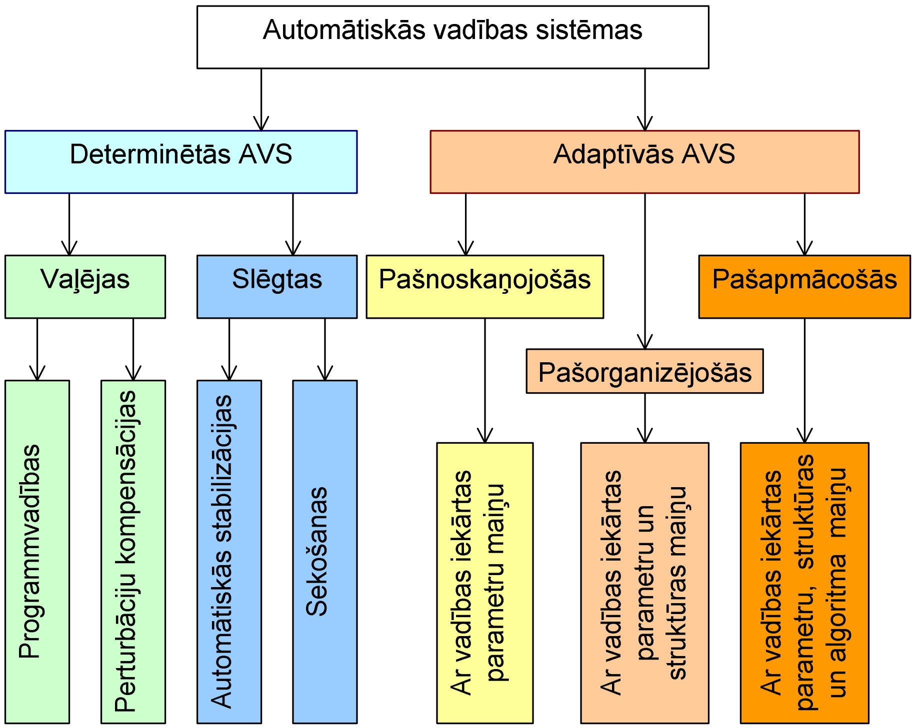
Taču par galveno AVS klasifikācijas nosacījumu ieteicams izvēlēties izmantotās informācijas daudzumu un veidu. Šis iedalījums izdevīgs tāpēc, ka, izveidojoties jaunām sistēmām, klasēm un apakšklasēm, iespējams papildināt esošo klasifikācijas shēmu, neizmainot tās pamatstruktūru (1.15. att.).

Pēc izmantojamās informācijas veida un daudzuma AVS iedala determinētajās sistēmās un adaptīvajās sistēmās.

Determinētajās sistēmās izmanto aprioro sākuma informāciju par visu tajās ietilpstošo komponentu īpašībām, t.i., uzskata to īpašības kā laika gaitā nemainīgas, iepriekš stingri noteiktas un zināmas. Pēc šāda principa tiek veidotas daļa tehnoloģisko procesu AVS, izveidojot darbgaldus automātus, kā arī temperatūras, mitruma, spiediena un citu parametru regulēšanas sistēmas.

Determinētās AVS iedalās divās galvenajās apakšklasēs:

- slēgtās AVS, kas darbojas pēc novirzes jeb atgriezeniskās saites principa;
- vaļējās AVS, kas darbojas pēc perturbāciju kompensācijas vai programmētās vadības principa.



1.15. att. **Automātiskās vadības sistēmu klasifikācija**

Pie vaļējo sistēmu apakšklases pieskaitāmas arī automātiskās kontroles un reģistrācijas sistēmas, kuru uzdevums ir izmērīt vai reģistrēt tehnoloģiskos parametrus un signalizēt par to izmaiņām objektā.

Adaptīvo sistēmu izveidošanā izmanto iepriekš aprakstīto adaptācijas principu.

Pašnoskaņojošās sistēmas, pamatojoties uz darba informācijas analīzi, pārskaņo vadības iekārtas parametrus (pārvades koeficientus, laika konstantes u.tml.), atbilstoši mainīgajiem vadības objekta parametriem.

Pašorganizējošās sistēmas pārkārto elementu konfigurāciju vai vienu bloku nomaina ar citu atbilstoši izmaiņām objektā ar mērķi optimizēt tā vadības stratēģiju.

Pašapmācošās sistēmas ir adaptīvās vadības augstākais līmenis ar vadības iekārtas parametru, struktūras un algoritma maiņu. Tās, piemēram, lieto transporta robotu adaptīvai vadīšanai mainīgos apkārtējās vides apstākļos. Šādi roboti ir aprīkoti ar tehniskās redzes un taustes sensoriem, kas dod iespēju orientēties iepriekš nezināmos apstākļos un koriģēt savas darbības stratēģiju.

Ekstremālās sistēmas ir īpašs pašnoskaņošanās sistēmu paveids, kuras meklēšanas ceļā atrod tādas regulējošās iedarbes uz objektu, kas nodrošina kvalitātes rādītāja ekstremālu vērtību neatkarīgi no objekta parametru un perturbācijas izmaiņas. Par kvalitātes rādītāju var būt minimāls enerģijas patēriņš, maksimāls ātrums vai ražīgums, maksimāls ekonomiskais efekts u.c. Piemēram, sakarībai starp elektrokalorifera ventilatora ražīgumu L (m^3/h) un sildītāja patērēto elektroenerģiju A (kWh) ir ekstremāls raksturs pie nemainīgas pievadītā siltuma plūsmas Q (kW).

Vienu un to pašu siltuma plūsmu objektam var pievadīt pie dažādiem A un L. Vislielākās izmaksas sastāda elektriskā sildītāja patērētā elektroenerģija. Tāpēc galvenais optimuma kritērijs šajā gadījumā ir minimāls elektroenerģijas patēriņš nepieciešamās siltuma plūsmas iegūšanai. Skaidrs, ka optimuma punkti ir reizē raksturlīkņu ekstrēma punkti. Tā kā, mainoties ārējiem apstākļiem (piemēram, ārgaisa temperatūrai), ekstrēma punkts pārvietojas, tad ekstremālās sistēmas uzdevums ir nepārtraukti meklēt šo punktu.

Adaptīvo sistēmu galvenā priekšrocība salīdzinājumā ar determinētajām sistēmām tāda, ka tās var darboties pie nepilnīgas sākuma informācijas par vadāmo objektu. Tās šo informāciju iegūst un apstrādā tieši darba procesā. Tādēļ nav nepieciešama vadības objekta vispusīga iepriekšēja pētīšana.

1.3.7. Automātiskās vadības sistēmu komponentu klasifikācija

Lai uzskatāmi parādītu AVS struktūru, sastāda tās funkcionālo shēmu, kas sastāv no funkcionālajiem blokiem. Tie ir funkcionāli vai konstruktīvi apvienotas un loģiskā secībā saistītas AVS daļas (komponentes), kas izpilda noteiktas funkcijas.

Funkcionālos blokus attēlo kā taisnstūrus, kuros ieraksta to nosaukumus atbilstoši izpildāmajai funkcijai. Saites starp funkcionālajiem blokiem apzīmē ar līnijām un bultām, kas parāda iedarbju virzienu.

Apskatot automātiskās vadības principus, konstatējām, ka slēgta AVS sastāv no automātiskās vadības iekārtas, ārpus kuras iznesta diferenciālā salīdzināšanas shēma, izpildiekārtas, automātiskās vadības objekta un atgriezeniskas saites ar mērīšanas pārveidotāju.

Mērīšanas pārveidotāja uzdevums ir izmērīt regulējamo lielumu $X_{iz}(t)$ un pārveidot to proporcionālā elektriskā vai cita veida signālā $X_{as}(t)$, kas caur atgriezenisko saiti tiek padots uz sistēmas ieeju, lai salīdzinātu ar uzdoto sistēmas ieejas signālu X_{ieo}, kuru sauc arī par atbalsta signālu.

Salīdzināšanas vai diferenciālā shēma konstruktīvi ietilpst automātiskās vadības iekārtā, bet AVS funkcionālajās shēmās to parasti parāda kā atsevišķu funkcionālu bloku. Tas dod iespēju uzskatāmi parādīt novirzes signāla $\Delta X(t)$ formēšanu. Diferenciālā shēma salīdzina AVS ieejas signālu X_{ieo} ar atgriezeniskās saites signālu $X_{as}(t)$, kurš proporcionāls vadības objekta izejas lielumam $X_{iz}(t)$. Šīs salīdzināšanas rezultātā formējas novirzes signāls: $\Delta X(t) = X_{ieo} - X_{as}(t)$.

Automātiskās vadības iekārta analizē novirzes signālu ΔX (t) un formē vadības komandu $X_v(t)$ izpildiekārtai, kura savukārt tieši iedarbojas uz vadības objektu.

Izpildiekārta formē regulējošo iedarbi $X_r(t)$ uz vadības objektu ar mērķi likvidēt izejas lieluma $X_{iz}(t)$ novirzi no uzdotās vērtības X_{izo}.

Komponentes, no kurām sastāv automātiskās vadības sistēma, var klasificēt pēc to darbības fizikālajiem principiem, piemēram, mehāniskās, elektromehāniskās, elektriskās, feromagnētiskās, elektroniskās un fotoelektroniskās, hidrauliskās un pneimatiskās ierīces.

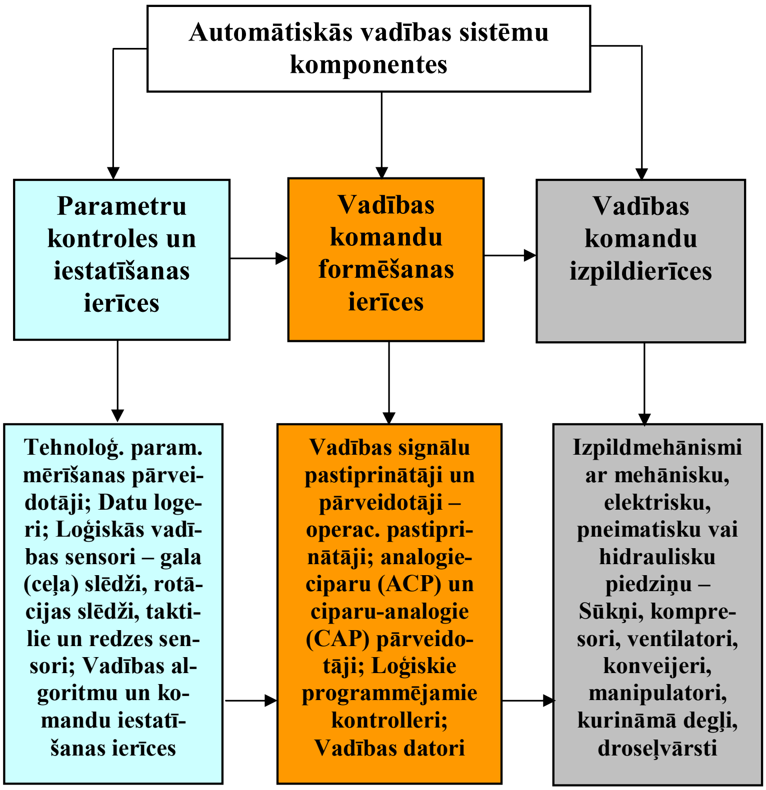
Racionālāk AVS komponentes klasificēt pēc to funkcionālās nozīmes un atrašanās vietas sistēmas funkcionālajā shēmā (1.16. att.).

Izmantojot šādu pieeju, AVS komponentes var iedalīt trīs galvenajos blokos:

- tehnoloģisko parametru mērīšanas, kontroles un iestatīšanas ierīces;
- vadības signālu pārveidošanas un komandu formēšanas ierīces;
- vadības komandas izpildierīces regulējošo iedarbju formēšanai uz vadības objektu.

Praksē visizplatītākās AVS ieejas komponentes ir tehnoloģisko parametru (temperatūras, spiediena, līmeņa, strāvas stipruma u.c.) mērīšanas pārveidotāji automātiskās stabilizācijas sistēmās un loģiskā stāvokļa (aktīvs–pasīvs, augsts līmenis – zems līmenis, ir pozīcijā – nav pozīcijā, komanda izpildīta – komanda nav izpildīta) kontroles sensori loģiskās vadības sistēmās.

Nākošā komponenšu grupa ir AVS „smadzenes”, kas apstrādā ieejas informāciju un formē vadības komandas izpildierīcēm. Mūsdienās kā vadības komandu formēšanas ierīces izmanto regulējošos programmējamos kontrollerus (automātiskās stabilizācijas sistēmās) un loģiskos programmējamos kontrollerus (loģiskās vadības sistēmās).



1.16. att. **Automātiskās vadības sistēmu komponentu klasifikācija**

Trešā komponenšu grupa ir izpildierīces, kuras atbilstoši komandai no procesa vadības iekārtas formē regulējošo iedarbi uz vadības objektu, lai nodrošinātu tajā nepieciešamos darba režīmus un izejas lielumus. Šī ierīču grupa ir daudzveidīga gan pēc piedziņas veida, gan konstruktīvā izveidojuma, darbības principiem un pielietojuma dažādās tehnoloģiskajās iekārtās.

Lai uzlabotu AVS dinamiskās īpašības, bez jau minētajiem funkcionālajiem blokiem izmanto speciālas korekcijas ierīces. Atkarībā no pieslēgšanas veida izšķir virknes un paralēlās korekcijas ierīces. Virknes korekcijas ierīces parasti veido kā RC vai RLC signālu korekcijas ķēdes, kas slēgtas virknē ar automātiskās vadības iekārtas komponentēm un paaugstina AVS stabilitāti. Paralēlās korekcijas ierīces izveido kā vietējas tiešās vai atgriezeniskās saites, kas aptver AVS komponentes ar lielu inerci, mazu jutību vai nepietiekamu stabilitāti. Atkarībā no uzdevuma, paralēlās korekcijas ierīces paaugstina AVS precizitāti, ātrdarbību vai stabilitāti.

1.4. Ražošanas procesu automātiskā vadība

Mūsdienu ražošanas objektīva nepieciešamība ir **tehnoloģisko procesu automātiska vadība**, kas veicina darba ražīguma celšanu, produkcijas kvalitātes uzlabošanu, izejvielu, materiālu un enerģijas patēriņa samazināšanu, apkalpojošā personāla darba apstākļu uzlabošanu.

Modernajām tehnoloģiskajām iekārtām raksturīgs augsts ražīgums, liels operāciju izpildes ātrums un sarežģīti darbības likumi. Cilvēkam kļūst arvien grūtāk vadīt ražošanu, bet novirzes no uzdotā tehnoloģiskā režīma, kas neizbēgamas, izmantojot neautomatizēto vadību, var novest pie ievērojamiem produkcijas kvalitātes un kvantitātes zudumiem.

Informācijas apstrādes un pārvades tehnoloģiju straujā attīstība dod iespēju realizēt **ražošanas procesu automātisko vadību**, kurā visas vadības operācijas izpilda automātiskas iekārtas, ieskaitot operatīvo vadību, uzskaiti un plānošanu.

Tātad par **ražošanas procesu automātisko vadību** sauc mašinizētas ražošanas augstāko formu, kam raksturīga cilvēka atbrīvošana no tiešas ražošanas procesu vadības funkciju izpildes un šo funkciju nodošana automātiskām iekārtām.

1.4.1. Ražošanas procesu automatizācijas pamatjēdzieni

Ražošanas process ir **tehnoloģisko procesu kopums**, kas nodrošina gala produkcijas iegūšanu un realizāciju. Savukārt tehnoloģiskais process sastāv no **tehnoloģiskām operācijām**, kuras tiek veiktas noteiktā kārtībā. Sadalot tehnoloģisko procesu operācijās, to ir iespējams algoritmizēt, t.i. noteikt tehnoloģisko operāciju izpildes ilgumu, secību, savstarpējo saistību, cikliskumu, režīmus un realizēt to optimālu norisi.

Jebkura tehnoloģiskā operācija tiek veikta, iedarbojoties uz noteiktu darba objektu, piemēram, štancēšanas operācijā darba objekts ir sagatave, no kuras jāizveido kāda mehānisma detaļa.

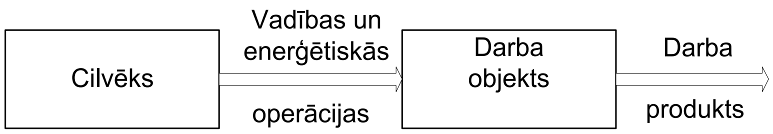
Darbības, kuras veic cilvēks, parasti sastāv no šādām divām galvenajām operācijām:

- **informatīvās** jeb **vadības** operācijas;
- **enerģētiskās** operācijas.

Pie informatīvajām operācijām pieder cilvēka garīgās darbības operācijas, piemēram, darbības plāna izstrāde, enerģētisko operāciju vadīšana un kontrole, darba rezultātu novērtēšana.

Ar enerģētiskajām operācijām saprot tiešu, fizisku iedarbību uz darba objektu.

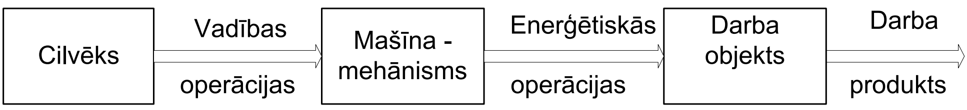
Nemehanizētajā ražošanā gan vadības, gan enerģētiskās operācijas izpilda cilvēks. Šajā gadījumā cilvēks vispirms izdomā darbības plānu, lai ātri, kvalitatīvi un ar minimālu spēka patēriņu veiktu attiecīgo enerģētisko operāciju un izvēlas atbilstošus darba instrumentus. Pēc tam tieši iedarbojas uz darba objektu un iegūst darba produktu (1.17. att.).



1.17. att. **Nemehanizēts darbs**

Ieviešot tehnoloģiskajā procesā mašīnas un mehānismus, cilvēks tiek atbrīvots no enerģētiskajām operācijām. Cilvēka pārziņā paliek vadības operācijas, proti, tehnoloģisko iekārtu ieslēgšana un izslēgšana, režīmu regulēšana, darbības kontrole un uzraudzība, kā arī enerģētisko palīgoperāciju izpilde, piemēram, sagatavju padeve uz darbgaldu (1.18. att.).

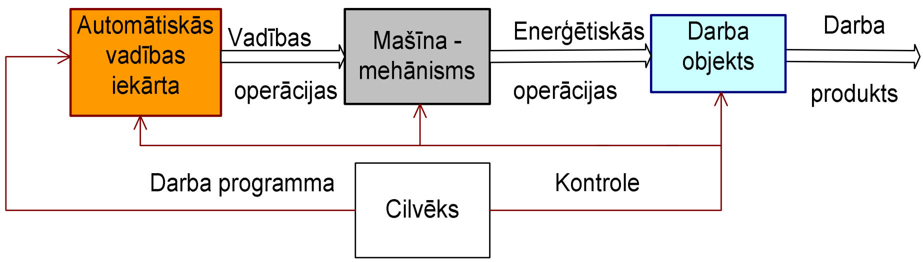
Mašīnu un mehānismu ieviešanu ražošanā, lai cilvēku atbrīvotu no enerģētiskajām operācijām, sauc par **tehnoloģisko procesu mehanizāciju**.



1.18. att. **Tehnoloģiskā procesa mehanizācija**

Automātiskās vadības iekārtu ieviešanu ražošanā, lai atbrīvotu cilvēku arī no galvenajām informatīvajām operācijām (tiešas līdzdalības tehnoloģisko iekārtu vadīšanā), sauc par **tehnoloģisko procesu automatizāciju**. Šajā gadījumā tehnoloģiskās iekārtas (metālapstrādes darbgalds, ūdensapgādes sūkņu stacija, tvaika katls) vadības operācijas izpilda automātiskās vadības iekārta. Cilvēks šajā shēmā veic uzraudzības funkcijas (ievada vai koriģē darba programmu un kontrolē procesa norisi), bet tieši nepiedalās tehnoloģiskā procesa vadīšanā un izpildē (1.19. att.).

Tehnoloģisko procesu automatizāciju realizē **automātiskās vadības sistēmas**.



1.19. att. **Tehnoloģiskā procesa automatizācija**

Pēc **automatizācijas līmeņa** izšķir **daļēju, kompleksu un pilnīgu automatizāciju**. Automatizācijas sākuma stadijai atbilst daļēja automatizācija, kad tiek automatizētas atsevišķas tehnoloģiskās operācijas, piemēram, ieviešot detaļu štancēšanas robottehnisko kompleksu metālapstrādes cehā. Pārējās operācijas, piemēram, virpošana, frēzēšana un slīpēšana ir tikai mehanizētas.

Daļēja automatizācija atvieglo cilvēku darbu un veicina tehnoloģisko procesu pilnveidošanu, bet tā nevar būtiski uzlabot ražošanas vadīšanu, jo tai trūkst kopēja vadības mērķa. Daļēja automatizācija galvenokārt dod sociālo efektu, proti, atbrīvo cilvēku no monotona nogurdinoša darba, kas neprasa augstas profesionālās iemaņas un intelektuālo kompetenci, piemēram, detaļu štancēšana. Tādēļ štancēšanas robottehniskie kompleksi bija vieni no pirmajiem, ko ieviesa ražošanā. Ekonomiskais efekts parasti bija negatīvs, jo lielie kapitālieguldījumi neatmaksājās normatīvajā laikā. Tas izskaidrojams ar to, ka robotizētā iecirkņa darbības ātrums ir ievērojami lielāks par pārējo mehanizēto iecirkņu darbības ātrumu, kas rada automatizētās iekārtas biežas dīkstāves. Lai šāda iekārta atpelnītu tajā ieguldītos līdzekļus, tā intensīvi jānoslogo.

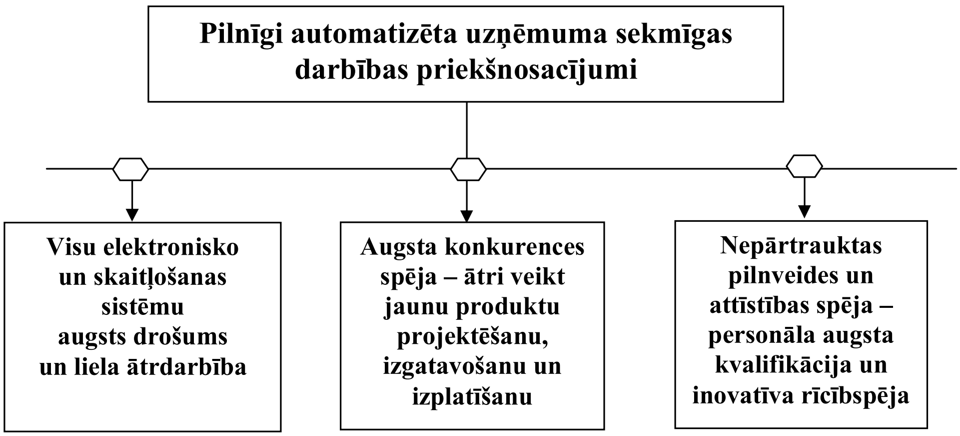
Kompleksā automatizācija ir augstāka stadija, kad automatizētas tiek visas galvenās tehnoloģiskā procesa operācijas. Kompleksajā automatizācijā ražošanas iecirknis funkcionē kā vienota sistēma, kas izpilda visas procesa operācijas tā, ka tiek nodrošināti dotajiem darba apstākļiem visaugstākie tehniski ekonomiskie rādītāji. Tas tiek panākts optimāli saskaņojot visu operāciju izpildes ātrumu un secību. Attīstoties kompleksajai automatizācijai, cilvēka vadības uzdevumi un funkcijas arvien vairāk tiek nodotas automātiskajām iekārtām.

Pilnīgā automatizācija nodrošina visa ražošanas procesa kontroli un vadību, t.sk., arī operatīvo vadību, uzskaiti un plānošanu.

Pilnīgi automatizēta uzņēmuma sekmīgas darbības priekšnosacījumi parādīti blokshēmas veidā. Tos var raksturot sekojoši:

- vadības sistēmu augsts drošums un ātrdarbība;
- augsta adaptācijas spēja konkurences un mainīgas ražošanas vides apstākļos;
- ilgtspējīga attīstība un inovatīva rīcībspēja.

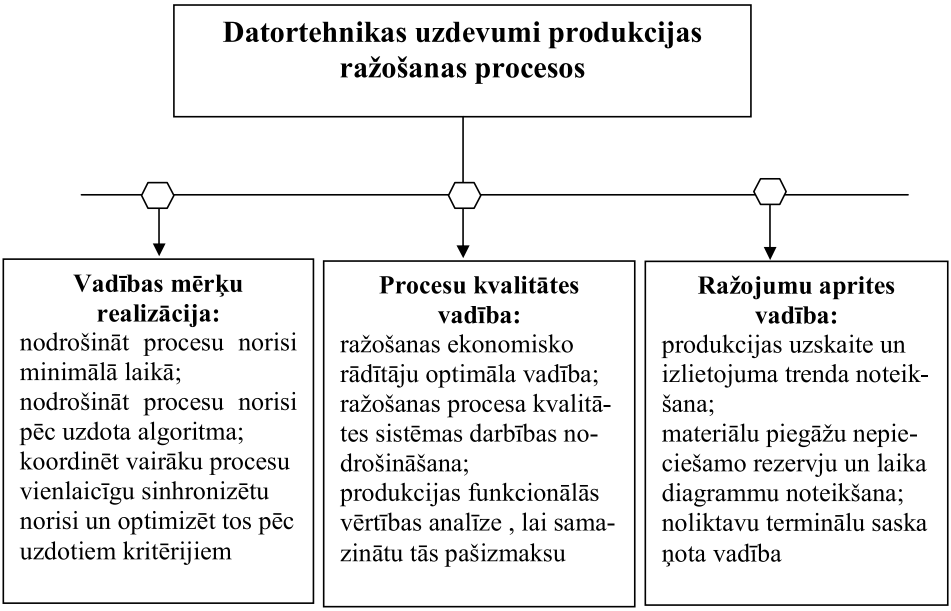
Pilnīgu ražošanas automatizāciju var realizēt tikai ar datorvadības sistēmām. Izmantojot rūpnieciskos datortīklus, ražošanas pamatprocesus var sasaistīt vienotā kompleksā. Ar ražošanas datorizēto automatizāciju tiek veidots vienots ražošanas uzņēmums, kura sekmīgu darbību nosaka vairāki priekšnosacījumi.



1.4.2. Ražošanas procesu datorizētā vadība

Datortehnikas galvenie uzdevumi produkcijas ražošanas procesos parādīti blokshēmas veidā. Ražošanas procesos datortehnika pilda vadības un kontroles funkcijas. Tās pamatuzdevumi ir: vadības mērķu realizācija; tehnoloģisko un ekonomisko rādītāju kvalitātes vadība; produkcijas aprites vadība. Vadības mērķu izpildes kvalitāte parasti tiek novērtēta matemātisko funkcionālu veidā, kuru minimālās vai maksimālās vērtības raksturo visracionālāko procesa norisi. Piemēram, veicot produkcijas funkcionālās vērtības analīzi, tiek noskaidrotas ražošanas procesa nepilnības, optimizēti ražojuma tehnoloģiskie, enerģētiskie un drošuma rādītāji, kas ļauj samazināt to ražošanas un ekspluatācijas izmaksas.

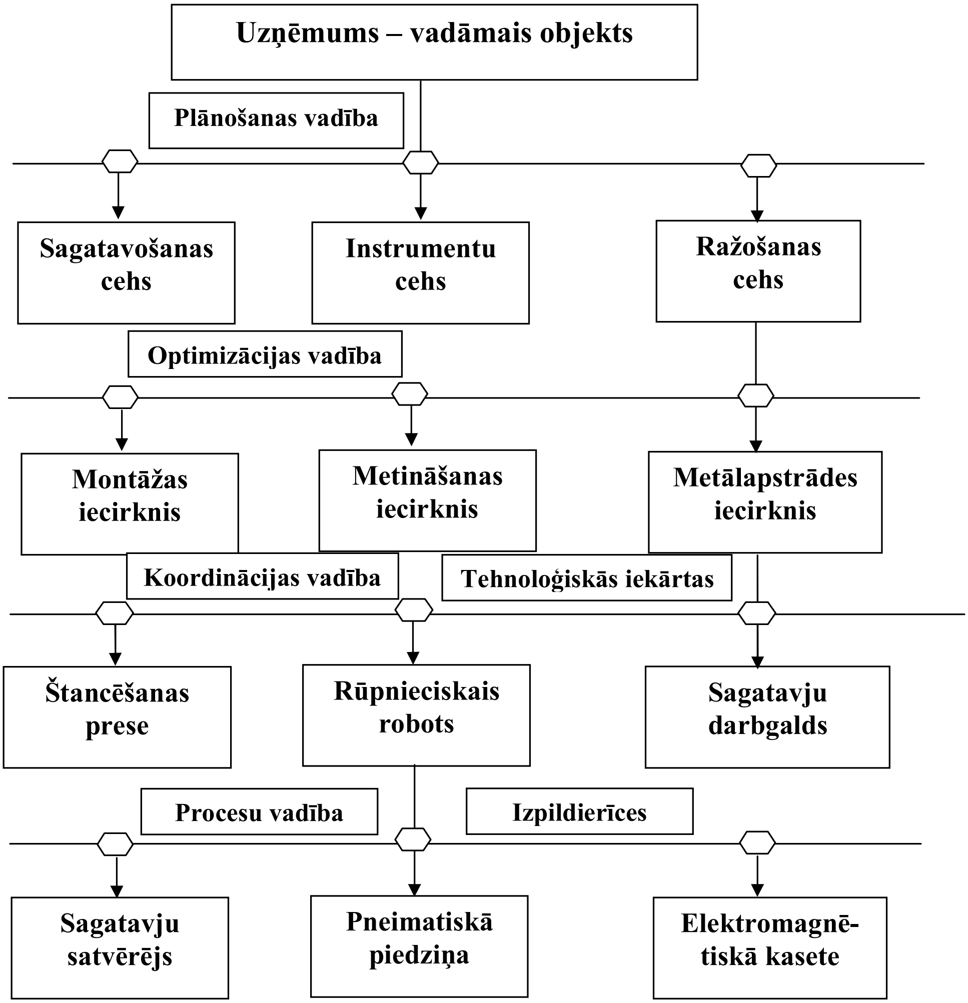
Svarīga ražošanas sastāvdaļa ir materiālā sagāde, produkcijas uzglabāšana un realizācija. Datortehnika tajā pilda produkcijas uzskaiti un izlietojuma trenda analīzi, materiālo piegāžu nepieciešamo rezervju noteikšanu un laika diagrammu sastādīšanu, kā arī nodrošina noliktavu terminālu automātisku saskaņotu vadību.



Pilnīgi automatizēta ražošanas uzņēmuma vadības hierarhija parādīta blokshēmas veidā. Tā sastāv no četriem galvenajiem līmeņiem: plānošanas vadības; optimizācijas vadības; koordinācijas vadības (tehnoloģisko iekārtu vadība); procesu vadības (izpildierīču vadība).

Ražošanas plānošanas (prognozēšanas) vadība ietver vairākas svarīgas vadības operācijas, piemēram, ražošanas galvenā plāna sastādīšanu, materiālo resursu un piegāžu plānošanu, ražošanas jaudu plānošanu, ražojumu pieprasījuma analīzi u.c. Datortehnika dod iespēju apvienot vienotā datu bāzē informāciju par ražojuma konstrukciju, tā izgatavošanas tehnoloģiju, izgatavošanas vadību un kontroli, kā arī veikt ražošanas ekonomisko analīzi un grāmatvedības uzskaiti. Tas dod iespēju modelēt automatizētas ražošanas procesus reālā laika mērogā. Iegūtā informācija tālāk tiek izmantota ražošanas vadības zemāko līmeņu realizācijai.

Ja plānošanas vadība tiek realizēta visa uzņēmuma līmenī, tad optimizācijas vadība notiek ražošanas ceha līmenī. Tā nodrošina visu tehnoloģisko iecirkņu saskaņotu optimālu darbību, kur visu tehnoloģisko iekārtu savstarpējās sadarbības vadība notiek no vienota datorizēta vadības un uzraudzības centra. Datorizētais vadības centrs risina vadības optimizācijas uzdevumu, piemēram, vadoties no pienākošās informācijas par procesu norisi ražošanas iecirkņos, tiek noteikta tehnoloģisko iekārtu apkalpes secība un ātrums, tā lai summārais laika patēriņš būtu minimāls.



Produkcijas tiešās izgatavošanas un šī procesa nodrošināšanas vadības objekti ir tehnoloģiskās iekārtas, piemēram, rūpnieciskie roboti, programmvadības darbgaldi, enerģētiskās iekārtas (tvaika katli, koģenerācijas iekārtas, kompresoru un sūkņu iekārtas), kurās tiek realizēta vairāku izpildiekārtu koordinēta (saskaņota) darbība. Tāpēc šo vadības līmeni sauc par koordinācijas vadību. Zemākā līmeņa vadāmie objekti ir elektrodzinēji, pneimocilindri, hidrocilindri, satvērēji, elektromagnēti u.c., kas nodrošina tehnoloģisko iekārtu darbību. Tā kā minēto ierīču darbības rezultātā tiek izmainīts kāds fizikālais parametrs – pārvietojums, materiāla plūsma, spiediens, temperatūra u.c., tad šo vadību sauc par procesu vadību.

Turpmākajā kursā apskatīsim tikai tehnoloģisko iekārtu un procesu vadības līmeni. Augstāko līmeņu vadība ir ārpus klasiskās automātikas kompetences. To apskata ražošanas datorvadības sistēmu kursos.

1.4.3. Ražošanas automatizācijas ekonomiskais pamatojums

Automatizējot ražošanu, vispirms veic rūpīgu produkcijas pašizmaksas analīzi, kas lielā mērā raksturo tehnoloģijas kvalitāti. Pie tam norāda automatizācijas pakāpenību, izdala iecirkņus, kur automatizācija var dot vislielāko efektu, nosaka ražošanas procesa šaurās vietas, kas prasa tehnoloģijas pilnveidošanu un iekārtu modernizāciju.

Tehnoloģisko procesu automatizācijas ekonomiskā efekta iegūšanas vispārīgā shēma parādīta 1.20. attēlā. Automatizācijas ekonomisko efektu nosaka izdevumu un ieņēmumu bilance. Izdevumus veido galvenie un papildus kapitālieguldījumi, kas nepieciešami automātikas ierīču iegādei, montāžai, iestatīšanai, tehnoloģisko iekārtu pilnveidošanai, telpu rekonstrukcijai, kā arī automātikas ierīču ekspluatācijas izdevumi. Ieņēmumus veido tehnoloģiskais, materiāli enerģētiskais un sociāli strukturālais efekts, kuru iegūst no automatizācijas.

Tehnoloģisko efektu raksturo:
- produkcijas izlaides daudzuma pieaugums, palielinoties ražošanas procesa intensitātei;
- produkcijas kvalitātes uzlabošanās, ko veicina automātiskās kontroles un vadības objektivitāte;
- produkcijas pašizmaksas pazemināšanās, samazinoties ražošanas cikla ilgumam un ražošanas laukumam.

Materiāli enerģētisko efektu nosaka:
- materiālu un izejvielu ietaupījums sakarā ar apstrādes procesa uzlabošanu;
- primārās enerģijas patēriņa ietaupījums, paaugstinoties automatizēto iekārtu lietderības koeficientam;
- iekārtu ekspluatācijas drošuma paaugstināšanās sakarā ar to darbības režīmu optimizāciju, slodzes un citu faktoru iespaida kontroli un stabilizāciju.

Sociāli strukturālo efektu nosaka:
- darbaspēka ekonomija (strādājošo skaita samazināšanās), ražošanas sanitāri higiēnisko apstākļu uzlabošanās, strādnieku darba atvieglošana;
- dienesta telpu un ražošanas laukumu, kā arī inženierkomunikāciju samazināšanās.

Salīdzinot neautomatizētas un automatizētas ražošanas tehnoloģiski ekonomiskos un sociāli ekonomiskos rādītājus (kapitālieguldījumus, ekspluatācijas izdevumus, reducētos izdevumus, darbaspēka patēriņu u.c.), nosaka automatizācijas ieviešanas ekonomisko efektivitāti.

Gada ekonomisko efektu no tehnoloģiskās iekārtas vai procesa automatizācijas var aprēķināt pēc formulas:

$$E_g = (C_n + E_n K_n)\frac{A_a}{A_n} \times \frac{P_n + E_n}{P_a + E_n} + \frac{(I'_n - I'_a) + E_n(K'_n - K'_a)}{P_a + E_n} - (C_a + E_n K_a), \quad (1.1)$$

kur C_n, C_a - produkcijas vienības pašizmaksa pirms un pēc automatizācijas, Ls;

E_n - kapitālieguldījumu normatīvais efektivitātes koeficients (elektroiekārtām pieņem 0,2 gads^{-1});

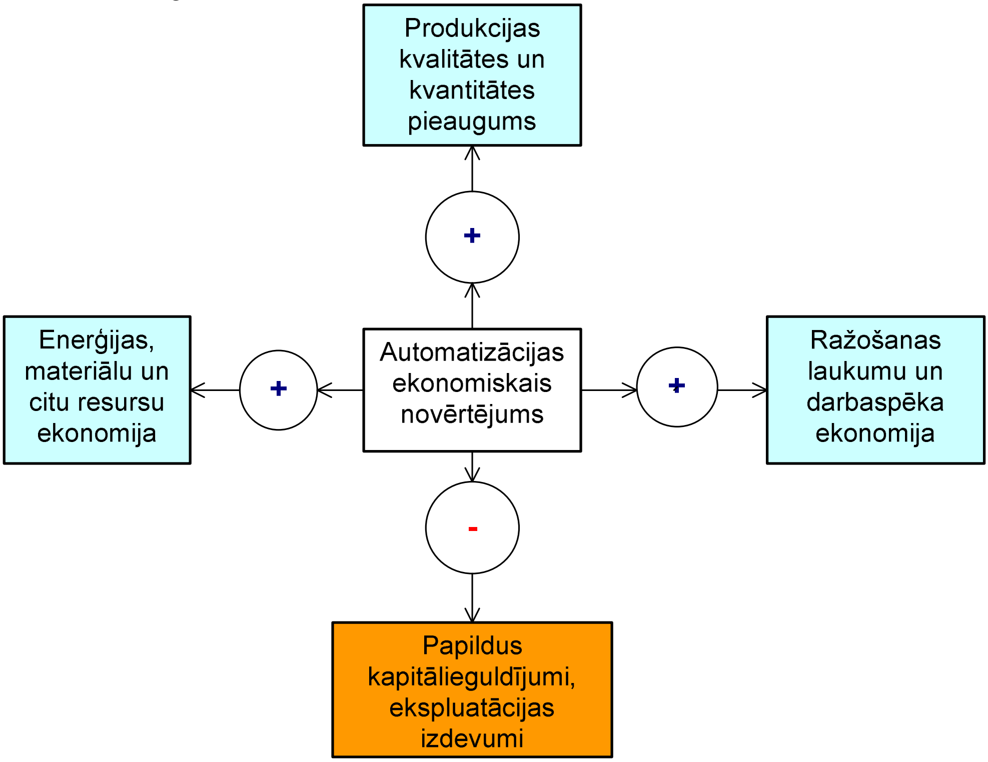
K_n, K_a - īpatnējie kapitālieguldījumi pirms un pēc automatizācijas ieviešanas, Ls uz produkcijas vienību;

A_n, A_a - gada produkcijas apjoms pirms un pēc automatizācijas ieviešanas;

P_n, P_a - atskaitījumu daļa no iekārtu bilances vērtības to renovācijai(atjaunošanai) pirms un pēc automatizācijas ieviešanas, kuru aprēķina kā apgrieztu lielumu iekārtas resursam T_r, ņemot vērā tās morālo novecošanos, gads^{-1};

K'_n, K'_a - papildus kapitālieguldījumi iekārtas montāžai un palaišanai, Ls;

I'_n, I'_a – neautomatizētās un automatizētās tehnoloģiskās iekārtas ekspluatācijas izdevumi, Ls/gadā.



1.20. att. **Automatizācijas ieviešanas ekonomiskā novērtējuma kategorijas**

Automatizācijas kapitālieguldījumu atmaksāšanās laiku aprēķina pēc šādas formulas:

$$T_a = \frac{K_a - K_n}{I_n - I_a + P_g}, \tag{1.2}$$

kur K_n, K_a - galvenie kapitālieguldījumi neautomatizētajā un automatizētajā ražošanā ($K_a > K_n$),Ls;

I_n, I_a - neautomatizētās un automatizētās iekārtas gada ekspluatācijas izdevumi ($I_n > I_a$), Ls/gadā;

P_g - gada papildu ienākumi, uzlabojot produkcijas kvalitāti, samazinot zudumus un ietaupot materiālus un enerģiju, Ls/gadā.

Divu automatizācijas variantu (vecā un jaunā) efektivitātes salīdzināšanai var izmantot nevienādību:

$$E_n \cdot K_v + C_v > E_n \cdot K_j + C_j + P, \tag{1.3}$$

kur K_v, K_j – vecā un jaunā automatizācijas varianta īpatnējie kapitālieguldījumi uz produkcijas vienību, Ls;

C_v, C_j – produkcijas vienības pašizmaksa, izmantojot veco un jauno automatizācijas variantu, Ls;

P - papildus ienākumi uz produkcijas vienību, paaugstinot tās pievienoto vērtību, darbības kvalitāti un resursu, kā arī samazinot ekspluatācijas izdevumus (apkopes, izejvielu un enerģijas patēriņš), Ls.

Jaunā automatizācijas varianta atmaksāšanās laiku var aprēķināt pēc formulas:

$$T_a = \frac{K_j - K_v}{C_v - C_j + P}. \tag{1.4}$$

No diviem vai vairākiem jaunajiem automatizācijas variantiem izvēlas to, kuram ir vismazākais kapitālieguldījumu atmaksāšanās laiks. Nosakot papildus ienākumus P, īpaša uzmanība jāpievērš salīdzināmo variantu ekspluatācijas drošuma ekonomiskā efekta ievērtēšanai.

Par drošuma optimizācijas kritēriju var izmantot papildus ekonomisko efektu ΔE, ko iegūst attiecīgās ierīces vai sistēmas kalpošanas laikā T_k:

$$\Delta E = (\Delta C - E_n \cdot \Delta K) \cdot T_k, \tag{1.5}$$

kur ΔK – papildus kapitālieguldījumi drošuma paaugstināšanai, Ls;

ΔC – gada ekonomija sakarā ar produkcijas pašizmaksas samazināšanos, Ls;

E_n – kapitālieguldījumu normatīvais atmaksāšanās koeficients, kura lielumu nosaka pieņemtais normatīvais kapitālieguldījumu atmaksāšanas laiks T_n, ja T_n = 5 gadi, tad $E_n = 1/5 = 0{,}2$.

Augot iekārtas ekspluatācijas laikam ($0 < t \leq T_k$), tās sākuma drošuma paaugstināšanas efektivitāte samazinās.

Reducējot amortizācijas laikā T_k iegūto kopējo efektu uz drošuma paaugstināšanas sākuma momentu, var pieņemt, ka laika vienībā iegūtais efekts ir konstants lielums, un aprēķināt tam atbilstošo ekvivalento kalpošanas laiku T_e:

$$T_e = T_n\,(1 - e^{-T_k/T_n}). \tag{1.6}$$

RedzamS, ka pie $T_k \to \infty$, $T_e \to T_n$. Tātad neatkarīgi no iekārtas reālā kalpošanas laika, ekvivalentais laiks vienmēr būs mazāks par normatīvo laiku T_n.

Optimālu sistēmas drošumu iegūst optimizējot visu tās komponentu drošumu. Saskaņā ar aprēķina metodiku nosaka katras komponentes drošuma paaugstināšanas efektu, izmantojot formulu:

$$\Delta E_i = R_i\,(\lambda_{io} - \lambda_i)\,T_e - S_i\,In\frac{\lambda_{io}}{\lambda_i}, \tag{1.7}$$

kur R_i – vidējie zaudējumi no i-tas komponentes atteices, Ls;

λ_{oi} – komponentes sākuma atteices intensitāte, $gads^{-1}$;

λ_i – komponentes atteices intensitāte pēc optimizācijas, $gads^{-1}$;

S_i – komponentes cenas pieaugums pēc atteices intensitātes samazināšanas e = 2,71 reizes (drošuma paaugstināšanas izdevumu konstante), Ls.

Atteices zaudējumus R_i var aprēķināt pēc formulas:

$$R_i = BT_{ai} + H_i + C_{ai}, \tag{1.8}$$

kur B – dīkstāves zaudējumi laika vienībā, Ls/h;

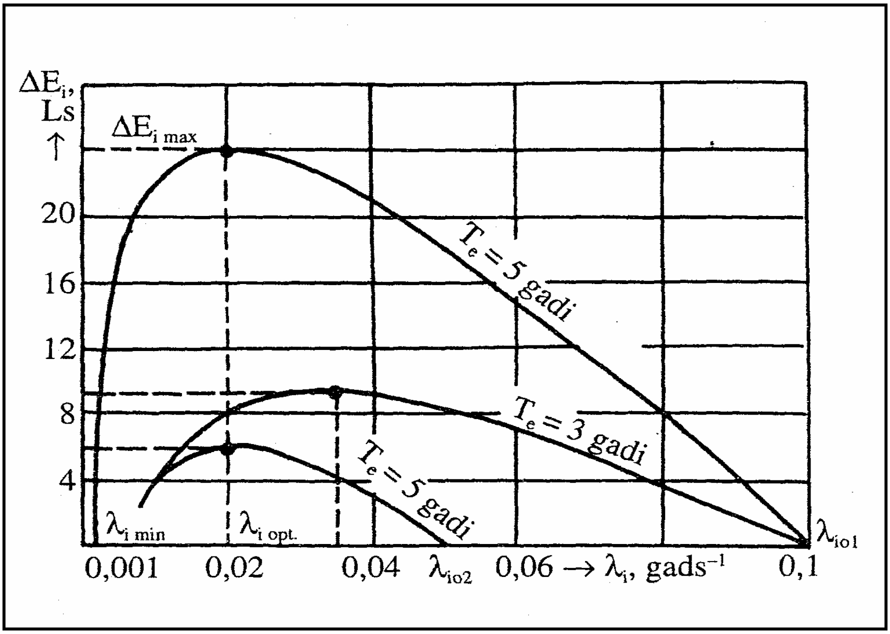
T_{ai} – i-tās komponentes vidējais atjaunošanas vai nomaiņas laiks, h;

H_i – tiešie zaudējumi no i-tās komponentes atteices, Ls;

C_{ai} – komponentes vidējie atjaunošanas izdevumi, Ls.

Izmantojot izteiksmi (1.7), aprēķinātas raksturlīknes $\Delta E_i = f(\lambda_i)$ drošuma paaugstināšanas efekta noteikšanai pie R_i = 100 Ls, S_i = 10 Ls (1.21. att.).

Redzam, ka raksturlīknei $\Delta E_i = f(\lambda_i)$ ir ekstrēma punkts, kuram atbilst maksimālais papildus ekonomiskais efekts $\Delta E_{i\max}$, ko iegūst, ja dotajai AVS komponentei ir optimāla atteices intensitāte $\lambda_{i\,opt}$.



1.21. att. **AVS komponentes drošuma paaugstināšanas efekta atkarība no atteices intensitātes**

Jo lielāks komponentes ekvivalentais kalpošanas laiks T_e un sākuma atteices intensitāte λ_{io}, jo lielāku ekonomisko efektu iegūst no tās drošuma paaugstināšanas. Samazinot komponentes atteices intensitāti zem $\lambda_{i\min}$, ΔE_i kļūst negatīvs, kas izskaidrojams ar relatīvi lielu papildus kapitālieguldījumu nepieciešamību.

Optimālo atteices intensitāti iegūstam, atvasinot izteiksmi (1.7) pēc λ_i un iegūto atvasinājumu pielīdzinot nullei:

$$\lambda_{i\,opt} = \frac{S_i}{R_i\,T_e}. \tag{1.9}$$

Ekonomiskais efekts no sistēmas drošuma paaugstināšanas un tam nepieciešamie papildus kapitālieguldījumi:

$$\Delta E_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta E_{i\max};\ \Delta K = \sum_{i=1}^{n} \Delta K_{i\,opt.}, \tag{1.10}$$

kur n - sistēmas komponentu skaits, kuru drošums tiek optimizēts.

Optimāla drošuma prognozēšanu var ievērojami paātrināt un precizēt, pielietojot automatizētās projektēšanas sistēmas. Tas dod iespēju arī veikt projektējamās iekārtas funkcionālās vērtības analīzi, kam ir svarīga nozīme gan tās konstruktīvo parametru, gan ekspluatācijas rādītāju optimizēšanā un izmaksu samazināšanā.

2. AVS komponentu statiskās un dinamiskās īpašības

Lai pētītu automātiskās vadības sistēmu stabilitāti un darbības kvalitāti, jāzina to sastāvdaļu (komponentu) statiskās un dinamiskās īpašības, kuras apraksta atbilstoši statikas un dinamikas vienādojumi. Tos atrisinot iegūst statiskās un dinamiskās raksturlīknes, kas uzskatāmi parāda pētāmās ierīces īpašības noteiktā parametru izmaiņas apgabalā. Nosakot AVS komponentu statiskos un dinamiskos raksturojumus, var veikt visas sistēmas analīzi kopumā un optimizēt tās darbības stabilitātes un kvalitātes rādītājus.

2.1. Lineāras ierīces to statiskās raksturlīknes

Statika aplūko automātiskās vadības sistēmu komponentu stacionāros režīmus, kad savstarpēji saistītie ieejas un izejas mainīgie lielumi ir nostabilizējušies un atrodas stacionārā līdzsvara stāvoklī. Tā kā AVS komponentes ir tehniskas ierīces (vadības ierīces, izpildierīces, mērīšanas pārveidotāji, tehnoloģiskie vadības objekti u.c.), tad turpmāk apskatīsim šādu ierīču statiskās īpašības. To pētīšanai izmanto statiskās raksturlīknes, kas grafiski attēlo funkcionālo sakarību starp ierīces izejas un ieejas lielumiem. Statiskās raksturlīknes var uzņemt eksperimentāli vai iegūt analītiski, sastādot ierīces statikas vienādojumu.

Vispārīgi statisko režīmu var aprakstīt ar sekojošu funkciju: $X_{iz} = f(X_{ie})$, kur X_{iz} – izejas lieluma nostabilizējusies vērtība, kad beidzies pārejas process no viena stacionāra stāvokļa otrā, kuru izraisījusi ieejas iedarbes X_{ie} izmaiņa. Šo vienādojumu sauc par ierīces statikas vienādojumu.

Pēc statiskajām raksturlīknēm AVS komponentes iedalās: 1) lineārās, 2) nelineārās, 3) astatiskās.

Lineāras ierīces statisko raksturlīkni vispārīgi izsaka vienādojums: $X_{iz} = K{\cdot}X_{ie}$. Izejas lieluma attiecību pret ieejas lielumu stacionārā režīmā sauc par ierīces statisko pārvades koeficientu vai vienkārši pārvades koeficientu. Izmantojot lineāras ierīces statisko raksturlīkni (2.1. att.), kas iet caur koordinātu sistēmas nullpunktu, tās statisko pārvades koeficientu K var aprēķināt no sekojošas izteiksmes:

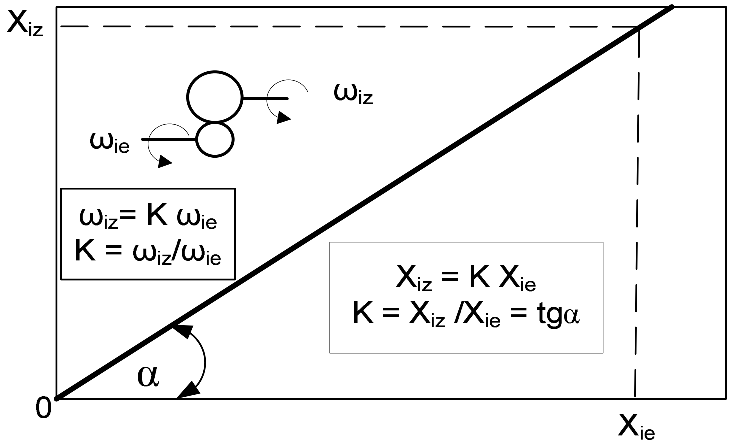
$$K = \frac{X_{iz}}{X_{ie}} = tg\,\alpha \frac{\mu X_{iz}}{\mu X_{ie}}, \qquad (2.1)$$

kur α – statiskās raksturlīknes nolieces leņķis attiecībā pret abscisu asi;

μX_{iz}, μX_{ie} – izejas un ieejas lielumu mēroga koeficienti.

Tātad lineāras ierīces statiskais pārvades koeficients K ir tieši proporcionāls statiskās raksturlīknes nolieces leņķa α pret abscisu asi tangensam. Ja lielumi X_{ie} un X_{iz} ir ar vienādu mērvienību dimensiju un atlikti uz asīm vienādos mērogos, tad $K = tg\alpha$, jo $\mu X_{iz} = \mu X_{ie}$ (2.1. att.).

Sakarība (2.1) izmantojama pie nosacījuma, ja raksturlīkne iet caur koordinātu sākumpunktu. Koeficients K raksturo ierīces galveno statisko īpašību – jutību. Jo lielāks K, jo augstāka ierīces jutībā. Vizuāli to var novērtēt pēc statiskās raksturlīknes nolieces leņķa pret abscisu asi. Jo lielāks α, jo augstāka jutība.



2.1. att. **Lineāras ierīces statiskā raksturlīkne $X_{iz} = K{\cdot}X_{ie}$**
(reduktoram $\omega_{iz} = K\ \omega_{ie}$)

Kā lineāru ierīču raksturīgus piemērus, kuru statiskās raksturlīknes iet caur koordinātu sākumpunktu, var minēt:

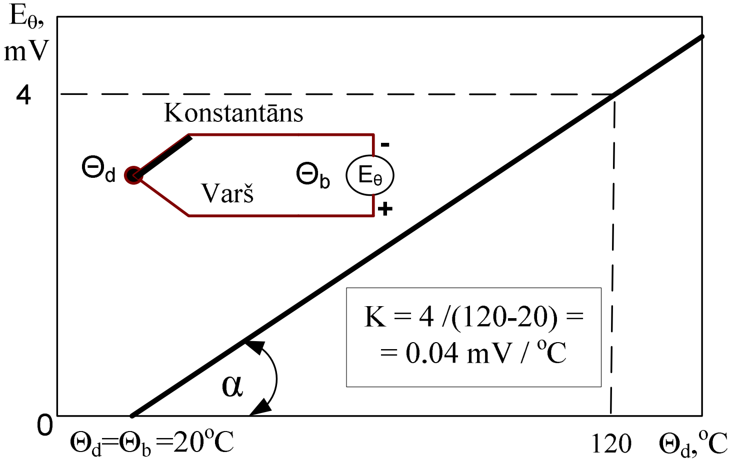
- neelastīgu sviru, kuras pleciem pieliktie spēki ir apgriezti proporcionāli plecu garumiem ($X_{ie} = F_{ie}$, N; $X_{iz} = F_{iz}$, N; $F_{iz} = K\ F_{ie}$);
- mehāniskos pārvadus, t.sk., zobratu reduktoru ar tieši proporcionālu sakarību starp ieejas un izejas vārpstu rotācijas ātrumiem ω_{ie} un ω_{iz}, rad/s (2.1. att.), kuru apraksta statikas vienādojums $\omega_{iz} = K{\cdot}\ \omega_{ie}$;
- līdzstrāvas tahoģenerators, kura ģenerētais spriegums ir tieši proporcionāls enkura vārpstas rotācijas ātrumam ($U_{iz} = K{\cdot}\omega$, kur $K = U_{iz}/\ \omega$, V/ (rad/s));
- potenciometriskais mērīšanas pārveidotājs, kura izejas spriegums ir tieši proporcionāls slīdkontakta pagrieziena leņķim ($U_{iz}=K{\cdot}\alpha$, kur $K=U_{iz}/\alpha$,V/ rad).

Ja raksturlīkne neiet caur koordinātu sākumpunktu (2.2. att.), pārvades koeficientu atrod kā izejas un ieejas lielumu pieaugumu attiecību: $K = \Delta\ X_{iz}/\Delta\ X_{ie}$ vai $K= (X_{iz}-X_{izo})/X_{ie}$, ja raksturlīkne šķērso ordinātu asi, un $K= X_{iz}/(X_{ie} - X_{ieo})$, ja raksturlīkne šķērso abscisu asi.

Kā lineāru ierīču piemērus, kuru statiskās raksturlīknes neiet caur koordinātu sistēmas sākumpunktu, var minēt sekojošus temperatūras mērīšanas pārveidotājus:

- vara termorezistoru, kura elektriskā pretestība R_θ pieaug tieši proporcionāli temperatūrai θ ($R_\theta = R_0 + R_0 \cdot\alpha \cdot\theta = R_0 + K\cdot \theta$), kur pārvades koeficients $K = R_0$, $\alpha = (R_\theta - R_0)/ \theta$, Ω/°C, R_0 – elektriskā pretestība 0 °C temperatūrā, $\alpha = 3{,}26\ 10^{-3}$ 1/ °C – pretestības temperatūras koeficients;
- metāla termopāri, kurš sastāv no divu dažādu metālu vai metālu sakausējumu ar atšķirīgām elektrovadītspējām stieplēm, kuru vieni gali sametināti, veidojot termopāra darba „karsto" galu, bet diviem brīvajiem „aukstajiem" galiem pievieno jutīgu galvanometru vai milivoltmetru.

Termopāris ir ģeneratora tipa temperatūras mērīšanas pārveidotājs. Uzturot temperatūru starpību starp termopāra darba galu θ_d un brīvajiem galiem θ_b, mērinstruments uzrāda elektrodzinējspēku E_θ (2.2. att.). Šo elektrodzinējspēku sauc par termoelektrodzinējspēku, jo to rada minētā temperatūru starpība.



2.2. att. **Vara – konstantāna termopāra statiskā raksturlīkne**

Metāla termopāra statiskā raksturlīkne ir ideāli lineāra un to apraksta sekojošs vienādojums:

$$E_\theta = K\ (\theta_d - \theta_b), \tag{2.2}$$

kur $K = E_\theta /(\theta_d - \theta_b)$ – termopāra statiskais pārvades (jutības) koeficients, mV/°C.

Metāla vai metālu sakausējuma stieples, no kurām izgatavots termopāris sauc par termoelektrodiem. Tos iedala termopozitīvos un termonegatīvos. Termoelektroda polaritāti nosaka attiecībā pret platīnu. Termopāri sastāda no termopozitīva un termonegatīva materiāla. Jo lielāka termopotenciālu starpība, jo augstāka termopāra jutība. Atbilstoši 2.1. tabulas datiem, visjutīgākais ir hromeļa – kopeļa termopāris.

Apskatīsim vara – konstantāna (52% vara + 48% niķeļa sakausējums) termopāri (2.2. att.), kas sastāv no vara un konstantāna termoelektrodiem. Varš ir termopozitīvs, jo dod pozitīvu termopotenciālu attiecībā pret platīnu + (6,5 – 7,5) mikrovolti/ °C, bet konstantāns – termonegatīvs, jo dod negatīvu termopotenciālu – (33 – 35) mikrovolti/ °C. Pēc šo potenciālu starpības var noteikt vara-konstantāna termopāra vidējo jutības koeficientu, ko parasti izsaka milivoltos uz ^oC ($K \approx 0{,}04$ mV/ ^oC).

Termopāra statiskā raksturlīkne šķērso abscisu asi pie temperatūras $\theta_d = \theta_b$, jo tad $E_\theta = 0$. Termopāra statiskā raksturlīkne iet caur koordinātu sākumpunktu, ja brīvo galu temperatūra $\theta_b = 0$ ^oC.

2.1. tabula

Termoelektrodu materiālu fizikālie parametri

Materiāls	Termopotenciāls attiecībā pret platīnu, μV/^oC	Tilpuma masa	Īpatnējā siltumietilpība	Īpatnējā pretestība
		γ, 10^3 kg/m^3	c, kJ/(kg· ^oC)	ρ, 10^{-6} $\Omega \cdot$m
Alumīnijs	+4,0	2,7	0,699	0,025...0,028
Alumels 95%Ni+ +5% (Al,Si,Co,Mn)	-(10,2...13,8)	8,5	0,942	0,33...0,35
Tīra dzelzs	+18,0	7,86	0,502	0,091
Konstantāns 52% Cu+48% Ni	-35,0	8,9	0,410	0,45...0,5
Kopels 55% Cu + +45% Ni	-40,0	9,0	0,430	0,49
Elektrotehniskais varš	+7,5	8,9	0,392	0,017
Nihroms 80% Ni+20%Cr	+(15...25)	8,2	0,510	0,95...1,05
Niķelis	-(15,0...15,4)	8,75	0,452	0,118...0,138
Platīns	+0,00	21,32	0,134	0,098...0,106
Platīnrodijs 70% Pt+30%Rh 90% Pt+10%Rh	 +6,4 +13,0	 - -	 - -	 0,190 -
Hromels 89%Ni+9,8%Cr+ +1%Fe + 0,2% Mn	+(27,2...31,3)	8,7	0,610	0,7

Rezumēsim apskatīto lineāro ierīču galvenās pozitīvās īpašības:

- lineāras statiskās raksturlīknes, līdz ar to nemainīga jutība un konstanti statiskie pārvades koeficienti visā ieejas parametru izmaiņas apgabalā;
- lineāru ierīču un līdz ar to arī lineāru sistēmu, kuras sastāv no šādām ierīcēm, dinamiskos procesus apraksta diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem, kas ievērojami atvieglo dinamisko procesu analīzi un modelēšanu.

2.2. Nelineāras ierīces to statiskās raksturlīknes

Reālas AVS komplektējas no lineārām un nelineārām komponentēm. Nelineārai ierīcei vienmērīgai ieejas lieluma X_{ie} izmaiņai atbilst nevienmērīga izejas lieluma X_{iz} izmaiņa. Tad statisko sakarību $X_{iz} = f(X_{ie})$ apraksta nelineārs vienādojums un grafiski attēlo nelineāra raksturlīkne. Atšķirībā no lineārām ierīcēm, nelineāru ierīču statiskais pārvades koeficients ir mainīgs lielums un atkarīgs no X_{ie} . Tātad nelineārai ierīcei $K = f(X_{ie})$.

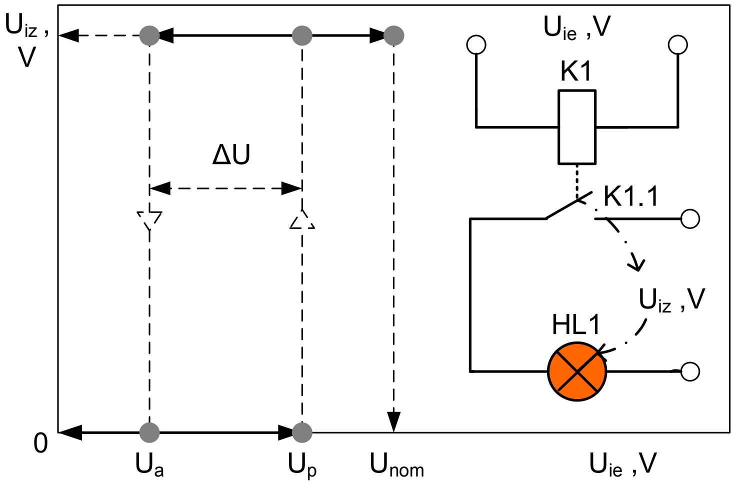
Lielākā daļa AVS komponentu ir nelineāras un to dinamiskās īpašības apraksta nelineāri diferenciālvienādojumi ar mainīgiem koeficientiem, kuru atrisināšana ir samērā sarežģīta un dažreiz pat neiespējama. Tādēļ svarīgi noskaidrot nelineāro statisko raksturlīkņu linearizācijas iespējas.

Nelineāras (reālās) un linearizētās (ideālās) raksturlīknes sakritību pēta intervālā, kurā reālos apstākļos mainās dotais ieejas lielums. Ja atšķirība starp aizvietojamo līklīnijas un linearizētu taisnes raksturlīkni ir nepieļaujami liela, nepieciešams vai nu samazināt ieejas lieluma izmaiņas apgabalu, vai atteikties no linearizācijas un pielietot nelineāro sistēmu analīzes metodes.

Nelineāru statisko raksturlīkņu linearizācijas iespējas nosaka Dirihlē nosacījumi. Nelineāra funkcija ir analītiski linearizējama ierobežotā parametru izmaiņas apgabalā, ja:

- tā ir vienmērīga nepārtraukta šajā apgabalā bez pārrāvumiem un lūzumiem;
- tās pirmās kārtas atvasinājums arī ir nepārtraukts.

Tātad nelineāru ierīču statiskās raksturlīknes var būt **nepārtrauktas** un **pārtrauktas**. Apskatīsim nelineāru ierīču piemērus. Praksē plaši pielietota ierīce ar pārtrauktu statisko raksturlīkni ir elektromagnētiskais relejs (2.3. att.). Tā ieejas lielums ir spriegums U_{ie}, kas tiek pievadīts releja spolei K1, bet izejas lielums ir spriegums U_{iz}, kas tiek pievadīts patērētājam (signālspuldzei HL1). Visu releju raksturīga īpatnība, ka, mainoties ieejas signālam vienmērīgi, izejas signāls mainās lēcienveidīgi. Pakāpeniski palielinot spoles spriegumu no $U_{ie} = 0$ līdz $U_{ie} = U_p$, izejas spriegums nemainās $U_{iz} = 0$. Sasniedzot $U_{ie} = U_p$, notiek pārejas process un relejs ieslēdzas. Saslēdzas tā kontakts K1.1 un iedegas signālspuldze HL1, jo releja izejas spriegums U_{iz} pieaug lēcienveidīgi no nulles līdz nominālajai vērtībai (2.3. att.). Elektromagnētisko releju spoļu nominālo spriegumu $U_{nom} \geq 1{,}2\ U_p$ izvēlas no standartspriegumu rindas – 6, 12, 24, 36, 48, 60, 110, 220 V.



2.3. att. **Elektromagnētiskā releja statiskā raksturlīkne $U_{iz} = f(U_{ie})$**

Pakāpeniski samazinot spoles spriegumu no $U_{ie} = U_p$ līdz $U_{ie} = U_a$, notiek releja izslēgšanās. Pārtraucas tā kontakts K1.1 un signālspuldze HL1 nodziest, jo spriegums uz tās samazinās lēcienveidīgi no nominālās vērtības līdz nullei. Tātad elektromagnētiskajam relejam nav viennozīmīgas sakarības starp ieejas un izejas spriegumu izmaiņu. Līdz ar to tā statiskā raksturlīkne nav analītiski linearizējama, jo neapmierina Dirihlē nosacījumus.

Atšķirībā no lineārām ierīcēm (termopāris, termorezistors, tahoģenerators), kuru jutību raksturo statiskais pārvades koeficients, releju jutību raksturo atgriešanas koeficients: $K_a = U_a/U_p = 1 - \Delta U/U_p$, kur ΔU ir releja nejutības zona. Jo mazāks ΔU, jo relejam augstāka jutība. Zemas jutības relejiem K_a = 0,2 – 0,3; vidēji jutīgiem relejiem K_a = 0,4 – 0,5, bet relejiem ar augstu jutību K_a = 0,8 – 0,9. No zemas jutības relejiem veido laika relejus, vidējas jutības releji galvenokārt tiek izmantoti kā elektrisko ķēžu komutācijas releji, bet augstas jutības relejus izmanto minimālā sprieguma kontrolei.

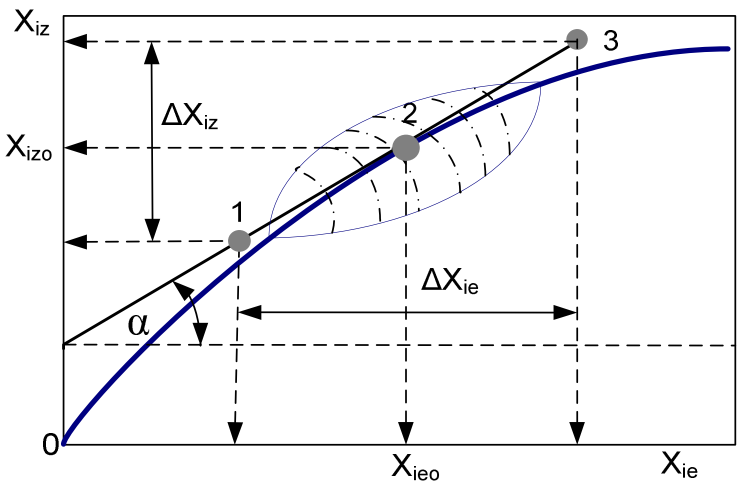
Automātikā elektromagnētiskos relejus apskata kā nelineārus jaudas pastiprinātājus, jo pievadot releja spolei relatīvi mazas jaudas elektrisko signālu P_{ie} (W), no tā kontaktiem var noņemt ievērojami lielākas jaudas signālu P_{iz} (W). To izsaka ar jaudas pastiprinājuma koeficientu: $K_p = P_{iz}/P_{ie} = U_{iz} \cdot I_{iz}/U_{ie} \cdot I_{ie}$, kur I_{ie} un I_{iz} ir attiecīgi releja spoles un kontaktu strāvas.

Piemērs. Dots: U_{ie} = 24V, I_{ie} = 20mA, U_{iz} = 220V, I_{iz} = 2A. Ievietojot skaitliskos lielumus, iegūstam: K_p = 220V ·2A/24V·0,02A = 917.

Apskatīsim ierīces ar nepārtrauktu nelineāru statisko raksturlīkni (2.4. att.). Šāda statiskā raksturlīkne ir fotorezistoram, ja tā ieejas lielums ir apgaismojums X_{ie} = =E(lx), bet izejas lielums – fotostrāva $X_{iz} = I_f$ (mA).

Palielinot apgaismojumu E, fotostrāvas pieaugums pakāpeniski samazinās, jo darbojas piesātinājuma efekts. Tas nozīmē, ka augot apgaismojumam fotorezistora jutība samazinās, resp., samazinās tā statiskais pārvades koeficients K.

Projektējot fotoreleju ar fotorezistoru nevar pieņemt, ka K = const. visā parametru izmaiņas apgabalā. Jāizvēlas ierobežots ierīces darba apgabals, kurā fotorezistora statisko raksturlīkni I_f = f(E) var linearizēt, resp., aizstāt nelineāro raksturlīkni ar lineāru (2.4. att.).



2.4. att. **Nelineāras statiskās raksturlīknes grafoanalītiska linearizācija**

Lai iegūtu ierīces statiskos raksturojumus ierobežotam darba apgabalam, linearizē tās statisko raksturlīkni šī apgabala robežās. Ja statiskā raksturlīkne uzņemta eksperimentāli, izmanto grafoanalītisko metodi. Ja statiskā raksturlīkne uzdota matemātiskas izteiksmes veidā, tad izmanto analītisko metodi, izvirzot nelineāru funkciju Teilora rindā.

Vispirms apskatīsim grafoanalītisko metodi (2.4. att.). Linearizēsim nepārtraukto nelineāro statisko raksturlīkni $X_{iz} = f(X_{ie})$ punkta 2 apkārtnē. Šai nolūkā caur punktu 2 velkam pieskari un aizstājam reālo (nelineāro) raksturlīkni ar idealizētu (lineāru) raksturlīkni.

Redzam, ka attālinoties no punkta 2, idealizētā raksturlīkne arvien vairāk attālinās no reālās raksturlīknes un linearizācijas kļūda palielinās. Tas nozīmē, ka nelineāro raksturlīkni var aizstāt ar lineāru raksturlīkni ierobežotā apgabalā, kura centra koordinātas apzīmējam ar X_{izo} un X_{ieo}.

Linearizācijas relatīvā kļūda uz apgabala robežām izsakāma sekojoši:

$$\gamma_{iz} = (X_{izr} - X_{izi}) / X_{izr} \cdot 100\%, \tag{2.3}$$

kur X_{izi} – izejas parametra idealizētā vērtība uz apgabala robežas;

X_{izr} - izejas parametra reālā vērtība uz apgabala robežas.

Atbilstoši inženierpraksē pieņemtām prasībām izvēlas $\gamma_{iz} \leq \pm\ 5\%$.

Izmantojot linearizēto raksturlīkni, noteiksim ierīces statisko pārvades koeficientu apgabalā ap punktu 2. Šai nolūkā atliekam uz pieskares divus brīvi izvēlētus punktus 1 un 3. Novelkam šo punktu projekcijas uz abscisas un ordinātas asīm, un nosakām ieejas un izejas lielumu pieaugumus ΔX_{ie} un ΔX_{iz}. Tad statisko sakarību starp mainīgo lielumu pieaugumiem var izteikt sekojoši:

$$\Delta X_{iz} = K_2\ \Delta X_{ie}, \tag{2.4}$$

kur $K_2 = \Delta X_{iz} / \Delta X_{ie} \sim tg\alpha$ – ierīces statiskais pārvades koeficients iezīmētajā apgabalā ir tieši proporcionāls pieskares nolieces leņķa pret abscisas asi tangensam.

Ārpus iezīmētā apgabala koeficienta K lielumu nāksies izmainīt: pirms apgabala – palielināt, aiz apgabala – samazināt, jo būtiski izmainīsies pieskares nolieces leņķis pret abscisas asi.

2.3. Nelineāru statisko raksturlīkņu analītiskā linearizācija

Apskatīsim nelineāras statiskās raksturlīknes (2.4. att.) analītisko linearizāciju. Pieņemsim, ka tā uzdota ar analītisku funkciju, kas apmierina Dirihlē nosacījumus. Tad var pielietot mazo noviržu metodi, pēc kuras uzdoto analītisko funkciju izvirza Teilora rindā kāda punkta apkārtnē, kurā dotais ieejas lielums izmainās ierīces darbības procesā. Jo mazāks būs ieejas un izejas lielumu izmaiņas apgabals, jo augstāka būs linearizācijas precizitāte.

Pieņemsim, ka ierīce darbojas apgabalā, kura centrs ir punktā 2 ar koordinātām X_{ieo} un X_{izo}, kas ir linearizācijas sākuma nosacījumi. Izvirzot nelineāro funkciju $X_{iz} = f(X_{ie})$ Teilora rindā, iegūst sekojošu izteiksmi:

$$\begin{aligned} X_{iz} &= X_{izo} + \frac{d\,X_{iz}}{d\,Xie_{\,|\,X_{ie}=X_{ie_o}}} \cdot \frac{(X_{ie} - X_{ieo})}{1!} + \frac{d^2 X_{iz}}{d\,X^2_{ie\,|\,Xie=Xieo}} \cdot \frac{(X_{ie} - X_{ie_o})^2}{2!} + \ldots \\ &+ \frac{d^n X_{iz}}{dX^n_{ie\,|\,X_{ie}=X_{ieo}}} \cdot \frac{(X_{ie} - X_{ie_o})^n}{n!};\ X_{iz} = X_{iz_0} + \left|\frac{d\,X_{iz}}{d\,X_{ie}}\right| \Delta X_{ie\,|\,Xie=Xieo} + N\ , \end{aligned} \tag{2.5}$$

kur N – Teilora rindas nelineārais atlikums, kas nosaka linearizācijas kļūdu.

Atmetot Teilora rindas nelineāro atlikumu iegūst lineāru funkciju:

$$X_{iz} \approx X_{iz_o} + \left[\frac{dX_{iz}}{d\,X_{ie}} \right] \cdot \Delta X_{ie\,|\,Xie=Xieo} \;;\Delta X_{iz} = \left[\frac{d\,X_{iz}}{dX_{ie}} \right] \cdot \Delta X_{ie\,|\,Xie=Xieo} \,, \qquad (2.6)$$

no kurienes atrod ierīces statisko pārvades koeficientu K_2 ierobežotā apgabalā ap punktu 2:

$$K_2 = \frac{\Delta X_{iz}}{\Delta X_{ie}} = \left[\frac{d\,X_{iz}}{dX_{ie}} \right]_{|\,Xie=Xieo} . \qquad (2.7)$$

No izteiksmēm (2.4 un 2.7) redzams, ka grafoanalītiski un analītiski noteiktās statiskā pārvades koeficienta K_2 vērtības raksturlīknes punktā 2 sakrīt.

2.4. Astatiskas ierīces, to īpašības un ātruma koeficients

Līdz šim apskatījām ierīces, kurām stacionārā režīmā ir noteikta nostabilizējusies sakarība starp ieejas un izejas parametriem. Taču AVS struktūrā tiek izmantotas arī tādas ierīces, kurām nav statisko raksturlīkņu un statiskas sakarības starp ieejas un izejas lielumiem. Šādas ierīces sauc par astatiskām (integrējošām) ierīcēm, kurām pie konstanta ieejas signāla izejas signāls stacionārā stāvoklī aug ar nemainīgu ātrumu vai paātrinājumu.

Astatiskām ierīcēm (elektriskajiem vai hidrauliskajiem izpildmehānismiem, integratoriem u.c.) nav statisko raksturlīkņu, kas attēlo funkciju $X_{iz} = f(X_{ie})$. To raksturošanai izmanto sakarību $v_{Xiz} = f(X_{ie})$, kur v_{Xiz} – izejas lieluma izmaiņas ātrums kā funkcija no ieejas lieluma. Tātad astatiskām ierīcēm ir statiska sakarība starp izejas lieluma izmaiņas ātrumu un ieejas lielumu, nevis starp pašiem izejas un ieejas lielumiem.

Kā tipiskas astatiskas ierīces piemēru apskatīsim elektrisku izpildmehānismu, kurš sastāv no līdzstrāvas elektrodzinēja, zobratu reduktora pārvada, izejas vārpstas rotācijas ātruma samazināšanai, un droseļvārsta šķidruma vai gāzes plūsmas regulēšanai cauruļvadā (2.5. att.).

Izpildmehānisma ieejas lielums ir līdzstrāvas elektrodzinēja enkura spriegums U (V), bet izejas lielums plūsmas regulēšanas vārsta pagrieziena leņķis φ(rad).

Stacionārā režīmā izpildmehānisma darbību apraksta sekojošs vienādojums:

$$\omega = k_\omega \cdot U, \qquad (2.5)$$

kur $\omega = \varphi/t$ – izpildmehānisma izejas vārpstas rotācijas ātrums, rad/s;

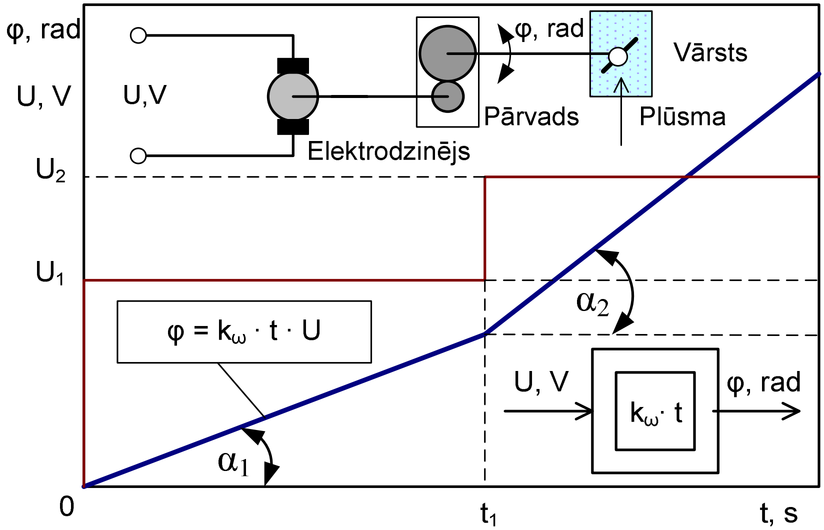
$k_\omega = \omega /U$ - izpildmehānisma darbības ātruma koeficients (rad/s)/V;

t – tekošais laiks, s.

No izteiksmes (2.5) iegūstam sakarību starp izpildmehānisma ieejas lielumu U un izejas lielumu φ:

$$\varphi = k_\omega \cdot t \cdot U. \qquad (2.6)$$

Tā kā dotajam izpildmehānismam k_ω = const., tad pie nemainīga ieejas sprieguma U izejas lielums φ pieaug proporcionāli laikam t. Palielinot elektrodzinēja barošanas spriegumu no $U = U_1$ uz $U = U_2$ proporcionāli palielinās φ augšanas ātrums Uzskatāmi to parāda astatiskās raksturlīknes nolieces leņķa pieaugums no α_1 uz α_2, jo $\omega_1 = k_\omega \cdot U_1 \sim \mathrm{tg}\,\alpha_1$, bet $\omega_2 = k_\omega \cdot U_2 \sim \mathrm{tg}\,\alpha_2$ (2.5. att.).



2.5. att. **Elektriska izpildmehānisma astatiskā raksturlīkne $\varphi = f(t)$: $U_2 > U_1$**

Astatiskas ierīces iekļaušana AVS struktūrā paaugstina tās darbības precizitāti, jo samazina vai pilnīgi likvidē statisko kļūdu, taču vienlaicīgi samazina sistēmas stabilitāti, resp., palielina tās svārstīgumu.

2.5. Statisko raksturlīkņu eksperimentāla uzņemšana

Lai nodrošinātu nepieciešamo AVS darbības kvalitāti un izvēlētos atbilstošas vadības un izpildes iekārtas, nepieciešams zināt vadības objekta statiskos un dinamiskos raksturojumus. Tos var noteikt analītiski, sastādot statikas vai dinamikas vienādojumus, vai eksperimentāli uzņemot statiskās vai dinamiskās raksturlīknes. Pie kam eksperimentāli iegūtās raksturlīknes vienmēr ir ticamākas.

Vadības objekta eksperimentālās pētīšanas metodes izvēle atkarīga no:

- eksperimenta izpildes apstākļiem;
- pētāmā lieluma izmaiņas robežām;
- tehnoloģiskajām prasībām un perturbāciju rakstura.

Nepieciešamos eksperimentālos datus var iegūt pasīvā vai aktīvā eksperimenta veidā. Pasīvā eksperimenta metode pamatojas uz kontrolējamo parametru reģistrāciju vadības objekta normālas darbības režīmā. Aktīvā eksperimenta metode pamatojas uz speciālu mākslīgu iedarbju pielikšanu pēc iepriekš ieplānotas programmas. Taču daudziem objektiem šādu mākslīgu iedarbju pielikšana nav pieļaujama, jo var izjaukt tehnoloģiskā procesa pareizu norisi. Piemēram, pētīt darbībā esoša tvaika katla reakciju uz mākslīgi organizētu tvaika patēriņa izmaiņu, jo tas var traucēt tvaika patērētāju normālu darbību. Tāpēc zināmas priekšrocības ir pasīvajam eksperimentam.

Pirms eksperimenta sākšanas izpēta vadības objekta uzbūvi un tā darbības tehnoloģiskos režīmus, pie kam noskaidro, kādas galvenās regulējošās un ārējās iedarbes pieliktas objektam, kā arī kādi parametri jākontrolē objekta izejā. Pamatojoties uz šīm iepriekš savāktajām ziņām, sastāda objekta struktūrshēmu, kurā parāda galvenos ieejas un izejas lielumus.

Uzņemot vadības objekta statiskās raksturlīknes ar aktīvā eksperimenta metodi, pēc noteiktiem laika sprīžiem Δ t dod pieaugumu vienam no ieejas lielumiem, uzturot pārējos ieejas lielumus konstantus. Novērojumu laiku izvēlas pēc nosacījuma $\Delta t \geq t_p$, kur t_p – pārejas procesa laiks (mainīgā izejas lieluma nostabilizēšanās laiks).

Ieejas lielumu X_{ie} pakāpeniski izmaina no minimālās līdz maksimālajai vērtībai, reģistrējot izejas lieluma X_{iz} izmaiņu katrā laika intervālā Δ t. Pēc tam līdzīgu eksperimentu sēriju veic mainot citu ieejas lielumu. Kad izpētītas visu ieejas lielumu iedarbes uz visiem izejas lielumiem, noskaidro perturbāciju P_i iespaidu uz objektu, pie konstantiem ieejas lielumiem X_{ie} = const. Vienkāršiem objektiem parasti ir viens ieejas lielums, viens izejas lielums un viena galvenā perturbācija. Pārējās mazsvarīgākās perturbācijas neņem vērā. Pareiza galveno iedarbju izvēle prasa zināmu pieredzi un inženiera intuīciju. Mazsvarīgāko iedarbju atmešana ievērojami samazina eksperimentālā darba apjomu.

Pasīvā eksperimenta gaitā tiek reģistrēts liels daudzums informācijas. Iegūtos datus pēc tam apstrādā ar korelācijas un regresijas analīzes metodēm. Gala rezultātā iegūst vadības objekta vidējās statiskās raksturlīknes.

2.6. Statisko vienādojumu sastādīšanas un analīzes piemēri

2.6.1. Termistora statisko raksturojumu aprēķins un modelēšana

Termistori ir pusvadītāju termorezistori ar augstu jutību pret temperatūru, kas 10...20 reižu pārsniedz metāla termorezistoru (vara, platīna) ar vienādu sākuma pretestību (20 °C temperatūrā) jutību.

Termistoru īpašības izskaidrojamas ar pusvadītāju struktūru. Normālos apstākļos pusvadītājos ir mazs brīvo lādiņnesēju (elektronu) daudzums. Pieaugot temperatūrai, to skaits strauji palielinās, kas izsauc elektriskās pretestības samazināšanos.

Termistorus izgatavo no vara-mangāna, kobalta-mangāna, vara-kobalta-mangāna vai niķeļa-kobalta-mangāna oksīdu pusvadītājiem.

Statisko sakarību starp termistora pretestību R_θ un temperatūru θ izsaka eksponenciāla sakarība:

$$R_\theta = A \cdot e^{B/T}, \tag{2.7}$$

kur A un B – skaitliski koeficienti, kas raksturo termistora materiāla jutību un tā konstruktīvo izveidojumu;

T - temperatūra, izteikta Kelvina grādos $(T = \theta + 273)$, °K;

Θ – temperatūra, izteikta Celsija grādos, °C.

Termistora statiskā raksturlīkne $R_\theta = f(\theta)$ (2.6. att.) ir nepārtraukta nelineāra līkne, ko apraksta eksponenciāla funkcija (2.7).

Ja eksperimentāli uzņemti termistora statiskās raksturlīknes divi punkti – $R_{\theta 1}$ temperatūrā θ_1 un $R_{\theta 2}$ temperatūrā θ_2, tad pārējos punktus var aprēķināt, izmantojot izteiksmi (2.7).

Vispirms aprēķina koeficientu B. Šai nolūkā uzraksta termistora pretestību izteiksmes temperatūrām θ_1 un θ_2:

$$R_{\theta_1} = A \cdot e^{B/T_1} \quad un \quad R_{\theta_2} = A \cdot e^{B/T_2}, \tag{2.8}$$

kur $T_1 = (\theta_1 + 273)$, °K; $T_2 = (\theta_2 + 273)$, °K.

Dalām pirmo izteiksmi ar otro izteiksmi un logaritmējam iegūtā vienādojuma abas puses. Pēc tam, izdarot attiecīgus matemātiskus pārveidojumus, iegūstam izteiksmi koeficienta B aprēķināšanai:

$$B = [T_1 \cdot T_2 / (T_2 - T_1)] \ln(R_{T_1} / R_{T_2}). \tag{2.9}$$

Koeficienta B mērvienība ir Kelvina grāds, ^oK.

Koeficients A vienāds ar dotā termistora pretestību ja $\theta \to \infty$ un raksturo materiāla elektriskās īpašības. Koeficientu A var aprēķināt no izteiksmēm (2.8):

$$A = R_{\theta_1} \cdot e^{-B/T_1} \;\; vai \quad A = R_{\theta_2} \cdot e^{-B/T_1}, \tag{2.10}$$

Koeficientam A ir elektriskās pretestības mērvienība, Ω.

Atvasinot izteiksmi (2.7) pēc temperatūras, iegūstam termistora statisko pārvades koeficientu, kas raksturo tā jutību dažādās temperatūrās:

$$K = \frac{dR_\theta}{dT} = \frac{d(A \cdot e^{B/T})}{dT} = -\frac{B}{T^2} \cdot R_\theta = -\alpha \cdot R_\theta, \tag{2.11}$$

kur $\alpha = -B/T^2$ – termistora pretestības temperatūras koeficients,$1/^oK$.

Mīnusa zīme izteiksmē (2.11) norāda, ka paaugstinoties temperatūrai termistora pretestība samazinās. Redzam, ka koeficients K nav konstants lielums, bet mainās atkarībā no temperatūras. Paaugstinoties temperatūrai, termistora jutība būtiski samazinās.

No automātiskās vadības viedokļa svarīgākie termistora kā mērīšanas pārveidotāja raksturlielumi ir statiskais pārvades koeficients K un laika konstante T. Laika konstanti var noteikt eksperimentāli vai aprēķināt analītiski. Šo jautājumu sīkāk aplūkosim, analizējot mērīšanas pārveidotāju dinamiskās īpašības.

Ņemot vērā termistora raksturlīkņu nelinearitāti, koeficientu K jāaprēķina noteiktam darba punktam. To veic pēc iepriekš iegūtās analītiskās izteiksmes vai arī grafoanalītiski, velkot pieskari darba punktā pret raksturlīkni $R_\theta = f(\theta)$ (2.6. att.).

Noteiksim termistora statisko jutību punktos 1 un 2. Šai nolūkā caur izvēlētajiem punktiem velk pieskares, uz kurām atliek divus brīvi izvēlētus punktus a, b un c, d. Atrod šo punktu projekcijas uz abscisas θ un ordinātas R_θ asīm un nosaka atbilstošās temperatūru un pretestību izmaiņas. Pēc tam aprēķina termistora statiskos pārvades koeficientus K_1 un K_2 ierobežotiem statiskās raksturlīknes apgabaliem ap punktiem 1 un 2: $K_1 = \Delta R_{\theta 1} / \Delta \theta_1$; $K_2 = \Delta R_{\theta 2} / \Delta \theta_2$. Redzam, ka $K_2 < K_1$. Tātad pieaugot temperatūrai termistora jutība būtiski samazinās.

Termistora statisko raksturlīkni var linearizēt ievērojami plašākā temperatūru intervālā, izveidojot linearizācijas ķēdes no aktīvo rezistoru virknes un paralēlā slēguma vai operacionālā pastiprinātāja shēmas.

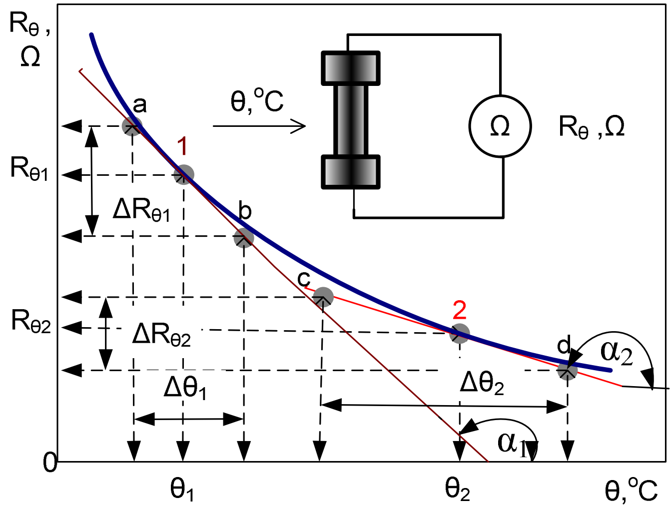
Piemērs. Noteikt termistora CT3-14 galvenos raksturlielumus, ja $R_{\theta 1} = 2{,}2$ kΩ pie $T_1 = \theta_1 + 273 = 20\ ^oC + 273 = 293\ ^oK$ un $R_{\theta 2} = 170$ Ω pie $T_2 = \theta_2 + 273 = 100\ ^oC + 273 = 373\ ^oK$.

Atrisinājums.

$$B = \frac{293 \cdot 373}{373 - 293} \ln 2200 / 170 = 1366 \cdot 2{,}56 = 3498\ ^oK. \quad A = 2200\ e^{-3498/293} \approx 0{,}014\ \Omega.$$

Statiskie pārvades koeficienti: $K_1 = -3498/293^2 \cdot 2200 = -89{,}6\ \Omega/^oK$ (punktā 1); $K_2 = -3498/373^2 \cdot 170 = -4{,}3\ \Omega/^oK$ (punktā 2).

Koeficientu skaitliskās vērtības nemainās, nomainot Kelvina skalu ar Celsija skalu, jo temperatūras grāda vērtība abās skalās ir vienāda.



2.6. att. **Termistora statiskās raksturlīknes $R_\theta = f(\theta)$ linearizācija punktos 1 un 2**

Redzam, ka paaugstinoties temperatūrai no 20 °C līdz 100 °C, termistora CT3-14 jutība samazinās vairāk nekā 20 reizes.

Plašu termistoru lietošanu precīzos temperatūras mērījumos ierobežo to raksturlīkņu lielā izkliede un nestabilitāte. Standarti pieļauj termistoru nominālās pretestības izkliedi par ±20%. Izturot termistorus ilgstoši pie maksimāli pieļaujamās temperatūras, to pretestība var izmainīties par ±3%. Atrodoties glabāšanā 18 mēnešus, termistora pretestības izmaiņa nepārsniedz ±(1...3)%, bet 10 gadu laikā tā jau sasniedz ±30%.

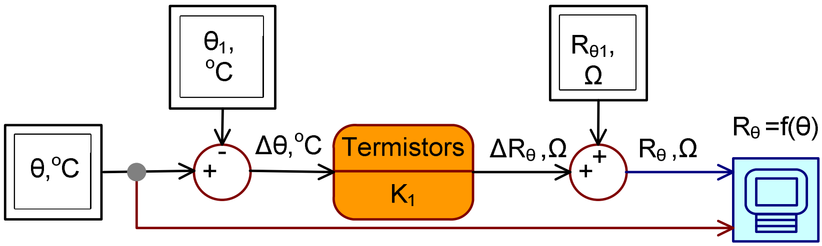
Prakse parāda, ka normālos ekspluatācijas apstākļos pirmo 2...3 tūkst. stundu laikā termistoru pretestība izmainās par 3...5%. Taču nākošajās 10 tūkst. stundās tā izmainās tikai par dažām procenta desmitdaļām. Tas liecina, ka nepieciešama termistoru trenēšana (mākslīga parametru stabilizēšana) zem slodzes.

Raksturlīkņu lielās izkliedes un nelinearitātes dēļ termistoru mērīšanas pārveidotāji nav savstarpēji apmaināmi. Tas nozīmē, ka nepieciešams individuāls termistoru pārveidotājs katram temperatūras kontroles aparātam. Ja mērīšanas pārveidotājs iziet no ierindas, to nevar tieši aizstāt ar tās pašas markas un nomināla termistoru. Rezerves elements speciāli jāpiemeklē vai tā raksturlīkne mākslīgi jākoriģē.

Apskatīsim termistora linearizētās statiskās raksturlīknes modelēšanu nelielā temperatūras θ izmaiņas apgabalā ap punktu 1 ar koordinātēm θ_1 un R_{θ_1}. Šim nolūkam var izmantot Matlab apakšprogramma „Simulink”. Tā ir uz blokshēmām balstīta datorprogramma, kas dod iespēju modelēt tehnisku ierīču un inženiersistēmu statiskos un dinamiskos režīmus.

Pieņemsim, ka termistors ir iebūvēts elektroapsildāmās grīdas panelī tā temperatūras kontrolei, kas mainās robežās $\theta = \theta_1 \pm \Delta\theta_1 / 2$ ar maksimālo izmaiņas diapazonu $\Delta\theta_1$, kam atbilst pretestības izmaiņa ΔR_{θ_1}. Termistora pretestība punktā 1 ir R_{θ_1}, bet statiskais pārvades koeficients $K_1 = -\Delta R_{\theta_1} / \Delta\theta_1 , \Omega/^{o}C$. (2.6. att.).

Reālā iekārtā operē nevis ar mainīgo lielumu pieaugumiem, bet ar to absolūtajām vērtībām. Tādēļ modelēšanas shēmu veido tā, lai iegūtu sakarību starp kontrolējamās vides temperatūru un termistora elektrisko pretestību $R_\theta = f(\theta)$ (2.7. att.). Šai nolūkā modelēšanas blokshēmas ieejā uzstāda lineāri augoša signāla ģeneratoru, kurš ģenerē dažādas temperatūras skaitliskās vērtības uzdotajā izmaiņas apgabalā $\theta = \theta_0 + v_\theta\, t$, kur v_θ - izvēlētais temperatūras izmaiņas ātrums, °C/s, bet temperatūras izmaiņas apgabals: $\theta_{\min} = (\theta_1 - \Delta\theta_1 / 2) \le \theta \le \theta_{\max} = (\theta_1 + \Delta\theta_1 / 2)$.



2.7. att. **Termistora linearizētās raksturlīknes Rθ=f(θ) modelēšanas blokshēma**

Modelēšanas shēmas izejā pievienots divkoordinātu ploteris ar divām ieejām. Uz vienu no tām padod neatkarīgo mainīgo ieejas lielumu – temperatūru θ, bet uz otru – atkarīgo mainīgo izejas lielumu – elektrisko pretestību R_θ. Ploteris formē statisko raksturlīkni $R_\theta = f(\theta)_{\theta_{\min} \le \theta \le \theta_{\max}}$. Modelēšanas shēmā iekļauti divi summatori un termistors, kura statiskās īpašības apraksta koeficients K_1. Tā kā augot temperatūrai termistora elektriskā pretestība samazinās, tad koeficienta K_1 skaitliskā vērtība jāievada ar mīnusa zīmi, piemēram, $K_1 = -35\ \Omega / {}^{\circ}C$.

Modelēšanas shēmā notiek sekojoši pārveidojumi:

$$(\theta - \theta_1) = \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta \cdot K_1 = \Delta R_\theta \rightarrow (\Delta R_\theta + R_{\theta_1}) = R_\theta . \qquad (2.12)$$

Simulētā linearizētā termistora statiskā raksturlīkne $R_\theta = f(\theta)$ ierobežotā θ izmaiņas apgabalā vizualizējas koordinātu X un Y sistēmā, kur $X = \theta, Y = R_\theta$.

Modelēšanas blokshēmas (2.7. att.) sastādīšanai no „Simulink” standarta bloku bibliotēkas izvēlas sekojošus blokus:

- lineāra signāla ģeneratoru „Ramp”;
- summatoru „Sum”;
- konstanta signāla ģeneratoru „Constant”;
- divkoordinātu ploteri „XY Graph”.

Termistora elektriskās pretestības izmaiņas ΔR_θ modelēšanai ieteicams izvēlēties slīdņa pastiprinātāju „Slider Gain”, jo tam ērti mainīt koeficienta K_1 skaitlisko vērtību izvēlētajās robežās $K_{1_{\min}} \le K_1 \le K_{1_{\max}}$, pārbīdot iestatīšanas slīdni.

Lai modelētu linearizētu statisko raksturlīkni punktā 2, modelēšanas blokshēmā jāievada koordinātu θ_2 un R_{θ_2} skaitliskie lielumi.

Temperatūras precīza mērīšana, kontrole un automātiska regulēšana ir nepieciešama daudzos tehnoloģiskos procesos. Kā tipiskus piemērus var minēt:

- ēku apsildes, ventilācijas un gaisa kondicionēšanas sistēmas;
- produktu un materiālu hidrotermiskās apstrādes un žāvēšanas procesi;

- tvaika katli, tvaika ģeneratori un ūdens apsildes katli;
- metālu un citu materiālu kausēšanas krāsnis;
- siltuma enerģijas patēriņa uzskaites iekārtas.

Modernie temperatūras mērīšanas pārveidotāji sastāv no temperatūras jutīga elementa – sensora un elektroniska pārveidotāja, kurš sensora signālu pārveido unificētā signālā (0 – 20 mA, 4 – 20 mA vai 0 – 10 V). Tas dod iespēju dažāda tipa mērīšanas pārveidotājus savietot ar vadības kontrolleriem. Dažu, praksē plaši piedāvātu, temperatūras mērīšanas pārveidotāju tehniskie dati doti 2.2. tabulā.

2.2. tabula

Temperatūras mērīšanas pārveidotāju tehniskie dati

Nosaukums	Apzīmējums	Mērāmo temperatūru diapazons,^{o}C	Jutība	Temperatūras mērīšanas kļūda
Termopāri	Platīns - platīnrodijs Hromels - kopels	-200…+1600 -200…+800	6,4μV/^{o}C 69 μV/^{o}C	±(0,3^{o}C+ +0,7%|θ|)
Platīna termorezistori	Pt100($R_0{}^{o}{}_C$=100Ω) Pt500($R_0{}^{o}{}_C$=500Ω) Pt1000($R_0{}^{o}{}_C$=1000Ω)	-60…+400	0,4 Ω/^{o}C 2 Ω/^{o}C 3,85 Ω/^{o}C	±(0,3^{o}C+ +0,5%|θ|)
Pusvadītāju termistors	NTC-20K ($R_{25}{}^{o}{}_C$=20KΩ)	-30…+140	0,8-1,0 KΩ/^{o}C	±(0,3^{o}C+ +1%|θ|)

2.6.2. Elektriska sildelementa statisko raksturojumu modelēšana

Elektriskos sildelementus praksē pielieto samērā plaši, sākot ar sadzīves tehniku un beidzot ar elektriskajiem apkures katliem. Tradicionāli elektrisks sildelements sastāv no augstomīgas nihroma stieples, kas ievietota nekorodējoša metāla (tērauda, misiņa) korpusā ar presēta keramiska pulvera izolācijas slāni (2.8. att.).

Elektriskos sildelementus izvēlas pēc nepieciešamās elektriskās jaudas P, pieņemot, ka barošanas spriegums $U = U_{nom}$, kas parasti ir 220 V.

Ja apsildes iekārtā (elektriskais kalorifers, elektriskais apsildes katls) izmanto neregulējamus sildelementus (U = const.), tad šādu elementu statiskās īpašības pēta, nosakot sakarību starp pievadīto elektrisko jaudu P(W) un sildelementa virsmas nostabilizējošos virstemperatūru τ (^{o}C), kuru var izteikt sekojoši:

$$\tau = \theta_s - \theta_v \,, \tag{2.13}$$

kur θ_s - sildelementa reālā nostabilizējusies virsmas temperatūra, ^{o}C;

θ_v - apkārtējās vides temperatūra, ^{o}C.

Stacionārā līdzsvara stāvoklī visa elektriskā jauda pārvēršas siltuma plūsmā, kuru savukārt var aprēķināt zinot sildelementa siltuma atdeves un ģeometriskos parametrus. Tas dod iespēju noteikt statisko sakarību starp virstemperatūru un elektrisko jaudu:

$$P = Q_v \,; \; Q_v = \alpha \cdot S \cdot \tau \;; \; \tau = \frac{1}{\alpha \cdot S} P = K_p \cdot P, \tag{2.14}$$

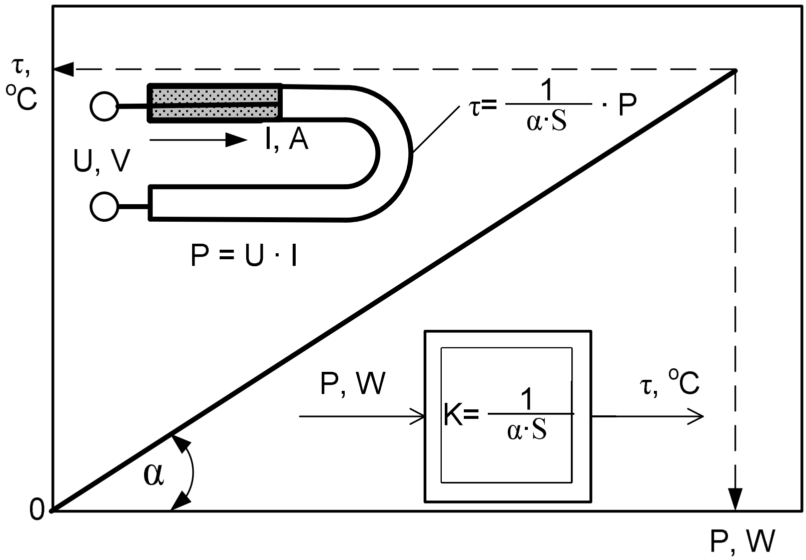
kur Q_v – videi atdotā siltuma plūsma, W;

α – siltuma atdeves koeficients, W/(m^2 ^{o}C);

S – sildelementa virsmas laukums, m^2;

$K_p = 1/(\alpha \cdot S)$ – sildelementa statiskais pārvades koeficients pēc jaudas, $^oC/W$.

Izteiksme (2.14) parāda, ka sildelementa stacionārā virstemperatūra ir tieši proporcionāla pievadītajai elektriskajai jaudai. Tādēļ statiskā raksturlīkne $\tau = f(P)$ ir lineāra visā jaudas izmaiņas apgabalā (2.8. att.), bet statiskais pārvades koeficients K_p ir konstants lielums.



2.8. att. **Statiskā sakarība starp elektriska sildelementa virsmas virstemperatūru τ un pievadīto elektrisko jaudu P**

Piemērs. Sildelementam pievadītā jauda P = 500 W. Tā virsmas laukums S = 0,04 m^2. Siltuma atdeves koeficients gaisa vidē ar cirkulācijas ātrumu 0,1 m/s ir α = 25 $W/(m^2 \cdot {}^oC)$. Aprēķināsim statisko pārvades koeficientu K_p un nostabilizējušos virstemperatūru τ.

Atrisinājums: $K_p = 1/(\alpha \cdot S) = 1/(0{,}04 \cdot 25) = 1$ $^oC/W$;

$\tau = K_p \cdot P = 1$ $^oC/W \cdot 500W = 500$ ^oC.

Jāpiezīmē, ka reālā statiskā raksturlīkne nebūs ideāli lineāra, jo pie augstām temperatūrām palielināsies sildelementa elektriskā pretestība, kā rezultātā samazināsies elektriskā jauda un raksturlīkne nolieksies abscisas ass virzienā.

Kā zināms no elektrotehnikas, elektriskā jauda izsakās sekojoši:

$$P = \frac{U^2}{R}, \tag{2.15}$$

kur U – sildelementa barošanas spriegums, V;

R – sildelementa nominālā pretestība aukstam stāvoklim, Ω.

Nihroma stieplei uzkarstot, tās elektriskā pretestība palielinās:

$$R_\theta = R\left(1 + \alpha_n \cdot \tau_n\right), \tag{2.16}$$

kur α_n - nihroma pretestības temperatūras koeficients, $1/{}^oC$;

$\tau_n > \tau$ - nihroma stieples virstemperatūra, kas augstāka par sildelementa virsmas virstemperatūru τ, ^oC.

Palielinoties elektriskajai pretestībai, sildelementa elektriskā jauda samazinās (pie nosacījuma U= const):

$$P_{\theta} = \frac{P}{1 + \alpha_n \tau_n}, \tag{2.17}$$

kur P_{θ}- koriģētā jauda pēc temperatūras, W.

Lai gan nihromam α_n ir vairākkārt mazāks salīdzinājumā ar varu vai platīnu, tomēr pie lielām τ_n vērtībām jaudas izmaiņa var pārsniegt 10%, kas jāņem vērā nosakot sildelementa reālo statisko raksturlīkni:

$$\tau_r = \frac{K_p \cdot P}{1 + \alpha_n \tau_n}, \tag{2.18}$$

kur τ_r- reālā virstemperatūra, kas mazāka par aprēķināto.

Ievedot izteiksmē (2.18) korekciju $\tau_n = a\,\tau_r$,kur a>1 un izdarot matemātiskus pārveidojumus, iegūstam kvadrātvienādojumu:

$$\tau_r^2 + \frac{1}{a \cdot \alpha_n}\tau_r - \frac{K_p \cdot P}{a \cdot \alpha_n} = 0, \tag{2.19}$$

kura atrisinājums apraksta sildelementa reālo statisko raksturlīkni:

$$\tau_r = \frac{1}{2 \cdot a \cdot \alpha_n}(\sqrt{1 + 4 \cdot a \cdot \alpha_n \cdot K_p \cdot P} - 1). \tag{2.20}$$

Sakarība $\tau_r = f(P)$ atšķirībā no $\tau = f(P)$ ir nelineāra funkcija, kas apraksta reālo sildelementa virstemperatūru atkarībā no elektriskās jaudas $P=U^2/R$ (W) un statiskā pievades koeficienta $K_p = 1/(\alpha \cdot S)$, $^oC/W$. Augstas precizitātes aprēķinos jāņem vērā arī tas, ka siltuma atdeves koeficients α palielinās paaugstinoties temperatūrai, jo pieaug vides siltumvadāmība un konvekcija.

Piemērs. No (2.20), aprēķināsim reālo sildelementa virstemperatūru, ja a = 1,1; $\alpha_n = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ $1/^oC$; $K_p = 1\ ^oC/W$; P = 500 W.

Atrisinājums.

$$\tau_r = \frac{10^3}{2 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}4}(\sqrt{1 + 4 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 500} - 1) \approx 1136(\sqrt{1{,}88} - 1) = 1136 \cdot 0{,}37 \approx 420\ ^oC.$$

Tātad, ņemot vērā temperatūras iespaidu, sildelementa reālā virstemperatūra salīdzinājumā ar ideālo $\tau = 500\ ^oC$ ir par aptuveni 16 % zemāka.

Neregulējamās sildierīcēs elektriskie sildelementi tiek automātiski ieslēgti un izslēgti divpozīciju režīmā (U = const., P = const.). Regulējamās iekārtās siltuma plūsma uz apsildes objektu tiek pievadīta un regulēta nepārtraukti atkarībā no objekta temperatūras, izmantojot sprieguma regulatorus (U = var, P = var).

Šādā gadījumā sildelementa ieejas lielums ir mainīgais elektriskais spriegums U, atkarībā no kura mainās sildelementa izejas lielums - virstemperatūra τ. Ideālā gadījumā, neņemot vērā sildelementa pretestības izmaiņu no temperatūras, iegūstam sekojošu statisko vienādojumu:

$$\tau = \frac{1}{\alpha \cdot S \cdot R} \cdot U^2 = k \cdot U^2 , \tag{2.21}$$

kur $k = 1/(\alpha\ .\ S\ .\ R)$ – konstants koeficients, $^oC/V^2$.

Redzam, ka sakarība starp virstemperatūru un spriegumu ir nelineāra, jo to apraksta paraboliska funkcija (2.9. att.). Tā kā tā ir nepārtraukta, tad to var linearizēt ierobežotā darba apgabalā. Izvirzot nelineāro funkciju τ = f(U) Teilora rindā un atmetot augstākās kārtas nelineāro atlikumu, iegūstam izteiksmi, kas apraksta linearizēto statisko raksturlīkni izvēlētā punkta *a* apkārtnē:

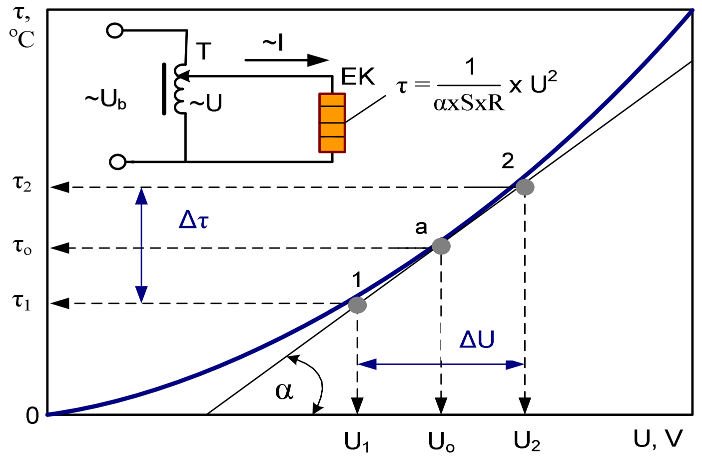
$$\tau = \tau_o + \left|\frac{d\tau}{dt}\right|_{u=u_o} (U - U_o) = \tau_o + K_a \cdot (U - U_o), \tag{2.22}$$

kur $K_a = d(k \cdot U^2)/dt = 2kU_0$ – sildelementa statiskais pārvades koeficients, $^oC/V$.

Koeficientu K_a var aprēķināt arī grafoanalītiski no raksturlīknes $\tau = f(U)$ (2.9. att.):

$$K_a = \frac{\tau_2 - \tau_1}{U_2 - U_1} = \frac{\Delta\tau}{\Delta U}, \tag{2.23}$$

kur ΔU un $\Delta\tau$ - ieejas un izejas lielumu pieaugumi.



2.9. att. **Statiskā sakarība starp elektriska sildelementa virsmas virstemperatūru τ un pievadīto elektrisko spriegumu U**

Lai raksturlīkni $\tau = f(U)$ uzņemtu eksperimentāli, izmanto autotransformatoru T, ar kuru periodiski pārstata spriegumu U. Šī perioda laikam t_p jābūt lielākam par sildelementa EK virstemperatūras τ nostabilizēšanās laiku t_{nost}. Neievērojot šo nosacījumu, iegūtā raksturlīkne nebūs korekta.

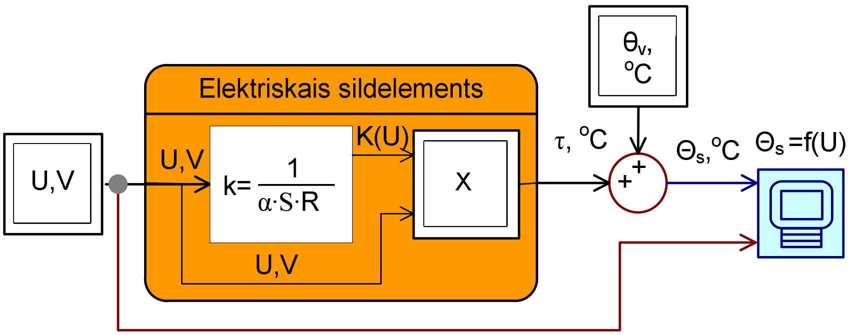
Apskatīsim nelineārās statiskās raksturlīknes $\tau = f(U)$ modelēšanu, izmantojot Matlab apakšprogrammu „Simulink”. Uzrakstīsim izteiksmi (2.21) sekojošā formā:

$$\tau = \frac{U}{\alpha \cdot S \cdot R} \cdot U = K(U) \cdot U, \qquad (2.24)$$

kur K(U) = U/(α·S·R) – pārvades koeficients, kas izmainās proporcionāli spriegumam, °C/V.

Šādā gadījumā sildelementa dinamisko silšanas procesu apraksta nelineārs diferenciālvienādojums, kura atrisināšana, izmantojot tradicionālas matemātiskās metodes, ir problemātiska. Izmantojot Matlab „Simulink” modelēšanas tehnoloģiju, iespējams aprēķināt mainīgo pārvades koeficientu K(U) jebkurā laika momentā, kā arī atrisināt nelineāro diferenciālvienādojumu, kas apraksta sildelementa silšanas dinamisko procesu visā sprieguma U izmaiņas apgabalā.

Pašlaik apskatīsim tikai nelineārās statiskās raksturlīknes modelēšanas blokshēmu (2.10. att.). Tās ieejā uzstāda lineāra signāla ģeneratoru „Ramp” mainīga sprieguma iegūšanai robežās $0 \leq U \leq U_{nom}$. Šis spriegums tiek padots uz pārvades koeficienta K(U) formēšanas bloku. Ja koeficienta *k* skaitliskais lielums iepriekš aprēķināts un tas var mainīties robežās $k_{min} \leq a \leq k_{max}$, tad uzstāda bloku „Slider Gain”. Ja *k* jāaprēķina atkarībā no mainīgiem lielumiem *α, S* vai *R*, tad šo bloku kombinē no vairākām Matlab funkcijām „Matlab Functions”. Nākamais ir reizināšanas bloks „Product”, kas sareizina K(U) ar U un aprēķina τ . Vides temperatūru θ_v uzdod ar konstanta signāla ģeneratoru „Constant”, bet virsmas temperatūras noteikšanai izmanto summatoru „Sum”. Izejā uzstādīts divkanālu ploteris „XY Graph”, kas formē statisko raksturlīkni $\theta_s = f(U)$.



2.10. att. **Elektriska sildelementa statiskās raksturlīknes τ = f(U) modelēšanas blokshēma**

Modelēšanas blokshēmā notiek sekojoši pārveidojumi:

$$U \cdot k = K(U) \to K(U) \cdot U = \tau \to \tau + \theta_v = \theta_s ; \begin{matrix} \theta_s \to \\ U \to \end{matrix} \} \theta_s = f(U). \qquad (2.25)$$

Iegūtā raksturlīkne $\theta_s = f(U)$ ir idealizēta, jo neņem vērā temperatūras iespaidu uz sildelementa elektrisko pretestību R. Lai iegūtu precizētu raksturlīkni, jāizmanto izteiksme (2.20), kurā ievieto $P = U^2 / R$. Tad $\theta_{sr} = \tau_r + \theta_v = f(U)$.

2.7. AVS statisko raksturojumu analīze

Automātiskās vadības sistēmu struktūru veido komponentes, kas savienotas noteiktos slēgumos. Komponentu statiskās īpašības un slēguma veids lielā mērā nosaka AVS jutību un darbības precizitāti. Pēc komponentu statiskajiem raksturojumiem var noteikt visas sistēmas statiskās īpašības, piemēram, statisko kļūdu ar kādu tiek iestatīts stabilizējamais lielums vadības objekta izejā. Tādēļ svarīgi noskaidrot atsevišķo komponentu statisko raksturojumu un slēguma veidu iespaidu uz AVS darbību kopumā.

2.7.1. AVS komponentu raksturīgie slēgumi un to īpašības

Izplatītākie ir AVS komponentu virknes, paralēlais un atgriezeniskās saites slēgumi. Virknes slēgumā katras iepriekšējās AVS komponentes izejas lielums ir katras nākošās komponentes ieejas lielums. Rezultējošo statisko raksturlīkni $X_{iz} = f(X_{ie})$ var aprēķināt analītiski vai grafoanalītiski. Grafoanalītiskās metodes lieto tad, ja elementu statiskās raksturlīknes ir nelineāras.

Turpmāk apskatīsim analītisko metodi, pieņemot, ka visu komponentu statiskās raksturlīknes ir lineāras. Tad visam virknes slēgumam var uzrakstīt sekojošus statiskos vienādojumus:

$$X_1 = K_1 \cdot X_{ie}; X_2 = K_2 \cdot X_1; ...; X_{iz} = K_n \cdot X_{n-1}, \quad (2.26)$$

kur n – virknē slēgto komponentu skaits;

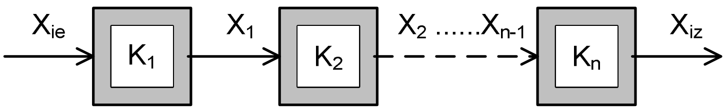
$K_1, K_2, ... K_n$ – komponentu statiskie pārvades koeficienti (2.11. att.).

Izslēdzot starplielumus ($X_1, X_2, ..., X_{n-1}$), iegūstam sakarību starp virknes slēguma izejas un ieejas lielumiem, t.i., atrodam virknes slēguma statisko vienādojumu:

$$X_{iz} = (K_1 \cdot K_2 \cdot ... \cdot K_n) \cdot X_{ie} = K_v \cdot Xie, \quad (2.27)$$

kur $K_v = K_1 \cdot K_2 \cdot ... \cdot K_n$ – AVS ar virknē slēgtām komponentēm kopējais statiskais pārvades koeficients.

Tātad virknes slēguma statiskais pārvades koeficients K_v vienāds ar atsevišķo komponentu statisko pārvades koeficientu reizinājumu.



2.11. att. **Automātiskās vadības sistēmas komponentu virknes slēgums**

Paralēlajā slēgumā visu AVS komponentu ieejās tiek padots viens un tas pats signāls X_{ie}, bet izejas signāli summējas ($X_{iz} = X_{iz\ 1} + X_{iz\ 2} + ... + X_{iz\ n}$). Tad komponentu paralēlajam slēgumam varam uzrakstīt sekojošus statikas vienādojumus:

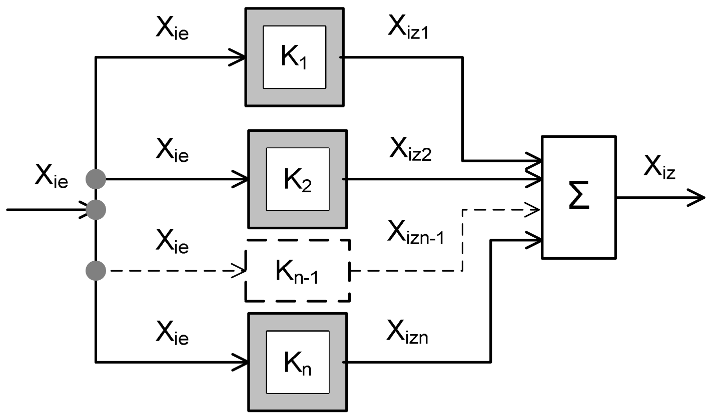
$$X_{iz1} = K_1 \cdot X_{ie}; X_{iz2} = K_2 \cdot X_{ie}; ...; X_{izn} = K_n \cdot X_{ie}, \quad (2.28)$$

kurus summējot, iegūstam sistēmas kopējo statisko vienādojumu:

$$X_{iz} = (K_1 + K_2 + ... + K_n) X_{ie} = K_p \cdot X_{ie}, \quad (2.29)$$

kur $K_p = K_1 + K_2 + ... + K_n$ – AVS ar paralēli slēgtām komponentēm statiskais pārvades koeficients.

Tātad paralēlā slēguma statiskais pārvades koeficients K_p vienāds ar atsevišķo komponentu pārvades koeficientu summu.



2.12. att. **Automātiskās vadības sistēmas komponentu paralēlais slēgums**

AVS ar komponentu virknes, paralēlo vai jaukto slēgumu sauc par vaļējām sistēmām. Tās parasti darbojas pēc iepriekš apskatītajiem programmētās vadības un perturbāciju kompensācijas principiem (rūpniecības robotu, darbgaldu, laistīšanas un siltuma akumulācijas iekārtu programmētas vadības sistēmas).

Dažādu tehnoloģisko parametru (temperatūras, līmeņa, spiediena) automātiskai regulēšanai izmanto slēgtas sistēmas ar atgriezenisko saiti. Slēgtai sistēmai sakarību starp ieejas lielumu X_{ie} un izejas lielumu X_{iz} nosaka ņemot vērā atgriezeniskās saites signālu X_{as}.

Apskatīsim slēgtu sistēmu, kas sastāv no automātiskās vadības iekārtas ar statisko pārvades koeficientu K_v, izpildiekārtas ar statisko pārvades koeficientu K_i, vadības objekta ar statisko pārvades koeficientu K_{obj}, un atgriezeniskās saites ar statisko pārvades koeficientu K_{as} (2.13. att.).

Apskatīsim divus gadījumus:

- ar pozitīvu atgriezenisko saiti, kad kļūdas signāls $\Delta X = X_{ie} + X_{as}$;
- ar negatīvu atgriezenisko saiti, kad $\Delta X = X_{ie} - X_{as}$.

Pozitīva atgriezeniska saite paaugstina sistēmas jutību un svārstīgumu, tātad padara to nestabilu. Negatīva atgriezeniska saite samazina sistēmas jutību, toties paaugstina stabilitāti, jo samazina svārstīgumu. Pozitīvu atgriezenisko saiti izmanto nestabilās sistēmās – svārstību ģeneratoros. Ar negatīvu atgriezenisko saiti darbojas automātiskās stabilizācijas sistēmas.

Automātiskās stabilizācijas sistēmās kļūdas, jeb novirzes signāls tiek vienmēr formēts kā sistēmas ieejas signāla X_{ie} un atgriezeniskās saites signāla X_{as} starpība. Tātad tās darbojas ar negatīvu galveno atgriezenisko saiti. Pozitīvo saiti reizēm izmanto tikai kā negalveno – vietējo atgriezenisko saiti, ar kuru aptver kādu no sistēmas komponentēm, ja nepieciešams paaugstināt tās jutību. Turpmāk apskatīsim tikai sistēmas ar negatīvu atgriezenisko saiti.

Visām sistēmas komponentēm var uzrakstīt sekojošus statikas vienādojumus:

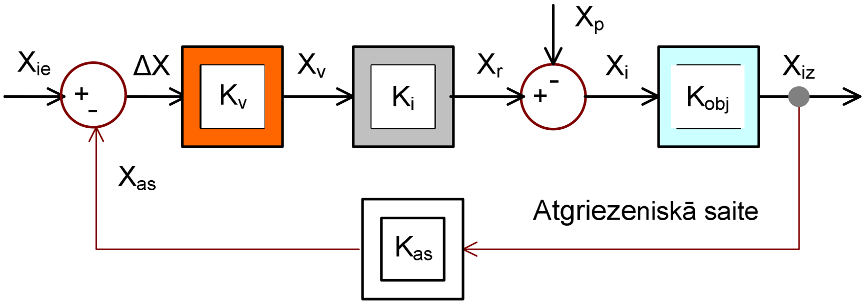
$$\Delta X = X_{ie} - X_{as}\,;\ X_v = K_v \cdot \Delta X;\ X_r = K_i \cdot Xv;\ X_{iz} = K_{obj} \cdot X_i\,;\ X_{as} = K_{as} \cdot X_{iz}, \qquad (2.30)$$

kur $X_i = X_r - X_p$ – iedarbe uz vadības objektu, kas veidojas kā izpildiekārtas regulējošās iedarbes X_r un perturbācijas X_p iespaida starpība.

Pieņemam, ka $X_p = 0$ ($X_r = X_i$). Tad, izslēdzot no iegūtajiem vienādojumiem starplielumus ΔX, X_{as}, X_v un X_r, iegūstam slēgtas sistēmas statisko vienādojumu:

$$X_{iz} = \frac{K_v \cdot K_i \cdot K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K_v \cdot K_i \cdot K_{obj}} \cdot X_{ie} = \frac{K}{1 + K_{as} \cdot K} \cdot X_{ie} = K_s \cdot X_{ie}, \qquad (2.31)$$

kur $K = K_v \cdot K_r \cdot K_{obj}$ – vaļējas sistēmas statiskais pārvades koeficients;
$K_s = K/(I + K_{as}K)$ –slēgtas sistēmas pārvades koeficients.



2.13. att. **Statiska automātiskās vadības sistēma ar atgriezenisko saiti**

Vienādojums (2.31) apraksta statisko sakarību starp sistēmas ieejas un izejas lielumiem, ja uz vadības objektu nedarbojas mainīgas perturbācijas. Redzam, ka negatīva atgriezeniskā saite samazina slēgtas sistēmas pārvades koeficientu, tātad samazina tās jutību pret ārējām iedarbēm.

2.7.2. AVS statisma koeficients un statiskā kļūda

Novērtēsim statiskas sistēmas (2.13. att.) izejas lieluma stabilizācijas statisko kļūdu stacionārā režīmā. Pieņemsim, ka vadības objekta izejas lieluma uzdotā vērtība ir X_{izo}, bet reālā vērtība X_{iz} pie nosacījuma, ka perturbējošā iedarbe vadības objekta ieejā $X_p = 0$. Noteiksim sistēmas ieejas signāla X_{ie} novirzes ΔX radīto absolūto kļūdu ΔX_{ie} vadības objekta izejā:

$$\Delta X_{ie} = X_{izo} - X_{iz}, \qquad (2.32)$$

kur $X_{izo} = X_{ie}/K_{as}$ pie nosacījuma, ka $\Delta X = 0$, bet $X_{iz} = K/(1 + K_{as}K) \cdot X_{ie}$

Veicot matemātiskus pārveidojumus, iegūstam izteiksmi absolūtās statiskās kļūdas ΔX_{ie} aprēķināšanai:

$$\Delta X_{ie} = \left(\frac{1}{K_{as}} - \frac{K}{1 + K_{as} \cdot K}\right) \cdot X_{ie} =$$
$$= \frac{1}{K_{as} \cdot (1 + K_{as} \cdot K)} \cdot X_{ie} = \frac{1}{(1 + K_{as} \cdot K)} \cdot X_{izo}. \qquad (2.33)$$

Nosakām relatīvo statisko kļūdu no ieejas signāla:

$$\varepsilon_{ie} = \frac{\Delta X_{ie}}{X_{izo}} = \frac{1}{1 + K_{as} \cdot K} = S \cdot 100\,\%, \qquad (2.34)$$

kur $S = 1/(1 + K_{as} K)$ – sistēmas statisma koeficients.

No izteiksmes (2.34) redzam, ka ieejas signāla radītā relatīvā kļūda ir jo lielāka, jo lielāks sistēmas statisma koeficients S, kura lielumu nosaka sistēmas komponentu pārvades koeficienti. Sistēmai ar negatīvu atgriezenisko saiti statisma koeficientu S un relatīvo statisko kļūdu ε_{ie} var samazināt, palielinot sistēmas komponentu pārvades koeficientus.

Piemērs. Noteiksim sistēmas relatīvo statisko kļūdu ε_{ie} dažādām koeficientu K_{as} un K vērtībām: $K_{as1} = 0{,}5$, $K_1 = 10$; $K_{as2} = 0{,}5$, $K_2 = 20$; $K_{as3} = 1$, $K_3 = 20$.

Atrisinājums. $\varepsilon_{ie1} = 1/(1+0{,}5 \cdot 10) \cdot 100\% \approx 17\%$, $\varepsilon_{ie2} = 1/(1+0{,}5 \cdot 20) \cdot 100\% \approx 9\%$, $\varepsilon_{ie3} = 1/(1+1 \cdot 20) \cdot 100\% \approx 4{,}8\ \%$.

Ja $(K_{as} \cdot K) \gg 1$, tad relatīvā statiskā kļūda ε_{ie} ir apgriezti proporcionāla visu sistēmas komponentu pārvades koeficientu reizinājumam.

Uz reāliem vadības objektiem darbojas mainīgas perturbācijas X_p, kas sistēmās ar proporcionālajiem (statiskajiem) regulatoriem rada izejas lieluma X_{iz} papildus statisko regulēšanas kļūdu pēc perturbācijas ΔX_p.

Lai novērtētu perturbācijas iespaidu uz izejas lieluma X_{iz} stabilizācijas kļūdu, izmanto superpozīcijas principu, t.i., pieņem, ka $X_{ie} = 0$. Tad, izmantojot 2.13. attēla blokshēmu, sastāda statikas vienādojumus visiem sistēmas blokiem un, izslēdzot starplielumus, atrod sakarību, kas parāda perturbācijas iespaidu uz vadības objekta izejas lielumu, ko apzīmējam ar ΔX_p:

$$\Delta X_p = \frac{K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K} \cdot X_p, \tag{2.35}$$

kur $K = K_v \cdot K_i \cdot K_{obj}$ – vaļējas sistēmas ar pārtrauktu atgriezenisko saiti statiskais pārvades koeficients.

Regulēšanas relatīvā statiskā kļūda no perturbācijas iespaida:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta X_p}{X_{izo}} = \frac{K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}} = S \cdot K_{obj} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}} \cdot 100\ \%, \tag{2.36}$$

Reālā sistēmā vienlaicīgi darbojas abi kļūdu izraisošie faktori, tādēļ nosakām summāro absolūto statisko kļūdu no ieejas signāla X_{ie} un perturbācijas X_p:

$$\begin{aligned}\Delta X_{iz} &= \Delta X_{ie} + \Delta X_p = \frac{1}{1 + K_{as} \cdot K} X_{izo} + \\ &+ \frac{K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K} X_p = \frac{1}{1 + K_{as} \cdot K} (X_{izo} + K_{obj} \cdot X_p).\end{aligned} \tag{2.37}$$

Sistēmas summārā relatīvā statiskā kļūda no ieejas signāla X_{ie} un perturbācijas X_p:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_{ie} + \varepsilon_p = \left(\frac{1}{1 + K_{as} \cdot K} + \frac{K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}}\right) = \\ &= \frac{1}{1 + K_{as} \cdot K}\left(1 + K_{obj} \frac{X_p}{X_{izo}}\right) = \left(1 + K_{obj} \frac{X_p}{X_{izo}}\right) \cdot S \cdot 100\ \%.\end{aligned} \tag{2.38}$$

Palielinoties perturbācijai X_p, pieaug statiskā kļūda. Jo jutīgāks vadības objekts (lielāks K_{obj}), jo perturbācija vairāk iespaido tā izejas lielumu. Redzam, ka vislielākā statiskā kļūda ir sistēmai bez atgriezeniskās saites ($K_{as} = 0$). Palielinot atgriezeniskās saites pārvades koeficientu, statiskā kļūda samazinās.

Automātiskās vadības sistēmas labumu statiskā režīmā novērtē pēc relatīvās statiskās kļūdas. Jo mazāka relatīvā statiskā kļūda, jo augstāka ir vadības objekta izejas lieluma X_{iz} regulēšanas precizitāte un līdz ar to sistēmai ir augstāks labums.

Piemērs. Noteiksim ūdensapgādes automātiskās vadības sistēmas ar proporcionālu (statisku) vadības iekārtu summāro relatīvo statisko kļūdu ar kādu tiek ieregulēts spiediens vadības objektā – ūdensapgādes maģistrālē, uz kuru darbojas ūdens patēriņš kā perturbācija vai slodze.

Vadības iekārtas – statiskā spiediena regulatora pārvades koeficients $K_v = 20$. Izpildiekārta ir sūknis ar regulējamu trīsfāžu asinhronā elektrodzinēja piedziņu, izmantojot frekvenču pārveidotāju, kura ieejas lielums ir spiediena regulatora izejas spriegums - $X_v = U_v(V)$, bet izejas lielums ir mainīgais sūkņa ražīgums - $X_r = Q_s$ (m^3/min).

Pieņemsim, ka sūkņa nominālais ražīgums $Q_{snom} = 10$ m^3/min un regulējamās izpildiekārtas pārvades koeficients $K_i = 1$ $m^3/(\text{min}\cdot V)$. Vadības objekts ir ūdensapgādes maģistrāle ar ieejas iedarbi $X_i = Q_s - Q_p$, kur Q_p – mainīgais ūdens patēriņš (m^3/min) kā perturbācija, bet regulējamais ieejas lielums ir spiediens, ko mēra bāros – $X_{iz} = p$ (bar). Pieņemsim, ka nepieciešamais spiediens $p_0 = 4$ bar un pārvades koeficients $K_{obj} = 0{,}5$ bar/(m^3/min). Atgriezeniskajā saitē slēgts spiediena mērīšanas pārveidotājs ar pārvades koeficientu $K_{as} = 1$ V/bar.

Aprēķināsim spiediena regulēšanas relatīvo statisko kļūdu dažādiem ūdens patēriņiem.

Atrisinājums. Vispirms aprēķināsim sistēmas statisma koeficientu:

$$S = 1 / (1 + 10{,}5\cdot 1\cdot 20) \approx 0{,}09.$$

Statiskā relatīvā kļūda, ja $Q_{p1} = 2$ m^3/min:

$$\varepsilon = (1 + 0{,}52/4)\cdot 0{,}09\cdot 100\% \approx 10\%.$$

Statiskā relatīvā kļūda, ja $Q_{p1} = 4$ m^3/min:

$$\varepsilon = (1 + 0{,}5\cdot 4/4)\cdot 0{,}09\cdot 100\% \approx 14\%.$$

Statiskā relatīvā kļūda, ja $Q_{p1} = 6$ m^3/min:

$$\varepsilon = (1 + 0{,}5\cdot 6/4)\cdot 0{,}09\cdot 100\% \approx 16\%.$$

Aprēķinu rezultāti parāda, ka pieaugot patēriņam 3 reizes, relatīvā statiskā kļūda palielinās 1,6 reizes. Reālais spiediens maģistrālē p ir zemāks par uzdoto lielumu p_0: $p = p_0 (1 - \varepsilon/100)$.

Statisko kļūdu var ievērojami samazināt vai pilnīgi likvidēt, aizstājot statisku vadības iekārtu ar statiski – astatisku (proporcionāli – integrālu) vadības iekārtu. Līdzīgu efektu iegūst, ja statisku izpildiekārtu nomaina ar astatisku (integrālu) izpildiekārtu (2.14. att.).

Statiskas izpildiekārtas izejas lielums mainās tieši proporcionāli ieejas lielumam $X_r = K_i\cdot X_v$ (2.13. att.). Astatiskai izpildiekārtai izejas regulējošās iedarbes X_r izmaiņas ātrums ir tieši proporcionāls ieejas lielumam:

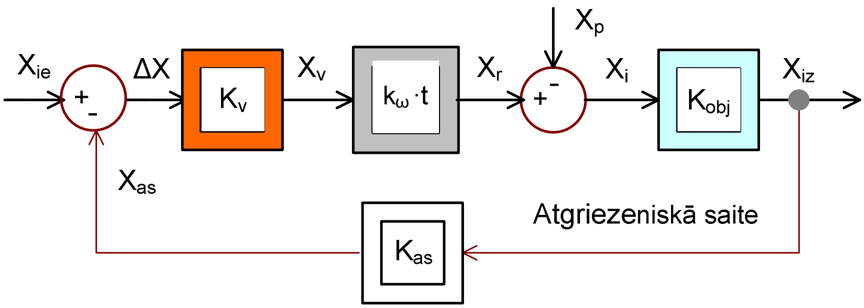
$$\frac{dX_r}{dt} = k_\omega \cdot X_v . \qquad (2.39)$$

Ja X_v = const., tad $X_r = k_\omega \cdot t \cdot X_v$. Tātad astatiskas izpildiekārtas pārvades koeficients $K_i = k_\omega \cdot t$ ir laika t funkcija.

Noteiksim relatīvo statisko kļūdu astatiskai sistēmai (2.14. att.), ievietojot izteiksmē (2.38) $K_i = k_\omega \cdot t$ un $K = K_v \cdot k_\omega \cdot t \cdot K_{obj}$:

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{1 + K_{as} \cdot K_v \cdot k_\omega \cdot t \cdot K_{obj}} + \right.$$
$$\left. + \frac{K_{obj}}{1 + K_{as} \cdot K_v \cdot k_\omega \cdot t \cdot K_{obj}} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}} \right) \cdot 100 \quad \%. \qquad (2.40)$$

Teorētiski stacionārs režīms iestājas pie t →∞. Tad $\varepsilon_{t\to\infty} = 0$. Praktiski šis laiks ir daudz mazāks, jo augot laikam t relatīvā statiskā kļūda ε strauji samazinās pēc hiperbolas likuma. Tātad iekļaujot astatisku komponenti automātiskās vadības sistēmā, tās izejas parametra statiskā kļūda regulēšanas procesa beigās tiek pilnīgi likvidēta. Šis apgalvojums neizpildās gadījumā, ja astatisks ir pats vadības objekts, bet pārējā sistēmas daļa ir statiska. Par to var pārliecināties analizējot izteiksmi (2.40). Aizvietojam tajā ($k_\omega \cdot t$) ar (K_i = const.), resp., nomainām astatisku izpildiekārtu ar statisku, savukārt statisku vadības objektu (K_{obj} = const.) nomainām ar astatisku ($K_{obj} = k_0 \cdot t$).



2.14. att. **Astatiska automātiskās vadības sistēma ar atgriezenisko saiti**

Augot laikam, relatīvās statiskās kļūdas komponente, kuru rada sistēmas ieejas signāls, strauji samazināsies līdz nullei, taču tas nenotiks ar otru komponenti, kuru rada perturbācija X_p, jo

$$\varepsilon_p = \frac{k_o \cdot t}{1 + K_{as} \cdot K_v \cdot K_i \cdot k_o \cdot t} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}} \cdot 100\ \%. \qquad (2.41)$$

Laikam t tiecoties uz bezgalību, paliekošā minimālā statiskā kļūda pēc perturbācijas ir lielāka par nulli:

$$\varepsilon_{p\,\min} = \frac{1}{1 + K_{as} \cdot K_v \cdot K_i} \cdot \frac{X_p}{X_{izo}} \cdot 100\ \%. \qquad (2.42)$$

Izteiksme (2.42) parāda, ka statiskā kļūda saglabājas. Lai to pilnībā likvidētu, sistēmā jāiekļauj vēl viena astatiska komponente, piemēram, vadības iekārtā vai izpildiekārtā, resp., jāveido vadības sistēma ar otrās kārtas astatismu.

Piemērs. Noteiksim iepriekšējā piemērā apskatītās ūdensapgādes automātiskās vadības sistēmas ar proporcionālu (statisku) vadības iekārtu summāro relatīvo statisko kļūdu, nomainot statisku izpildiekārtu ar astatisku, t.i., frekvenču regulējamas sūkņa iekārtas vietā izmantojam neregulējamu sūkņa iekārtu, bet ūdens plūsmas un spiediena regulēšanai maģistrālē uzstādām elektrisku izpildmehānismu ar droseļvārstu (2.5. att.).

Aprēķinam izmantojam datus no iepriekšējā piemēra: K_v = 20; K_{obj} = 0.5 bar/(m^3/min); K_{as} = 1 V/bar; p_0 = 4 bar; Q_p = 6 m^3/min; Q_s = 10 m^3/min. Pieņemsim, ka ūdens plūsmas izmaiņas ātruma koeficients astatiskajai izpildiekārtai ir K_ω = 0,5 m^3/(min · V).

Atrisinājums. Ievietojot izteiksmē (2.40) skaitliskos lielumus, aprēķinām astatiskas sistēmas relatīvo statisko kļūdu laika intervālu t_1=1min, t_2=5min, t_3=10min beigās:

- $\varepsilon_{t1} = [1/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5)+(0{,}5 \cdot 6/4)/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 0{,}5)] \cdot 100\% \approx 30\%$;
- $\varepsilon_{t2} = [1/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 5 \cdot 0{,}5)+(0{,}5 \cdot 6/4)/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 5 \cdot 0{,}5)] \cdot 100\% \approx 7\%$;
- $\varepsilon_{t3}= [1/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}5)+(0{,}5 \cdot 6/4)/(1 + 1 \cdot 20 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}5)] \cdot 100\% \approx 3{,}5\%$.

Aprēķinu rezultāti parāda statiskās kļūdas samazināšanās dinamiku automātiskās vadības sistēmā ar astatisku izpildiekārtu. Jo lielāks ir izpildiekārtas ātruma koeficients k_ω , jo ātrāk samazināsies statiskā kļūda.

2.8. Dinamiskie procesi automātiskās vadības sistēmās

AVS dinamisko analīzi veic, pētot to izturēšanos, ja tiek izjaukts stacionārais līdzsvara stāvoklis. Par pētījumu priekšmetu tādā gadījumā kļūst izejas lieluma izmaiņas process laikā - tā saucamais pārejas process X_{iz} = f(t) pie noteiktas ieejas lieluma X_{ie}(t) izmaiņas.

Lai salīdzinātu AVS komponentu dinamiskās īpašības, to ieejās padod vienveidīgas organizētas ieejas iedarbes. Parasti pētāmās ierīces ieejā formē lēcienveida (kāpņveida) ieejas parametra X_{ie}(t) izmaiņu un noskaidro kā tā reaģē uz šādu iedarbi. Ja mainot ieejas iedarbi X_{ie}(t) lēcienveidīgi, izejas lielums X_{iz}(t) arī izmainās lēcienveidīgi bez aizkavēšanās, tad pētāmā ierīce darbojas bez inerces.

Bezinerces ierīces statiskās un dinamiskās īpašības apraksta vienādojums: $X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}(t)$, kur K – pārvades koeficients, kura lielums kā statiskā, tā dinamiskā režīmā ir nemainīgs. Kā tipiskus piemērus var minēt elektrisku ķēdi ar aktīvo pretestību, neelastīgu sviru, operacionālo pastiprinātāju ar aktīvajiem elementiem.

Lielākā daļa AVS komponentu ir inerciālas. Inerciālās ierīcēs izejas lieluma izmaiņa aizkavējas attiecībā pret ieejas lieluma izmaiņu. Šo aizkavēšanos sauc pa pārejas procesu, ko izraisa ierīces inerce (masa, siltumietilpība, induktivitāte, kapacitāte u.c.). Jo lielāka šī inerce, jo ilgāk turpinās pārejas process. AVS praktiski nav iespējams izveidot tikai no bezinerces komponentēm. Tādēļ jebkura reāla AVS jāapskata kā inerciāla sistēma.

Ja pārejas procesa beigās AVS ieņem sākuma stāvokli, vai arī pāriet jaunā stacionārā stāvoklī, tad saka, ka tā ir stabila. Turpretī, ja pārejas process izraisa sistēmas nepārtrauktu attālināšanos no stacionārā sākuma stāvokļa, tad sistēma ir nestabila.

Formulēsim AVS dinamiskās analīzes galvenos uzdevumus:

- pirmais uzdevums - sistēmas novērtēšana no stabilitātes viedokļa (sistēmai obligāti jābūt stabilai, pretējā gadījumā tā nav praktiski izmantojama);
- otrais uzdevums - sistēmas pārejas procesa kvalitātes rādītāju novērtēšana, to atbilstība uzdotajiem kritērijiem (stabilitātes rezerve, pārejas procesa ilgums, statiskā kļūda, procesa svārstīgums u.c.);
- trešais uzdevums - noteikt AVS atsevišķo komponentu un to parametru iespaidu uz sistēmas stabilitāti un pārejas procesa kvalitāti.

2.8.1. Dinamikas vienādojumu sastādīšana un analīze

Pārejas procesus automātiskās vadības sistēmās apraksta diferenciālvienādojumi vai integrodiferenciālvienādojumi, kuri izsaka izejas lieluma izmaiņu laikā pie dotajām ieejas vai ārējām iedarbēm (perturbācijām).

Lai sastādītu dinamikas vienādojumus, sistēmu sadala posmos un katram no tiem sastāda vienādojumu, kas atspoguļo tos fizikālos procesus, kas norisinās dotajā posmā. Vienādojumu kopums, kas sastādīts visiem sistēmas posmiem, raksturo visu automātiskās vadības procesu.

AVS posmu dinamikas vienādojumus sastāda, izmantojot enerģijas, jaudas, masas, momenta, plūsmas un tml. bilances vienādojumus.

Ja pie lēcienveida ieejas iedarbes ($t \leq 0$, $X_{ie}(t) = 0$; $t > 0$, $X_{ie}(t) = X_{ie} = const.$) izmaiņas, pētāmās ierīces izejas lielums $X_{iz}(t)$ mainās pēc eksponenciāla likuma, tad to sauc par pirmās kārtas inerciālu ierīci (2.15. att.):

$$X_{iz}(t) = X_{iz}(\infty)(1 - e^{-t/T}), \tag{2.43}$$

kur $X_{iz}(\infty) = K \cdot X_{ie}$ – izejas parametra nostabilizējusies vērtība, ja $t \to \infty$;

T - laika konstante, kas raksturo ierīces darbības inerci, s.

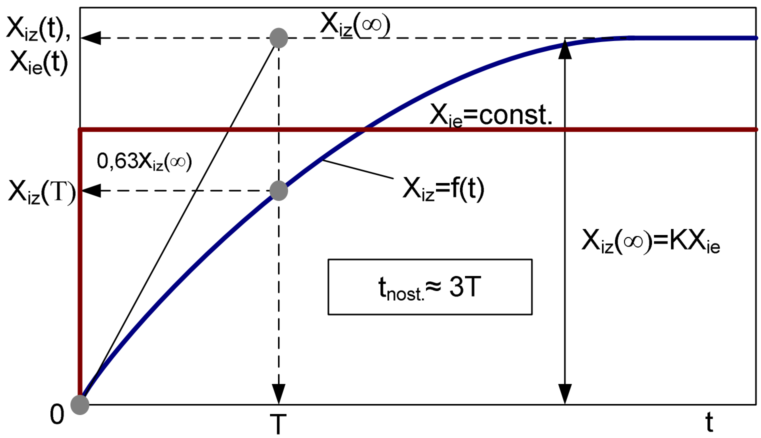
Reālais izejas lieluma nostabilizēšanās laiks ir ievērojami mazāks par teorētisko. Praksē ir pieņemts, ka izejas lieluma nostabilizēšanās laiks $t_{nost.} = (3 \ldots 4)$ T. Šajā laikā izejas lielums pārsniedz 95% no nostabilizējušās vērtības.

Ja pārejas procesa raksturlīkne $X_{iz}=f(t)$ $_{Xie=const.}$ uzņemta eksperimentāli pie lēcienveida konstantas iedarbes ieejā, tad laika konstanti T var atrast grafiski, velkot kaut kādā brīvi izvēlētā raksturlīknes punktā ,piemēram, koordinātu sākumpunktā 0, pieskari līdz krustpunktam ar ordināti $X_{iz}(\infty)$. Laika konstantes atrašana saprotama no 2.15. attēla.

Laika konstante T ir laiks, kurā izejas lielums $X_{iz}(t)$ izmainās par 63% no tā maksimālās izmaiņas $X_{iz}(\infty)$ pie lēcienveida ieejas iedarbes $X_{ie} = const.$

Pārejas procesu (2.43) apraksta pirmās kārtas homogēns diferenciālvienādojums:

$$T \cdot \frac{d\, X_{iz}(t)}{d\, t} + X_{iz} = K \cdot X_{ie}(t) \tag{2.44}$$



2.15. att. **Inerciālas ierīces pārejas procesa raksturlīknes $X_{ie} = f(t)$, $X_{iz} = f(t)$**

Mainīgajiem lielumiem un koeficientiem, kas ieiet pārejas procesa vienādojumā, ir noteiktas mērvienību dimensijas. Dažreiz tas rada neērtības sistēmu analīzē – īpaši pie vairāku sistēmu salīdzināšanas. Tādēļ lietderīgāka reizēm izrādās vienādojumu bezdimensiju pieraksta forma.

Pārveidojot vienādojumu (2.44) bezdimensiju formā, mainīgos lielumus izsaka relatīvās vienībās, dalot tos ar konstantiem bāzes lielumiem, kuriem ir tāda pati dimensija kā attiecīgajiem mainīgajiem. Izvēlamies, piemēram, bāzes lielumus X_{izo}, X_{ieo}, θ. Tad mainīgos lielumus un konstantes vienādojumā (2.44) var izteikt relatīvās vienībās: $\lambda = X_{iz} / X_{iz_o}$; $\varphi = X_{ie} / X_{ie_o}$; $\theta = t / T$. Iegūtās izteiksmes ievietojam vienādojumā (2.44). Pēc attiecīgiem pārveidojumiem iegūstam dinamikas vienādojumu relatīvās vienībās:

$$\frac{d\lambda}{d\theta} + \lambda = \kappa\varphi \, , \tag{2.45}$$

kur $\kappa = (K \cdot X_{ie_o}) / X_{iz_o}$ - pārvades koeficients, izteikts bezdimensijas pieraksta formā.

2.8.2. Nelineāru ierīču dinamikas vienādojumi

Mēs jau iepriekš pārliecinājāmies, ka lielākā daļa automātikas ierīču un līdz ar to arī sistēmas ir nelineāras, tāpēc dinamiskos procesus tajās apraksta nelineāri diferenciālvienādojumi ar mainīgiem koeficientiem. Šādu vienādojumu atrisināšana sagādā lielas grūtības. Tādēļ praktiskām vajadzībām inženiertehniskos aprēķinos lieto linearizētus vienādojumus.

Vienādojumu linearizācijas pamatā ir mazo noviržu metode, t.i., tiek pieņemts, ka attiecīgās ierīces vai sistēmas izejas lielums vadības procesa laikā samērā maz novirzās no stacionārās līdzsvara vērtības.

Ienesot nelineārajā vienādojumā mainīgo lielumu absolūto vērtību vietā to novirzes no līdzsvara stāvokļa, izdodas pāriet uz lineāriem vienādojumiem pieaugumos. Šai nolūkā izdara sekojošas darbības:

- vispirms sastāda dotās ierīces diferenciālvienādojumu vispārīgā veidā, piemēram, $T \cdot dX_{iz} / dt + X_{iz} = K \cdot X_{ie}$;
- pēc tam atrod statikas vienādojumu stacionāram līdzsvara stāvoklim, piemēram, $X_{iz_o} = K \cdot X_{ie_o}$;
- tad, pieņemot, ka līdzsvars tiek izjaukts, diferenciālvienādojumu pārraksta, dodot mainīgajiem pieaugumus $T \cdot d\left(X_{iz_o} + \Delta X_{iz}\right) / dt + \left(X_{iz_o} + \Delta X_{iz}\right) = K \cdot \left(X_{ie_o} + \Delta X_{ie}\right)$;
- no iegūtā jaunā dinamikas vienādojuma atņem statikas vienādojumu un iegūst diferenciālvienādojumu mainīgo lielumu X_{ie} un X_{iz} pieaugumos:

$$[T \cdot \frac{d\Delta X_{iz}}{dt} + X_{iz_o} + \Delta X_{iz} = K \cdot \left(X_{ie_o} + \Delta X_{ie} \right)] - \left(X_{iz_o} = K \cdot X_{ie_o} \right),$$

$$\text{no kurienes} \quad T \cdot \frac{d\Delta X_{iz}}{dt} + \Delta X_{iz} = K \cdot \Delta X_{ie} . \tag{2.46}$$

Automātikas ierīču un sistēmu dinamikas galvenie raksturlielumi ir laika konstante un dinamiskais pārvades koeficients jeb pārvades funkcija. AVS komponentu pārvades funkcijas izmanto kā matemātiskos modeļus, lai sastādītu pārejas procesu imitāciju modelēšanas algoritmiskās blokshēmas Windows vidē.

Lai iegūtu automātikas ierīču un sistēmu pārvades funkcijas, nepieciešams algebrizēt to diferenciālvienādojumus.

2.8.3. Diferenciālvienādojumu formālā algebrizācija

Formāli diferenciālvienādojumus var algebrizēt aizstājot diferencēšanas operācijas zīmi ar simbolu „p”, piemēram, d/dt = p, dX/dt = pX. Augstākas kārtas atvasinājumus attiecīgi aizstāj ar simbolu „p”, kāpinātu atbilstošā pakāpē: $d^2X/dt^2 = p^2X$, ..., $d^nX/dt^n = p^nX$.

Jāievēro, ka diferencēšanas operācijas aizstāšana ar formālu simbolu p ir pieļaujama tikai pie nulles sākuma nosacījumiem (X=0, ja t=0). Pretējā gadījumā šāda aizstāšana nav pieļaujama. Simbola „p” ievešana nemaina lieluma X raksturu (tas tāpat paliek argumenta „t” funkcija), bet maina tikai diferenciālvienādojuma pieraksta formu.

Parasti AVS dinamiku apraksta ar linearizētu diferenciālvienādojumu sistēmu. Lai iegūtu sistēmas kopējo diferenciālvienādojumu, lieto mainīgo starplielumu izslēgšanas metodi. Tā ir darbietilpīga metode, no kuras izvairās, algebrizējot diferenciālvienādojumus.

Piemērs. Dota vaļēja AVS, kas sastāv no divām inerciālām ierīcēm ar pārvades koeficientiem K_1 un K_2. Pirmās ierīces ieejas iedarbi apzīmēsim ar $X_{ie}(t)$, bet izejas mainīgo lielumu, kas vienlaicīgi ir otrās ierīces ieejas lielums – ar X(t). Otrās ierīces un visas sistēmas izejas lielums ir $X_{iz}(t)$. Vienkāršības labad turpmāk argumentu „t” nerakstīsim, paturot prātā, ka visi minētie lielumi ir laika funkcijas.

Abu ierīču dinamiku apraksta linearizēti pirmās kārtas diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem. Tad vaļējo AVS apraksta šo vienādojumu sistēma:

$$\begin{cases} T_1 \cdot \dfrac{dX}{dt} + X = K_1 \cdot X_{ie} \\ T_2 \cdot \dfrac{dX_{iz}}{dt} + X_{iz} = K_2 \cdot X, \end{cases} \tag{2.47}$$

kur T_1 un T_2 – laika konstantes.

Pieņemsim, ka spēkā ir nulles sākuma nosacījumi (t=0, $X_{iz} = 0$). Tad diferencēšanas funkciju varam aizstāt ar formālu simbolu p = d/dt. Līdz ar to iegūstam divu diferenciālvienādojumu sistēmas vienkāršotu pierakstu algebrisku vienādojumu formā:

$$\begin{cases} T_1 \cdot X \cdot p + X = K_1 \cdot X_{ie} \\ T_2 \cdot X_{iz} \cdot p + X_{iz} = K_2 \cdot X. \end{cases} \tag{2.48}$$

Izslēdzot starplielumu X un izdarot elementārus pārveidojumus, iegūstam vaļējas AVS diferenciālvienādojumu simboliskā formā:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot p^2 \cdot X_{iz} + (T_1 + T_2) \cdot p \cdot X_{iz} + X_{iz} = K \cdot X_{ie}, \tag{2.49}$$

kur $K = K_1 \cdot K_2$ – vaļējas sistēmas pārvades koeficients.

Pārejot atkal uz klasisko pieraksta formu, iegūsim diferenciālvienādojumu:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 X_{iz}}{dt^2} + (T_1 + T_2) \cdot \frac{dX_{iz}}{dt} + X_{iz} = K \cdot X_{ie}. \tag{2.50}$$

Lai iegūtu pētāmās sistēmas pārejas procesa raksturlīkni X_{iz} = f(t) pie dotās ieejas iedarbes X_{ie}(t), jāatrisina diferenciālvienādojums (2.50), pielietojot klasiskos diferenciālvienādojumu risināšanas paņēmienus.

Kā redzams no piemēra, formāla operatora p = d/dt ievešana ļauj vienkāršot dažādu starpdarbību izpildi ar diferenciālvienādojumiem, bet neatvieglo to atrisināšanu.

2.9. Operatoru metode AVS dinamisko procesu pētīšanai

Automātiskās vadības sistēmu analīzē izmanto citu diferenciālvienādojumu algebrizācijas metodi, kas būtiski atšķiras no iepriekš apskatītā formālā paņēmiena, un kuras pamatā ir tā saucamā **Laplasa transformācija** un operatorrēķinu matemātika.

2.9.1. Jēdziens par Laplasa transformāciju, oriģināls un attēls

Pieņemsim, ka pārejas procesu kādā AVS ierīcē, piemēram, termorezistorā apraksta funkcija f(t). Tad Laplasa transformācijas iegūšanai funkciju f(t) reizina ar reālā mainīgā t kompleksu funkciju e^{-st}, kur vispārīgā gadījumā s = $\alpha + j\omega$ ir komplekss skaitlis, ko uzskatīsim kā parametru. Šo reizinājumu integrēsim pēc t intervālā (0, ∞):

$$\int_{o}^{\infty} f(t) \cdot e^{-st}\, dt \quad . \tag{2.51}$$

Integrālis (2.51) vairs nav integrācijas mainīgā t funkcija, bet gan kompleksā mainīgā s = $\alpha + j\omega$ funkcija, kas definēta tām s vērtībām, kurām integrālis konverģē. Integrālis izsaka īpašu funkcionālu transformāciju, ko sauc par Laplasa transformāciju, un kas funkciju f(t) transformē, t.i., pārveido funkcijā F(s). Šo transformāciju pieraksta šādi:

$$F(s) = \int_{o}^{\infty} f(t) \cdot e^{-st}\, dt \tag{2.52}$$

vai saīsināti F(s) = L[f(t)], kur L[f(t)] – Laplasa transformācija no funkcijas f(t).

Funkciju f(t) zem integrāļa zīmes sauc par oriģinālfunkciju jeb **oriģinālu**, funkciju F(s), ko definē vienādība (2.52), sauc par atbilstošo attēlfunkciju jeb **attēlu**.

Bieži vien uzsver tikai pašu atbilstību starp oriģinālu un attēlu, bet ne vienādību, kas tos saista. Tad var lietot šādu saīsinātu pierakstu **F(s)↔f(t)** vai **f(t)↔F(s)**, ko komentē sekojoši: attēlam F(s) atbilst oriģināls f(t) vai oriģinālam f(t) atbilst attēls F(s).

Matemātikas metodi, kas paredzēta attiecīgu uzdevumu atrisināšanai, izmantojot sakarības starp oriģināliem un attēliem, sauc par operatoru metodi.

Lietojot šo metodi, diferenciālvienādojumi vai integrodiferenciālvienādojumi tiek pārveidoti būtiski vienkāršākos algebriskos vienādojumos. Atrisinot šos algebriskos vienādojumus un atrodot iegūtajiem attēliem atbilstošos oriģinālus, iegūst pētāmās ierīces vai sistēmas analīzes uzdevuma atrisinājumu.

Atšķirībā no formālās algebrizācijas, Laplasa transformāciju var pielietot pie jebkuriem sākuma nosacījumiem, t.i., kā pie nulles sākuma nosacījumiem (ja t = 0, X_{iz} = 0), tā arī pie nenulles sākuma nosacījumiem (ja t = 0, X_{iz} ≠ 0). Taču vienkāršības labad, parasti cenšas izvēlēties nulles sākuma nosacījumus.

Apskatīsim dažu funkciju attēlu iegūšanu ar Laplasa transformāciju.

1. **Konstantes attēls.** Ja oriģināls ir konstants lielums - f(t) = c, tad, pielietojot Laplasa transformāciju, iegūstam sekojošu attēlu:

$$F(s)=\int_0^\infty c\cdot e^{-st}\,dt=-\frac{c}{s}e^{-st}\Big|_0^\infty=\frac{c}{s}. \qquad (2.53)$$

2. **Eksponentfunkcijas attēls.** Oriģinālam f(t) = e^{-at} atbilst attēls:

$$F(s)=\int_0^\infty e^{-at}\,e^{-st}\,dt=\int_0^\infty e^{-(s+a)t}dt=-\frac{e^{(s+a)t}}{s+a}\Big|_0^\infty=\frac{1}{s+a}. \qquad (2.54)$$

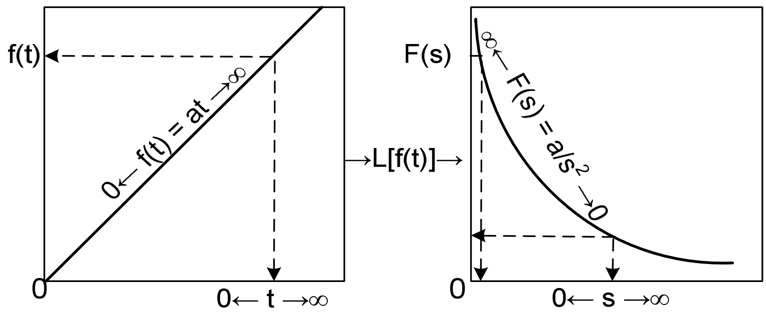
Redzams, ka attēla funkcija F(s) nav vairs laika t funkcija, bet gan jauna argumenta s funkcija. Tātad, pielietojot Laplasa transformāciju, procesu aprakstošā funkcija tiek pārcelta no reālā laika t koordinātu sistēmas uz jaunu koordinātu sistēmu ar mainīgo argumentu s. Dažu raksturīgu funkciju Laplasa transformācijas dotas 2.3. tabulā.

2.3. tabula

Laplasa transformāciju piemēri

Funkcijas nosaukums	Lineā funkcija	Augoša eksponent--funkcija	Sinusa funkcija	Kosinusa funkcija	Rimstoša sinusa funkcija	Rimstoša kosinusa funkcija
Oriģināls f(t)	at	e^{at}	sin ωt	cos ωt	e^{-at} sin ωt	e^{-at} cos ωt
Attēls F(s)= =L[f(t)]	$\frac{a}{s^2}$	$\frac{1}{s-a}$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Lineāras funkcijas f(t) = at (2.3. tab.) un tās transformācijas grafiskā interpretācija parādīta 2.16. attēlā.



2.16. att. **Laplasa transformācija no lineāras funkcijas f(t) = at**

Transformējot lineāru funkciju no reālā laika t koordinātu sistēmas uz argumenta s koordinātu sistēmu, tā pārveidojas otrās kārtas hiperboliskā attēla funkcijā.

2.9.2. Operatoru rēķinu galvenās teorēmas

Tā kā esam iepazinušies ar Laplasa transformācijas pamatjēdzieniem, tad varam apskatīt svarīgākās operatoru rēķinu teorēmas, kuras pielieto automātiskās vadības sistēmu analīzē.

Aprobežosimies ar teorēmu secinājumiem bez to pierādījumu izklāsta, kas tiek apskatīts augstākās matemātikas operatoru rēķinu speckursā.

1. Oriģināla sākuma lieluma teorēma

$$\lim f(t)_{t\to 0} = \lim s \cdot F(s)_{s\to\infty}. \tag{2.55}$$

Teorēma dod iespēju aprēķināt oriģināla sākuma lielumu no tā transformācijas. Vienādība (2.55) dod arī iespēju pārbaudīt veiktās transformācijas pareizību. Apskatīsim dažus piemērus teorēmas pārbaudei izmantojot 2.3. tabulas datus.

Piemēri.

1. Oriģinālam f(t) = a· t atbilst attēls F(s) = a/s^2 . Tad atbilstoši oriģināla sākuma lieluma teorēmai: $\lim (a\cdot t)_{t\to 0} = 0$ un arī $\lim (s\cdot a/s^2)_{s\to\infty} = 0$. Tātad teorēmas nosacījums izpildās. To apliecina arī grafiskais attēlojums (2.16. att.).
2. Oriģinālam f(t) = $e^{a\,t}$ atbilst attēls F(s) = 1/(s-a) . Tad $\lim (e^{a\,t})_{t\to 0} = 1$ un arī $\lim (s/(s-a))_{s\to\infty} = 1$. Līdzīgi varam pārbaudīt, ka teorēmas nosacījums izpildās visām citām oriģinālu un atbilstošo attēlu izteiksmēm.

2. Oriģināla beigu lieluma teorēma

$$\lim f(t)_{t\to\infty} = \lim s \cdot F(s)_{s\to 0}. \tag{2.56}$$

Teorēma dod iespēju aprēķināt oriģināla beigu lielumu (statisko – nostabilizējušos vērtību f(∞) pārejas procesa beigās) no tā transformācijas. Vienādība (2.56) dod arī iespēju pārbaudīt veiktās transformācijas pareizību. Apskatīsim dažus piemērus teorēmas pārbaudei izmantojot 2.3. tabulas datus.

Piemēri.

1. Oriģinālam f(t) = a·t atbilst attēls F(s) = a/s^2 . Tad atbilstoši oriģināla beigu lieluma teorēmai: $\lim (a\cdot t)_{t\to\infty} = \infty$ un arī $\lim (s\cdot a/s^2)_{s\to 0} = \infty$. Tātad teorēmas nosacījums izpildās. To apliecina arī grafiskais attēlojums (2.16. att.).
2. Oriģinālam f(t) = $e^{-a\,t}\sin \omega t$, kurš apraksta eksponenciāli rimstošu svārstību procesu, atbilst attēls F(s) = $\omega/((s+a)^2+\omega^2)$. Tad pārejas procesa beigās iegūstam, ka $\lim(e^{-a\,t}\sin \omega t)_{t\to\infty}=0$ un $\lim s\cdot[\omega/((s+a)^2+\omega^2)]_{s\to 0} = 0$.

3. Oriģināla pārbīdes (novēlojuma) teorēma

$$L[f(t-\tau)] = e^{-s\tau}F(s), \tag{2.57}$$

kur τ – novēlojuma vai aizkavēšanās laiks.

Teorēma dod iespēju noteikt Laplasa transformāciju funkcijai ar novēlotu argumentu. Tā kā šī funkcija parasti apraksta dažādu materiālu vai enerģijas plūsmas transporta kavējumu, tad konstanti τ sauc arī par transportkavējuma laiku.

Teorēmas pierādījums un praktiskais pielietojums izklāstīts 3. nodaļā. Šeit apskatām tikai vispārējus jēdzienus. Tātad Laplasa transformācija no oriģināla ar novēlotu argumentu f(t – τ) izsakās kā attēla F(s) reizinājums ar eksponentfunkciju $e^{-s\tau}$ (2.57).

Oriģināls ir singulāra funkcija, kuru raksturo sekojoši nosacījumi:

$$f(t) = \left|\begin{array}{l} 0, \text{ ja } t < \tau; \\ \\ m, \text{ ja } t \geq \tau, \end{array}\right. \tag{2.58}$$

kur m – materiāla masas porcija, kuru no dozatora līdz uzkrāšanas bunkuram nogādā konveijers ar novēlojumu τ.

4. Linearitātes teorēma

Oriģinālu reizinot ar konstantu lielumu c, arī attēls jāreizina ar šo konstanti. Ja L[f(t)] = F(s), tad L[c·f(t)] = c·F(s).

Ja oriģināls ir divu oriģinālfunkciju summa, tad attēls ir abu oriģinālfunkciju attēlu summa. Ja $L[f_1(t)] = F_1(s)$ un $L[f_2(t)] = F_2(s)$, tad $L[f_1(t)+ f_2(t)] = F_1(s)+ F_2(s)$.

5. Oriģināla atvasināšanas teorēma.

Izmantojot oriģināla atvasināšanas teorēmu, var pierādīt, ka funkcijas f(t) atvasinājuma attēli vispārīgi izsakās sekojoši:

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=s\cdot F(s)-f(0);\quad L\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right]=s^2\cdot F(s)-s\cdot f(0)-f'(0), \qquad (2.59)$$

kur f(0) un f'(0) – oriģināla un tā pirmās kārtas atvasinājuma lielums, ja neizpildās nulles sākuma nosacījumi (t = 0, f(0) ≠ 0).

Ja ir spēkā nulles sākuma nosacījumi (t = 0, f(t) = 0) iegūstam sekojošus oriģināla atvasinājuma attēlus:

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right]=s\cdot F(s);\quad L\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right]=s^2\cdot F(s);\quad L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right]\frac{d^n f(t)}{dt^n}=s^n\cdot F(s). \qquad (2.60)$$

No oriģināla atvasināšanas teorēmas var izdarīt sekojošus svarīgus secinājumus:

- līdzīgi kā iepriekš apskatītās formālās algebrizācijas gadījumā, arī pielietojot Laplasa transformāciju, oriģināla atvasinājumi pārveidojas algebriskās izteiksmēs, taču būtiska atšķirība ir tā, ka mainīgie lielumi vairs nav laika t funkcijas, bet gan jauna argumenta s funkcijas;
- atšķirībā no formālās algebrizācijas, oriģināla atvasinājumu transformāciju var realizēt arī pie nenulles sākuma nosacījumiem, tomēr dinamisko procesu analīzes praksē cenšas izvēlēties nulles sākuma nosacījumus, jo iegūtās izteiksmes ir vienkāršākas un ērtākas praktiskai lietošanai;
- pie nulles sākuma nosacījumiem oriģināla f(t) n – reizējai atvasināšanai atbilst attēla F(s) reizināšana ar s^n, kur n – atvasinājuma kārta.

Apskatīsim diferenciālvienādojumu algebrizācijas piemērus, pielietojot Laplasa transformāciju. Vienādojumus, kas apraksta dinamiskos procesus reālā laika atskaites sistēmā sauksim par **oriģinālvienādojumiem,** bet transformācijas rezultātā iegūtos vienādojumus – par **operatorvienādojumiem**.

1. Piemērs. Izmantojot oriģināla atvasināšanas teorēmu (2.60) pie nulles sākuma nosacījumiem, uzrakstīsim pirmās kārtas homogēna diferenciālvienādojuma (2.44) ar konstantiem koeficientiem K un T operatorvienādojumu:

$$T\cdot s\cdot X_{iz}(s)+X_{iz}(s)=K\cdot X_{ie}(s)\ vai\ (T\cdot s+1)\cdot X_{iz}(s)=K\cdot X_{ie}(s), \qquad (2.61)$$

kur $X_{iz}(s)$ un $X_{ie}(s)$ – izejas un ieejas lielumu attēli.

Transformācijas rezultātā diferenciālvienādojums pārveidojas algebriskā vienādojumā, kurā mainīgie lielumi ir argumenta s funkcijas. Saskaņā ar linearitātes teorēmu, konstantie lielumi – pārvades koeficients K un laika konstante T nemainās, t.i., saglabā savu skaitlisko vērtību, mērvienību dimensiju un fizikālo jēgu. Ar vienādojumu (2.61) var veikt tādas pašas darbības un pārveidojumus, kā ar jebkuru algebrisku vienādojumu.

2. Piemērs. Uzrakstīsim otrās kārtas diferenciālvienādojuma (2.50) ar konstantiem koeficientiem operatorvienādojumu pie nulles sākuma nosacījumiem:

$$T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 \cdot X_{iz}(s) + (T_1 + T_2) \cdot s \cdot X_{iz}(s) + X_{iz}(s) = K \cdot X_{ie}(s), \tag{2.62}$$

kur K– pārvades koeficients; T_1 un T_2 – inerci raksturojošās laika konstantes.

Ārēji operatorvienādojums (2.62) neatšķiras no vienādojuma (2.49), kuru ieguvām ar formālu algebrizāciju. Taču būtiska ir funkcionālā atšķirība, jo vienādojumā (2.49) mainīgie lielumi X_{iz}, X_{ie} ir laika t funkcijas, bet vienādojumā (2.62) – Laplasa argumenta s funkcijas.

6. Oriģināla integrēšanas teorēma.

Ja f(t) ir integrējama funkcija intervālā (0, t), tad pamatojoties uz oriģināla integrēšanas teorēmu, var pierādīt, ka

$$L\left[\int_o^t f(t)\,dt\right] = \frac{F(s)}{s}. \tag{2.63}$$

Oriģināla f(t) integrēšanai intervālā (0,t) atbilst attēla F(s) dalīšana ar argumentu s.

Piemērs. Astatiskas ierīces darbību dinamiskā režīmā apraksta integrālvienādojums:

$$X_{iz}(t) = K_\omega \int_o^t X_{ie}(t)\,dt\ , \tag{2.64}$$

kur K_ω – astatiskās ierīces ātruma koeficients.

Izmantojot oriģināla integrēšanas teorēmu, iegūstam operatorvienādojumu:

$$X_{iz}(s) = \frac{K_\omega}{s} \cdot X_{ie}(s). \tag{2.65}$$

Tātad pielietojot Laplasa transformāciju, integrālvienādojums pārveidojas algebriskā vienādojumā, kas vienkāršo pārejas procesu analīzi.

2.9.3. Dinamiskais pārvades koeficients - pārvades funkcija

Automātiskās vadības sistēmu un to komponentu viens no galvenajiem dinamiskajiem rādītājiem ir dinamiskais pārvades koeficients jeb pārvades funkcija. Apskatīsim tās iegūšanu vispārīgā veidā. Pieņemsim, ka slēgtas AVS (ar atgriezenisko saiti) darbību apraksta lineārs n – tās kārtas diferenciālvienādojums:

$$a_o \cdot \frac{d^n X_{iz}}{dt^n} + \ldots + a_{n-1} \cdot \frac{dX_{iz}}{dt} + a_n \cdot X_{iz} = b_0 \cdot \frac{d^m X_{ie}}{dt} + \ldots + b_{m-1} \cdot \frac{dX_{ie}}{dt} + b_m \cdot X_{ie}, \tag{2.66}$$

kur $a_0 \ldots a_n$ un $b_0 \ldots b_m$ – konstanti koeficienti.

Pielietojot Laplasa transformāciju, pie nulles sākuma nosacījumiem, iegūstam AVS operatorvienādojumu:

$$a_0 \cdot s^n \cdot X_{iz}(s) + \ldots + a_{n-1} \cdot s \cdot X_{iz}(s) + a_n \cdot X_{iz}(s) = b_0 \cdot s^m \cdot X_{ie}(s) + \ldots + b_{m-1} \cdot s \cdot X_{ie}(s) + b_m \cdot X_{ie}(s). \tag{2.67}$$

Vienādojumā (2.67) attēla funkcijas $X_{iz}(s)$ un $X_{ie}(s)$ iznesam pirms iekavām un atrodam to attiecību:

$$\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{b_0 s^m + \ldots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + \ldots a_{n-1}s + a_n} = \frac{Q(s)}{D(s)}, \tag{2.68}$$

kur skaitītāja polinomu Q(s) sauc par **iedarbes operatoru**, bet saucēja polinomu D(s) par sistēmas **pašoperatoru**.

Sistēma var funkcionēt tikai tad, ja $m < n$. Daudzām reālām sistēmām $m = 0$. Kāpinātājs n norāda sistēmas kārtu. Ir otrās, trešās un augstāku kārtu sistēmas.

AVS izejas lieluma attēla $X_{iz}(s)$ attiecību pret ieejas lieluma attēlu $X_{ie}(s)$, sauc par **pārvades funkciju**. Līdzīgi pārvades funkciju nosaka AVS komponentēm. AVS komponentu un vaļēju AVS pārvades funkcijas parasti apzīmē ar **W(s),** bet slēgtu AVS pārvades funkcijas ar **Φ(s).** Tad apskatītās slēgtās AVS pārvades funkcija izteiksies sekojoši:

$$\Phi(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{b_0 s^m + \ldots + b_{m-1}s + b_m}{a_0 s^n + \ldots a_{n-1}s + a_n}. \tag{2.69}$$

Koeficienti $a_0 \ldots a_n$ un $b_0 \ldots b_m$ ietver analīzei nepieciešamo informāciju par visu AVS komponentu statiskajām un dinamiskajām īpašībām. Līdz ar to pārvades funkcija Φ(s) ir slēgtas automātiskās vadības sistēmas darbības algoritms, kas dod iespēju modelēt dinamiskos pārejas procesus dotajā sistēmā un novērtēt tās darbības stabilitāti un kvalitāti, kā arī veikt tās darbības optimizāciju.

1. Piemērs. Noteiksim pirmās kārtas inerciālas ierīces, piemēram, elektriskas sildierīces, pārvades funkciju. Šāda tipa ierīces operatorvienādojumu (2.61) atradām iepriekš. Ņemot ierīces izejas lieluma attēla $X_{iz}(s)$ attiecību pret ieejas lieluma attēlu $X_{ie}(s)$, iegūstam pārvades funkciju:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{K}{T \cdot s + 1}. \tag{2.70}$$

2. Piemērs. No operatorvienādojuma (2.62) atrodam otrās kārtas vaļējas AVS pārvades funkciju:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{K}{T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 + (T_1 + T_2) \cdot s + 1}, \tag{2.71}$$

kur K = Q(s) – AVS iedarbes operators;

$T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 + (T_1 + T_2) \cdot s + 1 = D(s)$ - AVS pašoperators.

Iedarbes operators nosaka sistēmas jutību pret dažādām iedarbēm, piemēram, pret ieejas signālu un perturbācijām, kā arī būtiski iespaido sistēmas precizitāti.

Pašoperators nosaka sistēmas brīvo kustību pēc perturbācijas noņemšanas. To sauc arī par sistēmas **raksturīgo polinomu**.

Pielīdzinot pašoperatoru nullei, iegūst AVS **raksturīgo vienādojumu**: $D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 = 0$, kur $a_0 = T_1 T_2$, $a_1 = T_1 + T_2$, $a_2 = 1$. Koeficienti a_0 un a_1 nosaka pārejas procesa inerci un raksturu.

Pārvades funkcijas tiek plaši lietotas AVS analīzē (modelēšanā) un sintēzē (projektēšanā). Tās dod iespēju sastādīt AVS algoritmiskās blokshēmas un izmantot dinamisko procesu modelēšanas datorprogrammas, piemēram, Matlab „Simulink”, lai veiktu AVS darbības stabilitātes un kvalitātes analīzi, kā arī risināt tehnoloģisko iekārtu un procesu vadības sistēmu optimizācijas uzdevumus projektēšanas stadijā.

2.10. Dinamikas vienādojumu sastādīšanas piemēri

Apskatīsim diferenciālvienādojumu sastādīšanas metodiku siltumtehniskiem un hidrauliskiem objektiem. Siltumtehniskos objektos pārejas procesus izraisa siltuma pārneses inerce, bet hidrauliskos objektos – šķidruma masas plūsmu inerce un hidraulisko tilpumu izmaiņas inerce.

2.10.1. Temperatūras mērīšanas pārveidotāja vienādojums

Izmantojot temperatūras jutīgās ierīces (termorezistorus, termistorus, termopārus, termodiodes u.c.) kā **temperatūras mērīšanas pārveidotājus (TMP)** siltuma pārvades procesu automātiskās vadības sistēmās, jāņem vērā to silšanas inerce, kas atkarīga no ierīces masas, īpatnējās siltumietilpības un siltumapmaiņas apstākļiem ar apkārtējo vidi.

Silšanas inerce paaugstina temperatūras mērīšanas dinamisko kļūdu, kas jāņem vērā izvēloties TMP siltumtehniskiem objektiem vai procesiem ar relatīvi ātru temperatūras izmaiņu.

TMP dinamikas vienādojuma sastādīšanai izmantojam siltuma plūsmu bilances vienādojumu. Pieņemsim, ka TMP ilgstoši atrodas vidē ar temperatūru θ_v . Tad jutīgās ierīces temperatūra $\theta_t = \theta_v$ Vides atdotā siltuma plūsma Q_v vienāda ar ierīces uzņemto siltuma plūsmu ($Q_t = Q_v$).

Pārvietojot TMP no vides ar temperatūru θ_v uz kontroles objektu ar temperatūru θ_{obj}, tiek izjaukts siltuma plūsmu līdzsvars. Plūsmu izlāgojums $\Delta Q = Q_{obj} - Q_t$, kur ΔQ – ierīces akumulētā siltuma plūsma, pastāv līdz pārejas procesa beigām, kad iestājas stacionārs līdzsvara stāvoklis ($\theta_t = \theta_{obj}$). Izsakot siltuma plūsmas ar temperatūrām un TMP fizikālajiem parametriem, iegūstam diferenciālvienādojumu:

$$c \cdot m \cdot \frac{d\theta_t}{dt} = \alpha_s \cdot S \cdot \left(\theta_{obj} - \theta_t\right), \tag{2.72}$$

kur $c \cdot m \cdot d\theta_t / dt = \Delta Q,\ \alpha_s \cdot S \cdot (\theta_{obj} - \theta_t) = Q_{obj} - Q_t$;

c – TMP materiāla īpatnējā siltumietilpība, J/(kg °C);
m – TMP masa, kg;
α_s – TMP virsmas siltuma pārvades koeficients, W/(m^2. °C);
S – TMP virsmas laukums, m^2.

Lietojot norādītās mērvienības, attiecīgās siltuma plūsmas iegūst vatos.

Dalot vienādojuma (2.72) abas puses ar $\alpha_s \cdot S$ un izdarot vienkāršus pārveidojumus, atrodam, ka TMP silšanas procesu apraksta pirmās kārtas diferenciālvienādojums:

$$T \cdot \frac{d\theta_t}{dt} + \theta_t = \theta_{obj} , \tag{2.73}$$

kur $T = c \cdot m/(\alpha_s \cdot S)$ – TMP laika konstante, kas raksturo silšanas inerci, s.

Redzams, ka termorezistora silšanas laika konstante T ir tieši proporcionāla tā masai m un materiāla īpatnējai siltumietilpībai c, bet apgriezti proporcionāla siltuma atdeves virsmas laukumam S un siltuma pārvades koeficientam α_s.

Jo intensīvāka siltuma apmaiņa starp TMP un temperatūras kontroles objektu, jo mazāka TMP silšanas inerce. Tātad laika konstante T ir atkarīga no vides īpašībām, kurā atrodas TMP. Dažādām vidēm α_s var mainīties plašās robežās.

Nekustīgā gaisā α_s = 8...14 W/(m^2. ^{o}C), stāvošā ūdenī – 140...370 W/(m^2. ^{o}C). Jo lielāks ir gāzes vai šķidruma plūsmas, kurā ievietots TMP, ātrums, jo lielāks ir siltuma pārvades koeficients α_s un mazāka TMP inerce.

Varam izdarīt secinājumu, ka lielums T ir nosacīta konstante. Vienam un tam pašam TMP tā var būt ļoti dažāda atkarībā no kontrolējamās vides fizikālajām īpašībām.

Atrisinot diferenciālvienādojumu (2.73), iegūstam TMP silšanas dinamisko raksturlīkni:

$$\theta_t(t) = \theta_{obj} \cdot (1 - e^{-t/T}), \tag{2.74}$$

kas parāda, ka TMP silšanas process notiek pēc eksponenciāla likuma.

TMP temperatūra θ_t sasniedz kontroles objekta temperatūru θ_{obj} pēc laika, kas aptuveni vienāds ar trim laika konstantēm T.

Apskatīsim dažu temperatūras mērīšanas pārveidotāju dinamisko īpašību analīzes piemērus. Praksē plaši izplatīti TMP, kuros kā temperatūras jutīgos elementus izmanto metāla termorezistorus un termopārus.

2.10.2. Metāla termorezistoru dinamiskie raksturojumi

Projektējot temperatūras automātiskās regulēšanas sistēmu, kurā izmanto TMP ar termorezistoru, nepieciešams noteikt dinamisko sakarību starp termorezistora pretestību R_θ un temperatūras regulēšanas objekta, piemēram, gāzes apsildes katla temperatūru θ_{obj}. Apskatot automātikas ierīču statiku, noteicām sakarību starp metāla termorezistora pretestību un tā temperatūru θ_t: $R_\theta = R_0(1 + \alpha_t\theta_t)$, kur R_0–pretestība 0 ^{o}C temperatūrā, Ω; α_t - pretestības temperatūras koeficients, I/ ^{o}C.

Izsakām θ_t ar R_θ un iegūto izteiksmi: $\theta_t = (R_\theta - R_o)/(R_o.\alpha_t)$ ievietojam vienādojumā (2.73). Veicot vienkāršus matemātiskus pārveidojumus, iegūstam sekojošu diferenciālvienādojumu:

$$T \cdot \frac{d\Delta R_\theta}{dt} + \Delta R_\theta = R_o \cdot \alpha_t \cdot \theta_{obj} = K \cdot \theta_{obj}, \tag{2.75}$$

kur $K = R_0 \cdot \alpha_t$ – termorezistora statiskais pārvades koeficients, $\Omega / {}^o$C;

$\Delta R_\theta = R_\theta - R_0$ – termorezistora pretestības izmaiņa, Ω.

Vienādojuma (2.75) atrisinājums ir eksponentfunkcija:

$$R_\theta = R_0 + K \cdot \theta_{obj} \cdot \left(1 - e^{-t/T}\right), \tag{2.76}$$

kas parāda termorezistora pretestības dinamisko izmaiņu pie lēcienveida temperatūras izmaiņas vadības objektā (2.17. att.).

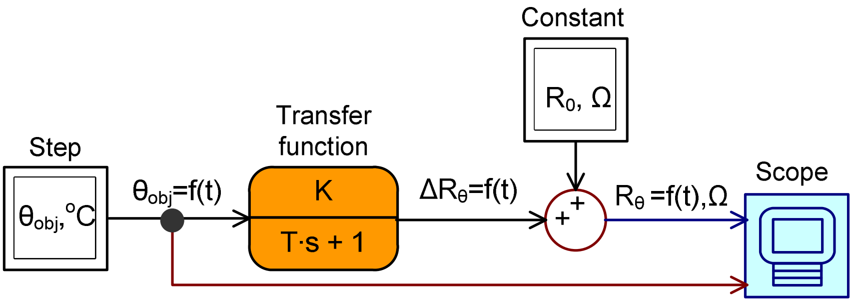
Pielietojot Laplasa transformāciju, no diferenciālvienādojuma (2.75) iegūstam termorezistora operatorvienādojumu un pārvades funkciju:

$$T \cdot s \cdot \Delta R_\theta(s) + \Delta R_\theta(s) = K \cdot \theta_{obj}(s) \ vai \ (T \cdot s + 1) \cdot \Delta R_\theta(s) = K \cdot \theta_{obj}(s),$$

no kurienes

$$W(s) = \frac{\Delta R_\theta(s)}{\theta_{obj}(s)} = \frac{K}{T \cdot s + 1}. \tag{2.77}$$

Lai, izmantojot pārvades funkciju (2.77), iegūtu dinamisko raksturlīkni (2.76), jāsastāda atbilstoša modelēšanas blokshēma (2.17. att.). To sastādām no „Simulink” bibliotēkas standartblokiem: ķāpņveida signāla ģeneratora „Step”, kas formē lēcienveida iedarbi termorezistora ieejā ar brīvi ieprogrammētu kavējumu t_0; termorezistora pārvades funkcijas (2.77) formēšanas bloka „Transfer function”; konstanta signāla ģeneratora „Constant” sākuma pretestības R_0 iestatīšanai; summatora „Sum” pretestības izmaiņas $\Delta R_\theta(t)$ un sākuma pretestības R_0 summēšanai; osciloskopa „Scope” pārejas procesa raksturlīkņu $\theta_{obj} = f(t)$ un $R_\theta = f(t)$ (2.18. att.) vizualizācijai uz osciloskopa ekrāna.



2.17. att. **Termorezistora pārejas procesa raksturlīkņu modelēšanas blokshēma**

2.10.3. Metāla termopāru dinamiskie raksturojumi

Lai sastādītu termopāra dinamikas vienādojumu, izmantojam iepriekš apskatīto sakarību starp metāla termopāra termoelektrodzinējspēku E_θ (mV) un tā darba gala stacionāro temperatūru θ_d (°C): $E_\theta = K(\theta_d + \theta_b)$, kur θ_b – termopāra brīvo galu temperatūra, °C; $K = E_\theta / (\theta_d + \theta_b)$ – termopāra pārvades (jutības) koeficients, mV/ °C.

Izsakām θ_d ar E_θ un iegūto izteiksmi $\theta_d = (E_\theta / K) + \theta_b$ ievietojam vienādojumā (2.73). Veicot vienkāršus matemātiskus pārveidojumus, iegūstam sekojošu diferenciālvienādojumu:

$$T\frac{dE_\theta}{dt} + E_\theta = K(\theta_{obj} - \theta_b) = K \cdot \Delta\theta, \tag{2.78}$$

kur T– termopāra silšanas laika konstante, s;

θ_{obj} – kontroles objekta temperatūra, °C.

Vienādojuma (2.78) atrisinājums ir eksponentfunkcija:

$$E_\theta = K(\theta_{obj} - \theta_b)\left(1 - e^{-t/T}\right), \tag{2.79}$$

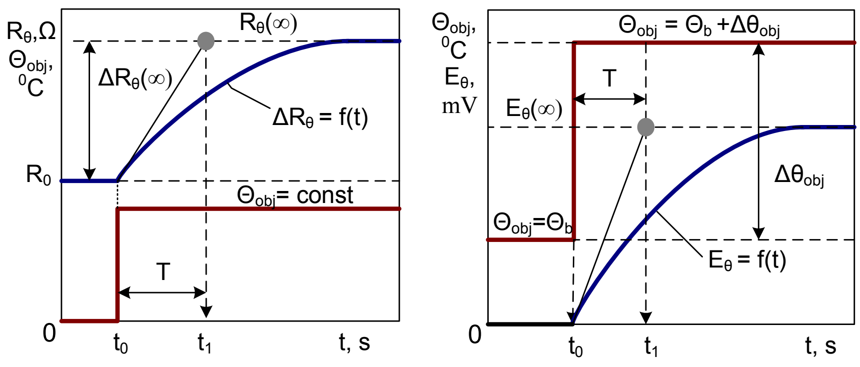
kas parāda termopāra TEDS pārejas procesu pie lēcienveida temperatūras izmaiņas vadības objektā (2.18. att.).

Pielietojot Laplasa transformāciju, no diferenciālvienādojuma (2.78) iegūstam termopāra operatorvienādojumu un pārvades funkciju:

$$T \cdot s \cdot E_\theta(s) + E_\theta(s) = K \cdot \Delta\theta(s) \; vai \, (T \cdot s + 1) E_\theta(s) = K \cdot \Delta\theta(s),$$

no kurienes

$$W(s) = \frac{E_\theta(s)}{\Delta\theta(s)} = \frac{K}{T \cdot s + 1}. \tag{2.80}$$



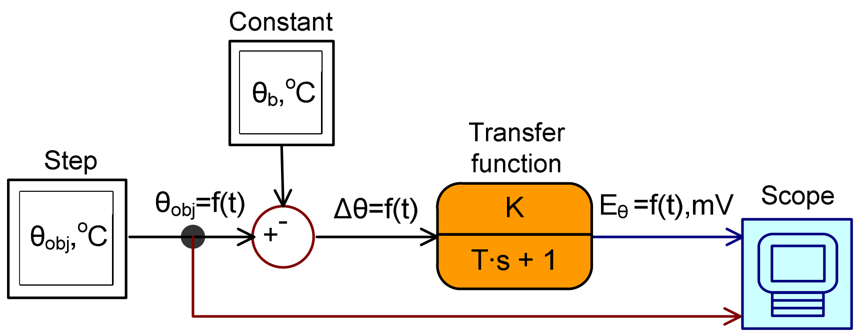
2.18. att. **Termorezistora un termopāra pārejas procesa raksturlīknes**

Lai, izmantojot pārvades funkciju (2.80), iegūtu dinamisko raksturlīkni (2.79), sastādām modelēšanas blokshēmu (2.19. att.), izmantojot „Simulink” bibliotēkas standartblokus. Blokshēma līdzīga iepriekš apskatītajai (2.17. att.). Atšķirība tāda, ka kāpņveida signāla ģenerators „Step” formē divpakāpju ieejas iedarbi, kuru iestata ieprogrammējot bloka parametrus tā, lai iegūtu 2.18. attēlā parādītās termopāra pārejas procesa raksturlīknes. Šai nolūkā veic sekojošus bloka „Step” iestatījumus:

- iestata kontroles objekta sākuma temperatūras darbības laiku t_0 un lielumu (ja $0 \leq t < t_0$, tad $\theta_{obj} = \theta_b$);
- iestata kontroles objekta beigu temperatūras lēcienveida pieauguma lielumu (ja $t \geq t_0$, tad $\theta_{obj} = \theta_b + \Delta\theta$).

Blokā ”Transfer function” ievada termistora pārvades koeficienta K un laika konstantes T skaitliskās vērtības. Laplasa arguments s ir standarta algoritma simbols, kas kvalitatīvi nosaka pārejas procesa īpašības un tam šajā modelī nav kvantitatīva lieluma nozīmes.

Veicot simulāciju, uz osciloskopa „Scope” ekrāna iegūst termopāra pārejas procesa raksturlīknes $\theta_{obj} = f(t)$ un $E_\theta = f(t)$.



2.19. att. **Termopāra pārejas procesa raksturlīkņu modelēšanas blokshēma**

2.10.4. TMP pārejas procesu iespaidojošie faktori

Diviem viena un tā paša materiāla elementiem ar vienādu masu un vienādiem apkārtējās vides apstākļiem silšanas laika konstantes var ievērojami atšķirties atkarībā no šo elementu konstruktīvā izveidojuma. Elementam ar lodveida formu ir vislielākā silšanas laika konstante, jo tam ir minimāls siltuma apmaiņas virsmas laukums. Tāpēc visus TMP cenšas izveidot ar cilindrisku formu. Vismazākā laika konstante ir mērīšanas pārveidotājiem, kas izgatavoti tievas stieples veidā.

Cilindriskas formas pārveidotājiem ar diametru d_c, garumu l_c un materiāla blīvumu ρ laika konstanti T_c aprēķina pēc formulas:

$$T_c = \frac{c\rho\, d_c}{4\alpha\left(1 + d_c / 2l_c\right)}. \tag{2.81}$$

Ja $d_c \ll 2l_c$, tad $T_c \approx c\rho d_c/(4\alpha)$. Elementam ar lodveida formu silšanas laika konstanti aprēķina pēc formulas:

$$T_l = \frac{c\rho\, d_l}{6\alpha}, \tag{2.82}$$

kur d_l – lodes diametrs, m.

Divu ekvivalentu lodveida un cilindrveida elementu ar vienādiem c, ρ, un α laika konstanšu T_l un T_c salīdzināšanai izmanto sakarības:

$$d_c = d_l \cdot \sqrt{\frac{2d_l}{3l_c}}; \qquad \frac{T_l}{T_c} = \sqrt{\frac{2l_c}{3d_l}} + \frac{d_l}{3\ l_c}. \tag{2.83}$$

Aizstājot elementa lodveida formu ar cilindrisku, var samazināt tā silšanas laika konstanti.

Ražošanas apstākļos, lietojot standarta mērīšanas pārveidotājus, to silšanas inerci būtiski samazina, palielinot kontrolējamās vides plūsmas ātrumu v. No izteiksmēm (2.81) un (2.82) secinām, ka laika konstante ir apgriezti proporcionāla siltuma pārvades koeficientam α. Ja gāzu mākslīgās konvekcijas plūsma vērsta perpendikulāri cilindriska pārveidotāja asij, siltuma pārvades koeficientu α var aprēķināt pēc formulas:

$$\alpha = \frac{a \cdot \lambda}{d_c}\left(\frac{v \cdot d_c}{\vartheta}\right)^n = \frac{a \cdot \lambda}{d_c} \cdot \mathrm{Re}^n, \tag{2.84}$$

kur λ - gāzes siltumvadāmība, W/(m ^{0}C);

v – gāzu kustības ātrums, m/s;

ϑ – gāzes kinemātiskā viskozitāte, m^2/s;

a un n – koeficienti, kurus izvēlas pēc Reinoldsa kritērija $Re = v{\cdot}d/\vartheta$.

Ja Re = 5...80, a = 0,93, n=0,40. Ja Re = 80...5.10^3, a = 0,715, n = 0,46.

Gaisa siltumvadāmību λ un kinemātisko viskozitāti ϑ ietekmē temperatūra. Šos lielumus temperatūru diapazonā 20...100 ^{o}C var aprēķināt pēc empīriskām sakarībām:

$$\lambda = 0{,}024\cdot(1+0{,}0026\ \theta);\ \nu = 13{,}7\cdot(1+0{,}0074\ \theta)\cdot 10^{-6}. \tag{2.86}$$

Vislielāko α vērtību iegūst, ja gaisa plūsma vērsta perpendikulāri TMP asij, bet α samazinās apmēram divas reizes, ja plūsma vērsta pa garenasi. Pie dažādiem plūsmas virziena leņķiem φ attiecībā pret TMP garenasi siltuma pārvades koeficientu α aprēķina pēc formulas:

$$\alpha = 0{,}5 \cdot \frac{\alpha \cdot \lambda}{d_c} \cdot \mathrm{Re}^n \cdot (1 + \varphi / 90^0). \tag{2.87}$$

Piemērs. Cilindrisks TMP, kura izmēri d_c =3 mm, l_c = 20 mm, ievietots žāvēšanas kamerā ar temperatūru θ = 80 ^oC. Gaisa plūsmas ātrums: v_1 = 1 m/s; v_2 = 0,1 m/s. TMP materiālam $c \cdot \rho$ = $2{,}5 \cdot 10^6$ J/($m^3 \cdot {}^0C$). Jānosaka silšanas laika konstante.

Atrisinājums. Vispirms nosakām gaisa kinemātisko viskozitāti:
$\vartheta = 13{,}7 \cdot (1+0{,}0074 \cdot 80) = 21{,}8 \cdot 10^{-6}$ m^2/s.
Atrodam Reinoldsa skaitli: $Re = 1.3 \cdot 10^{-3}/21{,}8 \cdot 10^{-6} = 137{,}6$.
Izvēlamies a = 0,715; n = 0,46 un aprēķinām gaisa siltumvadāmību:
$\lambda = 0{,}024 \cdot (1+0{,}0026 \cdot 80) = 0{,}029$ W/(m $\cdot$ ^0C).
No izteiksmes (2.87) atrodam siltuma pārvades koeficientu pie φ = 90^o:

$$\alpha = 0{,}5 \cdot \frac{0{,}715 \cdot 0{,}029}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 137{,}6^{0,46} \cdot (1 + 90/90) = 66{,}6 \; W/(m^2 \cdot {}^0 C).$$

Pēc formulas (2.81) aprēķinām laika konstanti:

$$T_1 = \frac{2{,}5 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 66{,}6 \cdot (1 + 3/20)} \approx 25 \;\; s.$$

Ja gaisa plūsmas ātrums v = 0,1 m/s, Reinoldsa skaitlis Re = 13,76, a = 0,93, n=0,40, tad pie φ = 90^o atrodam , ka siltuma atdeves koeficients:

$$\alpha = \frac{0{,}93 \cdot 0{,}029}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 13{,}76^{0,40} = 25{,}7 \;\; W/(m^2 \cdot {}^0C).$$

Šajā gadījumā laika konstante:

$$T_2 = \frac{2{,}5 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 25{,}7 \cdot (1 + 3/20)} \approx 63 \, s.$$

Ja gaisa plūsmas ātrums v = 0,1 m/s un tās virziena leņķis pret mērīšanas pārveidotāja garenasi φ = 45^o, var pārliecināties, ka $T_3 \approx 85$ s.

Salīdzinot iegūtos rezultātus, secinām, ka TMP jānovieto tā, lai to labi apskalotu gaiss un pārveidotāja garenass būtu perpendikulāra plūsmas virzienam. Līdzīgus secinājumus varam izdarīt arī attiecībā uz šķidruma temperatūru mērīšanu.

Ja nav zināmi visi nepieciešamie parametri laika konstantes aprēķināšanai, to var noteikt eksperimentāli, uzņemot TMP pārejas procesa raksturlīkni. Piemēram, laika momentā t_o termorezistoru pārnes no vides ar temperatūru θ_v uz termostatu vai kontroles objektu ar temperatūru θ_{obj}. Fiksējot termorezistora pretestības R_θ izmaiņu diskrētos laika momentos, iegūst pārejas procesa raksturlīkni $R_\theta = f(t)$. Laika konstanti T tad var noteikt grafoanalītiski, kā parādīts 2.18. attēlā.

Jāievēro, ka eksperimentāli iegūtā laika konstante būs adekvāta reālajai tikai tad, ja eksperimenta apstākļi sakritīs ar TMP darba apstākļiem kontroles objektā.

2.10.5. Rezervuāra kā vadības objekta dinamikas vienādojumi

Apskatīsim ūdens rezervuāru kā automātiskās vadības objektu, kura ieejas iedarbe ir ūdens plūsma Q, kuru sūknis caur ventiļiem padod uz rezervuāru. Tā izejas lielums ir ūdens līmenis H, kuru iespaido mainīga perturbācija – patēriņa plūsma Q_p (2.20. att.).

Sākumā atvērti rokas vadības ventiļi V_1 un V_3 . Vadības objekts ir stacionārā līdzsvara stāvoklī: $H = H_0$ = const, $Q = Q_0$= const. un $Q_p = Q_{p0}$ = const., kur $Q_{p0} = Q_0$.

Ieslēdzot elektromagnētisko ventili V_2, lēcienveidīgi tiek izjaukts plūsmu līdzsvars kā rezultātā ūdens līmenis sāk paaugstināties. Paaugstinoties līmenim, palielinās ūdens spiediens, kas savukārt izraisa patēriņa plūsmas palielināšanos, jo $Q_p = f(H)$.

Sakarā ar procesa inerci, notiek pakāpeniska ūdens līmeņa $H = H_0+\Delta H(t)$ paaugstināšanās , kamēr iestājas jauns stacionārs līdzsvara stāvoklis: $H = H_0 + +\Delta H(\infty)$, kur $\Delta H(\infty)$ – nostabilizējusies maksimālā līmeņa izmaiņa (2.20. att.).

Dinamisko ūdens līmeņa izmaiņas procesu rezervuārā apraksta sekojošs plūsmu bilances vienādojums:

$$S\frac{d\Delta H}{dt} = \left(Q_0 + \Delta Q\right) - \left(Q_{p0} + \Delta Q_p(H)\right), \qquad (2.88)$$

kur ΔQ = const. – ūdens pieplūdes lēcienveida izmaiņa, m^3/s;

$\Delta Q_p = k_p \Delta H$ – ūdens patēriņa izmaiņa atkarībā no līmeņa izmaiņas, m^3/s;

$k_p = \Delta Q_p / \Delta H$ – ūdens patēriņa izmaiņas koeficients, $(m^3/s)/m$;

S – rezervuāra šķērsgriezuma laukums, m^2;

$d\Delta H/dt$ – līmeņa izmaiņas ātrums, m/s.

Veicot vienkāršus matemātiskus pārveidojumus un ņemot vērā, ka $Q_0 = Q_{p0}$ no (2.88) iegūstam rezervuāra, kā ūdens līmeņa automātiskās regulēšanas objekta, diferenciālvienādojumu normālformā:

$$T_{obj}\frac{d\Delta H}{dt} + \Delta H = K_{obj}\Delta Q, \qquad (2.89)$$

kur $K_{obj} = \frac{1}{k_p} = \Delta H / \Delta Q_p$ - rezervuāra statiskais pārvades koeficients, $m/(m^3/s)$;

$T_{obj} = S / k_p = S \cdot \Delta H / \Delta Q_p$ - rezervuāra laika konstante, s.

Laika konstante T_{obj} raksturo līmeņa nostabilizēšanās inerci. Tā ir tieši proporcionāla ūdens līmeņa regulēšanas tilpumam: $V = S \cdot \Delta H$, bet apgriezti proporcionāla ūdens patēriņa plūsmas izmaiņai ΔQ_p.

Aprakstītajam objektam piemīt pašizlīdzināšanās spēja, t.i., katram noteiktam ūdens pieplūdes daudzumam Q atbilst noteikts stabils līmenis H. Tātad pie nosacījuma, ka paaugstinoties ūdens līmenim proporcionāli pieaug patēriņa plūsma, rezervuārs ir statisks ūdens līmeņa regulēšanas objekts (2.20. att.).

Šāds objekts ir stabils bez regulatora. Tā stabilitāti raksturo pašizlīdzināšanās koeficients:

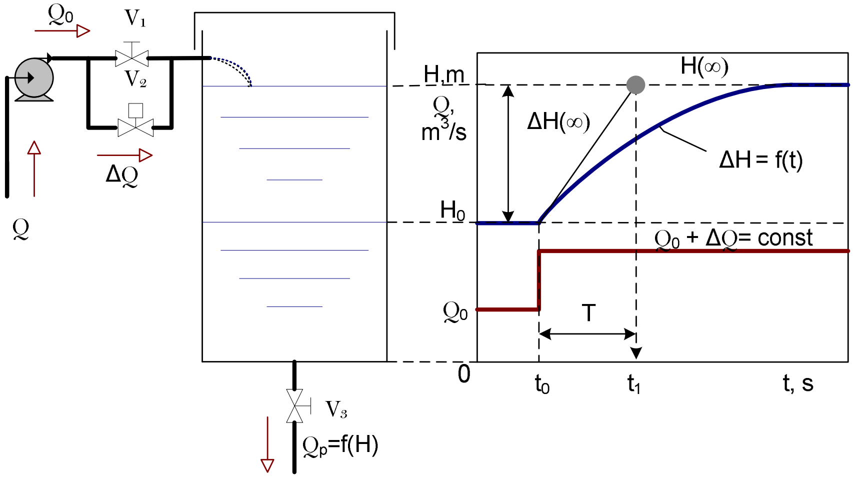
$$\xi = k_p = \frac{1}{K_{obj}} = \Delta Q_p / \Delta H. \qquad (2.90)$$

Izteiksme (2.90) parāda, ka jo lielāka ir patēriņa plūsmas izmaiņa uz līmeņa izmaiņas vienību, jo lielāks ir pašizlīdzināšanās koeficients un objekts ir stabilāks.

Atrisinot vienādojumu (2.89) un ņemot vērā sākuma nosacījumus, iegūstam izteiksmi, kas apraksta ūdens līmeņa izmaiņas procesu rezervuārā, mainot lēcienveidīgi ūdens pieplūdi ΔQ:

$$H = H_0 + K_{obj} \cdot \Delta Q \cdot \left(1 - e^{-t/T_{obj}}\right), \qquad (2.91)$$

kur $K_{obj} \cdot \Delta Q = \Delta H(\infty)$ – nostabilizējusies (maksimālā) ūdens līmeņa izmaiņa pārejas procesa beigās, m.



2.20. att. **Rezervuāra pārejas procesa raksturlīknes mainīgam patēriņam $Q_p = f(H)$**

Apskatīsim to pašu ūdens rezervuāru pie tiem pašiem sākuma nosacījumiem, bet ar atšķirīgu perturbējošo iedarbi – patēriņa plūsmu Q_p. Ja iepriekšējā gadījumā ūdens patēriņš notika pašteces veidā un patēriņa plūsma mainījās proporcionāli līmenim, tad šajā gadījumā ūdens tiek atsūknēts no rezervuāra ar sūkni, kas nodrošina konstantu patēriņa plūsmu: $Q_p = Q_{p0}$ = const. (2.21. att.).

Tāpat kā iepriekš, sākumā atvērti abi rokas vadības ventiļi V_1 un V_3 . Darbojas divi sūkņi, kas nodrošina konstantu ūdens pieplūdi un patēriņu. Stacionārā līdzsvara stāvoklī: $H = H_0$ = const, $Q = Q_0$= const. un $Q_{p0} = Q_0$.

Ieslēdzot elektromagnētisko ventili V_2, lēcienveidīgi tiek izjaukts plūsmu līdzsvars. Tā kā pieplūde ir lielāka par nemainīgo patēriņu ($Q=Q_0+\Delta Q>Q_{p0}$), tad ūdens līmenis rezervuārā sāk vienmērīgi paaugstināties ($H = H_0+\Delta H(t)$). Tā kā ūdens plūsmu izlāgojums pārejas procesā paliek nemainīgs ($\Delta Q = Q - Q_{p0}$ = const.), tad stacionārs līdzsvara stāvoklis neiestājas un ūdens līmenis turpina lineāri paaugstināties (2.21. att.).

Dinamisko ūdens līmeņa izmaiņas procesu rezervuārā apraksta sekojošs plūsmu bilances vienādojums:

$$S\frac{d\Delta H}{dt}=(Q_0+\Delta Q)-Q_{p0}\,. \tag{2.92}$$

Pārdalot mainīgos lielumus un ņemot vērā, ka $Q_0 = Q_{p0}$ no (2.92) iegūstam integrāli, kas apraksta rezervuāra kā ūdens līmeņa automātiskās regulēšanas objekta dinamisko pārejas procesu:

$$\Delta H = \frac{1}{S}\int_0^t \Delta Q \cdot dt\,. \tag{2.93}$$

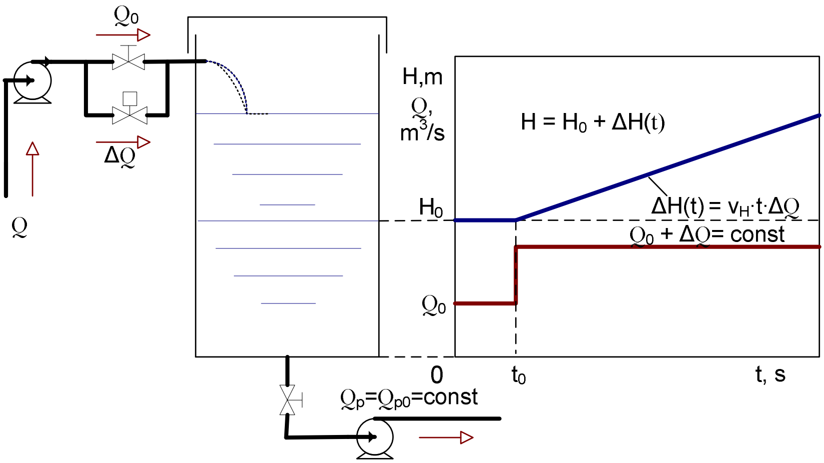
Atrisinot integrāli (2.93) un ņemot vērā sākuma nosacījumus, iegūstam izteiksmi, kas apraksta līmeņa izmaiņas dinamisko procesu:

$$H = H_0 + \frac{\Delta Q}{S}\cdot t = H_0 + v_H \cdot t, \tag{2.94}$$

kur $v_H = \Delta Q/S$ – līmeņa izmaiņas ātrums, m/s.

Izteiksmes (2.93, 2.94) parāda, ka dotajā gadījumā rezervuārs ir astatisks (integrējošs) vadības objekts, kura izejas lielums H nepārtraukti palielinās pie konstantas lēcienveida ieejas iedarbes ΔQ. Pie šādiem nosacījumiem vadības objektam nepiemīt pašizlīdzināšanās spēja. Tā pašizlīdzināšanās koeficients vienāds ar nulli, jo no izteiksmes (2.90) iegūstam: $\xi = \Delta Q_p / \Delta H = 0 / \Delta H = 0$.

Tā kā visu laiku saglabājas pieplūdes un patēriņa plūsmu starpība, tad ūdens līmenis nepārtraukti palielināsies līdz avārijas stāvoklim. Tātad vadības objekts, kuram nepiemīt pašizlīdzināšanās spēja, nevar darboties bez piespiedu regulēšanas.



2.21. att. **Rezervuāra pārejas procesa raksturlīknes konstantam patēriņam $Q_p = Q_{p0}$**

3. AVS raksturīgie tipveida posmi un to slēgumi

Automātiskās vadības teorijā automātikas ierīces un automātiskās vadības objektus grupē pēc statikas un dinamikas vienādojumu veida, kas apraksta to darbību. Tas ievērojami atvieglo AVS analīzi un sintēzi, jo dod iespēju sagrupēt daudzveidīgās AVS komponentes ar atšķirīgu konstrukciju un fizikālo dabu tipveida posmos, kuri funkcionāli atšķiras viens no otra ar darbības likumu jeb algoritmu.

Automātikā plaši tiek izmantots tā saucamās „melnās kastes" princips, kad neinteresējas par automātikas ierīču un automātiskās vadības objektu konstruktīvo izveidojumu, bet pēta to reakciju uz īpaši organizētām ieejas iedarbēm un perturbācijām. Tā, piemēram, iepriekš apskatītais termorezistors un ūdens rezervuārs atšķiras pēc konstrukcijas un fizikālās dabas, taču to statiskās un dinamiskās īpašības apraksta vienveidīgi pirmās kārtas homogēni diferenciālvienādojumi ar konstantiem koeficientiem. Funkcionālā sakarība starp abu iekārtu izejas un ieejas lielumiem ir vienāda, atšķiras tikai to fizikālā daba. Termorezistora elektriskās pretestības izmaiņu $R\theta = f(t)$ un ūdens līmeņa izmaiņu rezervuārā $H=f(t)$ pie atbilstošiem sākuma nosacījumiem apraksta vienādi algoritmi.

Raksturīgākie tipveida posmi, kuros var sadalīt tehnoloģisko procesu automātiskās vadības sistēmas ir sekojoši:

- bezinerces(proporcionālais) posms;
- pirmās kārtas aperiodisks statisks (inerciāls) posms;
- otrās kārtas aperiodisks statisks (inerciāls) posms;
- svārstību posms ar svārstīgu pārejas procesu;
- transportkavējuma posms ar kavētu (novēlojušu) argumentu;
- ideāls vai inerciāls integrējošs posms;
- ideāls vai inerciāls diferencējošs posms.

Turpmāk apskatīti AVS tipveida posmu dinamikas oriģinālvienādojumi, operatorvienādojumi, pārvades funkcijas un raksturīgi posmu piemēri to statiskās un dinamiskās raksturlīknes, kā arī pārejas procesu simulācija Windows vidē, izmantojot dinamisko procesu modelēšanas programmu „Simulink". Sastādītas modelēšanas algoritmiskās blokshēmas un apskatīta modelēšanas metodika.

3.1 Bezinerces proporcionālais posms

Ja posma ieejā padod lēcienveida iedarbi, arī izejas lielums mainās lēcienveidīgi bez aizkavēšanās. Pie kam izejas lielums izmainās tieši proporcionāli ieejas lielumam. Tāpēc šo posmu sauc arī par proporcionālo posmu.

Dinamisko pārejas procesu apraksta posma oriģinālvienādojums:

$$X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}(t), \tag{3.1}$$

kur $X_{iz}(t)$ – posma izejas lielums kā reālā laika funkcija;
$X_{ie}(t)$ – posma ieejas lielums kā reālā laika funkcija;
$K = X_{izs}/ X_{ies}$–statiskais pārvades (pastiprinājuma) koeficients;
X_{izs} un X_{ies} – izejas un ieejas lieluma statiskā nostabilizējusies vērtība.

Pielietojot Laplasa transformāciju, no (3.1) iegūst posma operatorvienādojumu:

$$X_{iz}(s) = K \cdot X_{ie}(s), \tag{3.2}$$

kur $X_{iz}(s)$ – posma izejas lieluma attēls;
$X_{ie}(s)$ – posma ieejas lieluma attēls;
s – Laplasa arguments.

Transformācijas rezultātā reālā laika t (kā argumenta) mainīgie $X_{iz}(t)$ un $X_{ie}(t)$ (oriģināli) tiek pārnesti citā koordinātu sistēmā ar argumentu s un pārvēršas attēlos $X_{iz}(s)$ un $X_{ie}(s)$.

No operatorvienādojuma (3.2) iegūst posma pārvades funkciju (dinamisko pastiprinājuma koeficientu):

$$W(s) = X_{iz}(s)/ X_{ie}(s) = K. \tag{3.3}$$

Bezinerces posma īpašības kā statiskā, tā dinamiskā režīmā nosaka pārvades koeficients K, kurš raksturo posma jutību pret ieejas iedarbi.

Bezinerces posma raksturīgi piemēri: elektriska ķēde ar aktīvo pretestību; operacionālais pastiprinātājs ar aktīvajiem elementiem; tahoģenerators inerciālā sistēmā; mehāniskais pārvads bez slīdes un brīvgājiena; frekvenču pārveidotājs inerciālā sistēmā; šķidruma vai gāzes plūsmas regulēšanas droseļvārsts.

Ideālas bezinerces ierīces faktiski neeksistē. To vai citu ierīci var aprakstīt ar bezinerces posmu pie nosacījuma, ka tās laika konstante T ir daudzkārt mazāka par vadības objekta laika konstanti T_{obj} ($T \ll T_{obj}$). Ar daudzkārt mazāku saprot vismaz par vienu kārtu, t.i., desmit reizes. Tātad, lai sistēmas modelis būtu adekvāts reālajai sistēmai, nosacītā bezinerces posma laika konstantei jāapmierina sekojošs nosacījums: $T \leq 0.1\ T_{obj}$.

Frekvenču pārveidotājā inerci rada elektriskie un elektromagnētiskie pārejas procesi elektromagnētiskās saderības, līdzstrāvas un motora filtros. Atkarībā no komplektācijas, frekvenču pārveidotāja laika konstante $T_f \leq 0.05$s, ko nedrīkst ignorēt vadot mazinerciālus objektus, piemēram, daudzripzāģmašīnu, kas sastāv no padeves mehānisma ar frekvenču regulējamu asinhrono piedziņu un zāģu agregāta ar neregulējamu asinhrono piedziņu kā vadības objekta ar laika konstanti $T_{obj} \leq 0.2$s.Tā kā šī laika konstante ir salīdzināma ar frekvenču pārveidotāja laika konstanti tad daudzripzāģmašīnas vadības sistēmā frekvenču pārveidotājs jāapskata kā inerciāls posms. Aprakstot to ar bezinerces posmu, var rasties būtiskas kļūdas daudzripzāģmašīnas AVS pārejas procesu modelēšanā.

Pilnīgi atšķirīga situācija ir lielinerciālās sistēmās, piemēram, notekūdeņu aerācijas kompresoru ar frekvenču regulējamo asinhrono piedziņu vadības sistēmās. Vadības objekts ir notekūdeņu aerācijas tvertne, kurā gaisa skābekļa pārneses procesa inerci nosaka laika konstante $T_{obj} \geq 10$ min., kas ir daudzkārt lielāka par frekvenču pārveidotāja laika konstanti. Šādā sistēmā frekvenču pārveidotājs darbosies kā ideāls bezinerces posms.

Redzam, ka vienas un tās pašas ierīces darbību dažādās vadības sistēmās var aprakstīt atšķirīgi algoritmi atkarībā no sistēmas pārējo posmu un, jo īpaši, vadības objekta parametriem. Tas jāņem vērā sastādot sistēmas pārejas procesu modelēšanas algoritmisko blokshēmu.

3.2. Frekvenču pārveidotāja kā bezinerces posma modelēšana

Apskatīsim frekvenču pārveidotāju kā ideālu bezinerces posmu. Lai iegūtu tā pārejas procesa raksturlīknes, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.1.a. att.), kas sastāv no „Simulink” bibliotēkas standartblokiem: „Step”, „Slider gain” un „Scope”.

Frekvenču pārveidotāja ieejā padodam vadības spriegumu: U = (0 ÷ 10) V. Proporcionāli ieejas spriegumam mainās izejas sprieguma frekvence: f = (0 ÷50) Hz. Sakarību starp frekvenču pārveidotāja izejas un ieejas lielumiem kā statiskā, tā dinamiskā režīmā apraksta lineāra funkcija: $f = K \cdot U$, kur K = f/U = 50/10 =5 Hz/V–frekvenču pārveidotāja pārvades koeficients. Mainoties vadības spriegumam par 1V, izejas sprieguma frekvence mainās par 5 Hz.

Konfigurējam blokus „Step”, „Slider gain” un „Scope”. Bloks „Step” formē lēcienveida ieejas spriegumu. Iestatām sākuma laiku t_0 = 4 s un spriegumu U = 5 V. Bloks „Slider gain” modelē frekvenču pārveidotāju. Atveram bloku un ar slīdni iestatām K = 5 Hz/V. Tad bloka izejā iegūsim frekvenci $f = 5 \cdot 5 = 25$ Hz.

Veicot simulāciju, iegūstam ieejas un izejas lieluma pārejas procesa raksturlīknes: U(t) un f(t) (3.1.a. att.), kur t – laiks, s.

Lai modelētu frekvenču pārveidotāja statisko raksturlīkni f(U), ieejā uzstāda lineāra signāla ģeneratoru „Ramp”, bet izejā – divkanālu ploteri „XY Graph”.

Veicot simulāciju, iegūstam statisko raksturlīkni, kas parāda lineāro sakarību starp frekvenču pārveidotāja ieejas spriegumu U (X – ass) un izejas sprieguma frekvenci f (Y – ass) (3.1.b. att.).

3.3. Pirmās kārtas aperiodisks, statisks (inerciāls) posms

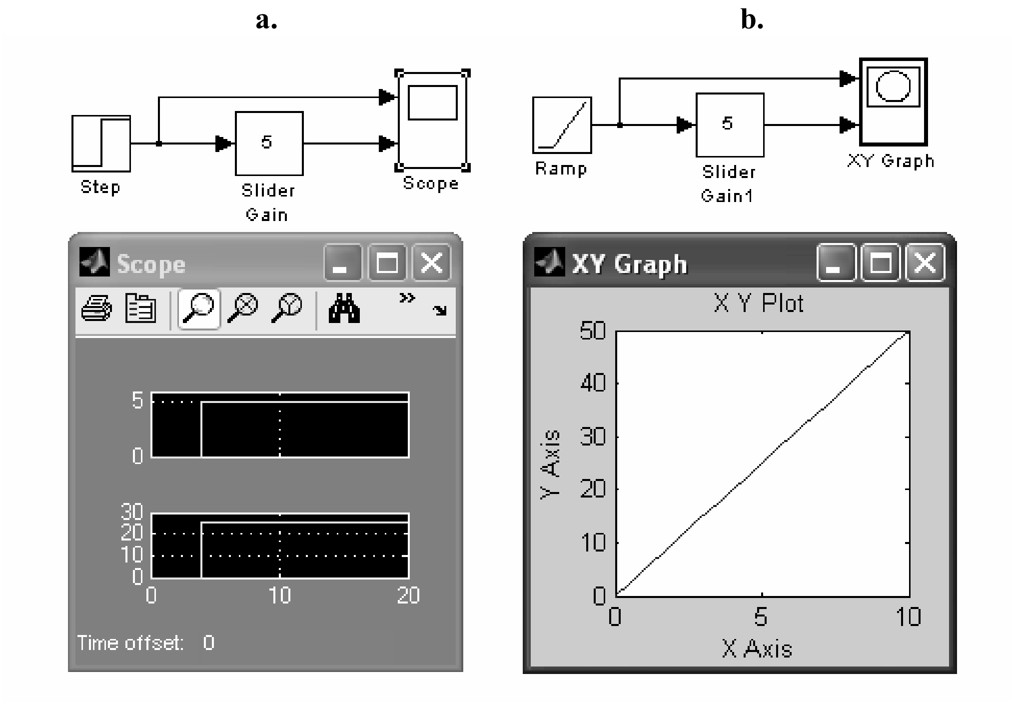
Posma oriģinālvienādojums ir pirmās kārtas homogēns diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem:

$$T \frac{dX_{iz}(t)}{dt} + X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}(t)\,, \tag{3.4}$$

kur T – posma laika kostante, kas raksturo tā darbības inerci;

$K = X_{izs} / X_{ies}$ - posma pārvades koeficients, kas raksturo tā jutību;

X_{izs} un X_{ies} – posma izejas un ieejas lielumu nostabilizējusies (statiskā) vērtība.



3.1. att. **Frekvenču pārveidotāja kā bezinerces posma modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes:**
a – pārejas procesa raksturlīknes U(t), f(t); b–statiskā raksturlīkne f(U)

Pielietojot Laplasa transformāciju pie nulles sākuma nosacījumiem (t = 0, X_{iz} = 0), no (3.4) iegūstam posma operatorvienādojumu:

$$T \cdot X_{iz}(s) \cdot s + X_{iz}(s) = K \cdot X_{ie}(s). \tag{3.5}$$

Ņemot $X_{iz}(s)$ pirms iekavām, no (3.5) iegūstam pirmās kārtas statiska inerciāla posma pārvades funkciju:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{K}{T \cdot s + 1}. \tag{3.6}$$

Pārvades funkcija ietver visu nepieciešamo informāciju par posma statiskajām un dinamiskajām īpašībām un dod iespēju modelēt tā darbību. Šai nolūkā izteiksmē (3.6) ievada pārvades koeficienta K un laika konstantes T skaitliskās vērtības. Laplasa arguments s ieiet algoritmā kā simbols, kas nosaka posma darbības likumu.

Atrisinot diferenciālvienādojumu (3.4), iegūstam eksponenciālu (aperiodisku) funkciju, kas apraksta pirmās kārtas inerciāla posma pārejas procesu:

$$X_{iz}(t)=X_{izs}\cdot(1-e^{-t/T})=K\cdot X_{ies}\cdot(1-e^{-t/T}). \qquad (3.7)$$

Ja ierīces, kuru apraksta pirmās kārtas inerciāls posms, statiskā raksturlīkne neiet caur koordinātu sākumpunktu vai tā ir nepārtraukta nelineāra funkcija, tad parasti šāda posma darbību apskata ierobežotā mainīgo lielumu izmaiņas apgabalā. Tad vienādojumu (3.4) un tā atrisinājumu (3.7) iegūst mainīgo lielumu pieaugumiem (sk. 2. nodaļu):

$$\Delta X_{iz}(t)=\Delta X_{izs}(1-e^{-t/T})=K\cdot\Delta X_{ies}(1-e^{-t/T}), \qquad (3.8)$$

kur ΔX_{izs} un ΔX_{ies} – nostabilizējusies ieejas un izejas lielumu izmaiņa;

K = ΔX_{izs}/ ΔX_{ies} – posma pārvades koeficients ierobežotā darbības apgabalā.

Kā redzēsim turpmāk, „Simulink” programma dod iespēju modelēt nepārtrauktus nelineārus dinamiskos procesus visā to parametru izmaiņas apgabalā.

Pirmās kārtas inerciāls posms ir plaši izplatīts. Tas apraksta dinamiskos pārejas procesus elektroniskajās, elektriskajās, elektromagnētiskajās, termodinamiskajās, mehāniskajās, hidrauliskajās un pneimatiskajās iekārtās.

Pirmās kārtas inerciāla posma piemēri: laika releji; elektriskie sildelementi, elektriskā ķēde ar aktīvo pretestību un induktivitāti, elektriskā ķēde ar aktīvo pretestību un kondensatoru, tahoģenerators un frekvenču pārveidotājs mazinerciālā sistēmā, mehānismu piedziņas elektrodzinēji, elektroģeneratori, temperatūras mērīšanas pārveidotāji, ēku apsildes katli, siltumapgādes objekti, ūdensapgādes objekti, iekšdedzes dzinēji, hidrauliskie un pneimatiskie mehānismi ar cietu atgriezenisko saiti.

3.4. Elektriska sildelementa silšanas procesa modelēšana

1. Elektriska sildelementa modelēšana, ja ieejas iedarbe ir elektriskā jauda P.

Elektriska sildelementa nestacionāro silšanas procesu apraksta elektriskās jaudas un siltuma plūsmu bilances vienādojums: $Q_a + Q_v = P$, kur Q_a – sildelementa akumulētā siltuma plūsma, kas paaugstina tā temperatūru θ_s, W; Q_v – sildāmajai videi atdotā siltuma plūsma, W. Silšanas procesa sākumā $P = Q_a$,$Q_v = 0$, bet procesa beigās, kad iestājas stacionārs līdzsvara stāvoklis un sildelementa temperatūra sasniedz maksimālo statisko vērtību ($\theta = \theta_s$ = const.), visa elektriskā jauda pārvēršas siltuma plūsmā, kas tiek atdota sildāmajai videi $P = Q_v$,Q_a = 0. Izmantojot sildelementa fizikālos parametrus, iegūstam tā silšanas dinamikas vienādojumu izvērstā veidā:

$$Q_a=c\cdot m\frac{d\tau}{dt}, \quad Q_v=\alpha\cdot S\cdot\tau, \; c\cdot m\frac{d\tau}{dt}+\alpha\cdot S\cdot\tau=P, \qquad (3.9)$$

kur c – sildelementa īpatnējā siltumietilpība, J/(kg· °C);

m – sildelementa masa, kg;

α – siltuma atdeves koeficients, W/(m^2 ·°C);

S – sildelementa virsmas laukums, m^2;

$\tau = (\theta - \theta_0)$ – sildelementa virstemperatūra (θ_0 – sākuma temperatūra aukstam stāvoklim), °C.

Dalot diferenciālvienādojuma (3.9) abas puses ar α·S, iegūstam sildelementa oriģinālvienādojumu normālformā:

$$T\frac{d\tau}{dt} + \tau = K_p \cdot P, \tag{3.10}$$

kur T = c·m/ (α ·S) – sildelementa silšanas laika konstante, s;

K_p = 1/(α ·S) – sildelementa statiskais pārvades koeficients pēc jaudas, °C/W.

Redzam, ka elektrisku sildelementu apraksta pirmās kārtas inerciāls statisks posms.

Pielietojot Laplasa transformāciju, iegūstam sildelementa operatorvienādojumu un pārvades funkciju:

$$T \cdot \tau(s) \cdot s + \tau(s) = K_p \cdot P(s);\; W_p(s) = \frac{\tau(s)}{P(s)} = \frac{K_p}{T \cdot s + 1}. \tag{3.11}$$

Atrisinot diferenciālvienādojumu (3.10), iegūstam eksponenciālu funkciju, kas apraksta siltuma pārejas procesu elektriskajā sildelementā:

$$\tau(t) = \tau_s (1 - e^{-t/T}) = K_p \cdot P(1 - e^{-t/T}). \tag{3.12}$$

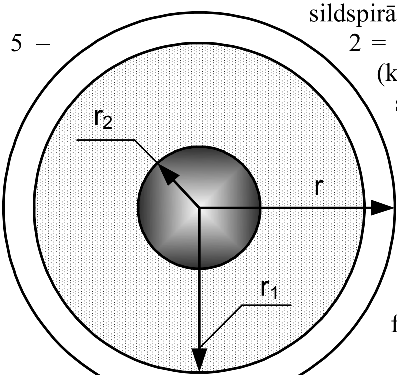
kur $\tau_s = K_p \cdot P$ – sildelementa nostabilizējusies (maksimālā) virstemperatūra, ^{0}C.

Siltuma pārejas procesa modelēšanai apskatīsim konkrētu piemēru ar skaitliski uzdotiem vai aprēķinātiem sildelementa fizikālajiem parametriem.

Daudzslāņu cilindra veida sildelementa garums l = 1 m un diametrs d = 13 mm. Virsmas laukums **S = π ·d ·l = 3.14·13·10^{-3}·1 = 0.04 m^2.**

Aprēķinātais siltuma atdeves koeficients pie gaisa piespiedu cirkulācijas ātruma v = 1.5 m/s ir α = 29 W/(m^2 °C). Tad pārvades koeficients **K_p = 1/(α ·S) = 1/(29·0.04) = 0.84 °C/W.**

Tā kā sildelements ir daudzslāņu cilindrs ar lineāru siltuma avotu – nihroma sildspirāli, tad tā silšanas laika konstantes T aprēķinam nepieciešams zināt atsevišķo slāņu parametrus. Šai nolūkā apskatīsim daudzslāņu cilindra šķērsgriezumu, kuru veido tērauda apvalks ar ārējo rādiusu r = 6.5 mm un iekšējo rādiusu r_1 = 5 mm. Cilindra centrā atrodas nihroma sildspirāle ar rādiusu r_2 = 2 mm. Starpslāni ar biezumu (r_1 - r_2) = 5 – 2 = 3 mm veido izolācijas kārta – presēta keramiska masa (kristāliskais magnija oksīds), kas vienlaicīgi ir labs siltuma vadītājs un elektroizolācijas materiāls. Nihroma stieples diametrs d_s = 0.3 mm, īpatnējā pretestība ρ = 1.1·10^{-6} Ω·m, garums l_s = 7.2 m. Sildelementa nominālā jauda P_{nom} = 500 W, nominālais spriegums U_{nom} = 220 V.



Daudzslāņu cilindrveida sildelementa silšanas laika konstanti var aprēķināt izmantojot sekojošu formulu:

$$T = \frac{c_t \cdot m_t + c_i \cdot m_i + c_s \cdot m_s}{\alpha \cdot S},$$

kur c_t = 460 J/(kg °C) – tērauda īpatnējā siltumietilpība;

c_i = 800 J/(kg °C) – izolācijas materiāla īpatnējā siltumietilpība;

c_s = 510 J/(kg °C) – nihroma sildspirāles īpatnējā siltumietilpība;

m_t, m_i, m_s – tērauda apvalka, izolācijas slāņa un sildspirāles masa, kg.

Attiecīgo materiālu tilpuma masa ir sekojoša: $\gamma_t = 7800$ kg/m^3; $\gamma_i = 3600$ kg/m^3; $\gamma_s = 8200$ kg/m^3. Zinot tilpuma masu un ģeometriskos izmērus, varam aprēķināt katra slāņa masu:

$m_t = \gamma_t \cdot V_t = \gamma_t \cdot \pi \cdot 1\,(r^2 - r_1^2) = 7800 \cdot 3.14 \cdot 1 \cdot (6.5^2 - 5^2) \cdot 10^{-6} = 0.422$ kg;

$m_i = \gamma_i \cdot V_i = \gamma_i \cdot \pi \cdot 1\,(r_1^2 - r_2^2) = 3600 \cdot 3.14 \cdot 1 \cdot (5^2 - 2^2) \cdot 10^{-6} = 0.24$ kg;

$m_s = \gamma_s \cdot V_s = \gamma_s \cdot \pi \cdot l_s \cdot r_2^2 = 8200 \cdot 3.14 \cdot 7.2 \cdot 0.15^2 \cdot 10^{-6} = 0.005$ kg.

Tad $T = \dfrac{460 \cdot 0.422 + 800 \cdot 0.24 + 510 \cdot 0.005}{29 \cdot 0.04} = 335\,s = 5.6\,\text{min}$.

Ievietojot izteiksmēs (3.11) un (3.12) konstanšu skaitliskos lielumus, iegūstam sildelementa pārvades funkcijas un pārejas procesa raksturlīknes analītiskās izteiksmes:

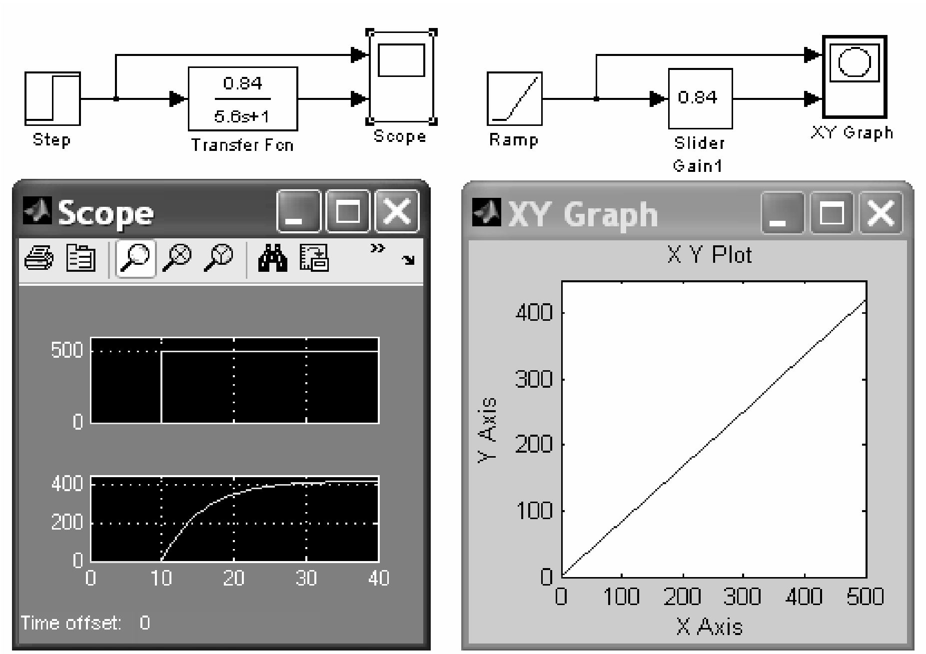
$$W_p(s) = \frac{0.84}{5.6 \cdot s + 1} \tag{3.13}$$

un

$$\tau(t) = 0.84 \cdot P(1 - e^{-t/5.6}). \tag{3.14}$$

Modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes. Lai iegūtu elektriska sildelementa pārejas procesa raksturlīknes, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.2.a. att.), kas sastāv no „Simulink” bibliotēkas standarta blokiem: „Step”, „Transfer Function” un „Scope”.

a. **b.**



3.2. att. **Elektriska sildelementa modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes** (ieejas iedarbe – jauda P, W): a – pārejas procesa raksturlīknes P = f(t), τ = f(t); b–statiskā raksturlīkne $\tau_s = f(P)$

Pieņemsim, ka laika momentā t_0 = 10 min. sildelements tiek pieslēgts nominālajam spriegumam U_{nom} = 220 V un tajā izdalās nominālā elektriskā jauda P_{nom} = 500 W, kas visa pārvēršas siltumā. Notiek pārejas process, kura beigās sildelementa virstemperatūra sasniedz maksimālo nostabilizējušos lielumu $\tau_s = K_p \cdot P = 0.84 \cdot 500 = 420$ °C.

Konfigurējam blokus „Step", „Transfer Function" un „Scope". Bloks „Step" formē lēcienveida ieejas jaudu. Iestatām modelēšanas sākuma laiku t_0 = 10 min. un jaudu P_{nom} = 500 W. Laika t_0 izvēle nav reglamentēta, taču, lai iegūtu uzskatāmāku modelēšanas rezultātu, izvēlas $t_0 > 0$. Bloks „Transfer Function" modelē sildelementa silšanas dinamisko procesu. Atveram bloku un iestatām K_p = 0.84 °C/W un T = 5.6 min. Lai iegūtu pilnu pārejas procesu, simulācijas laiku t_{sim} izvēlas lielāku par 3 T.

Veicot simulāciju, iegūstam sildelementa ieejas lieluma-jaudas un izejas lieluma – virstemperatūras pārejas procesa raksturlīknes: P = f(t) un τ = f(t) (3.2.a. att.), kur t – laiks, min. Lai modelētu sildelementa statisko raksturlīkni τ_s = f(P), ieejā uzstāda lineāra signāla ģeneratoru „Ramp", bet izejā – divkanālu ploteri „XY Graph".

Statisko sakarību τ_s = f(P) modelē ar bloku „Slider gain", kurā ievadām K_p = 0.84 °C/W. Konfigurējam bloku „Ramp", ievadot tajā sākuma jaudu P_0 = 0 un beigu jaudu $P_b = P_{nom}$ = 500 W, kā arī jaudas izmaiņas ātrumu 20 W/min. Jāpiezīmē, ka skaitlisko lielumu mērvienības blokos netiek ievadītas.

Veicot simulāciju, iegūstam statisko raksturlīkni, kas parāda lineāro sakarību starp elektriskā sildelementa jaudu P (X – ass) un nostabilizējušos virstemperatūru τ_s (Y – ass) (3.2.b. att.).

2. Elektriska sildelementa modelēšana, ja ieejas iedarbe ir spriegums U.

Ja kā regulējamu ieejas iedarbi izmanto spriegumu U, tad elektriska sildelementa silšanas dinamisko procesu apraksta nelineārs diferenciālvienādojums:

$$T \frac{d\tau}{dt} + \tau = K_U \cdot U^2 , \tag{3.15}$$

kur $K_U = 1/(\alpha \cdot S \cdot R)$ – sildelementa pārvades koeficients pēc sprieguma, °C/V^2;

$R = U_{nom}^2/P_{nom} = 220^2/500 = 97\ \Omega$ – nihroma sildspirāles nominālā elektriskā pretestība.

Nelineāra diferenciālvienādojuma atrisināšana ar klasiskām metodēm ir diezgan problemātiska. Izmantojot iepriekš apskatīto linearizācijas metodi, pārejas procesu var pētīt tikai ierobežotā apgabalā.

Matlab „Simulink" tehnoloģija dod iespēju modelēt nelineārus nestacionārus procesus bez statisko raksturlīkņu linearizācijas. Apskatīsim šāda modeļa sastādīšanu pie lēcienveida ieejas iedarbes. Ievedam jaunu mainīgo: $\zeta_\tau = \tau/U$ – īpatnējo virstemperatūru, °C/V. Tad iegūstam lineāru diferenciālvienādojumu ar konstantiem koeficientiem:

$$T \cdot \frac{d\zeta_\tau}{dt} + \zeta_\tau = K_U \cdot U , \tag{3.16}$$

kur, atbilstīgi dotā sildelementa parametriem, laika konstante T = 5.6 min. un pārvades koeficients $K_U = 1/(\alpha \cdot S \cdot R) = 1/(29 \cdot 0.04 \cdot 97) = 0.0087$ °C/V^2.

Vienādojuma (3.16) atrisinājums ir eksponenciāla funkcija, kas apraksta īpatnējās virstemperatūras pārejas procesu:

$$\zeta_\tau = \zeta_{\tau_s} \cdot (1 - e^{-t/T}) = K_U \cdot U(1 - e^{-t/T}) = 0.0087 \cdot U(1 - e^{-t/5.6}), \tag{3.17}$$

kur $\zeta_{\tau s}$ - īpatnējās virstemperatūras nostabilizējusies vērtība pārejas procesa beigās.

Pielietojot Laplasa transformāciju, no (3.16) iegūstam pārvades funkciju:

$$W_U(s) = \frac{\zeta_\tau(s)}{U(s)} = \frac{K_U}{T \cdot s + 1} = \frac{0.0087}{5.6 \cdot s + 1}, \qquad (3.18)$$

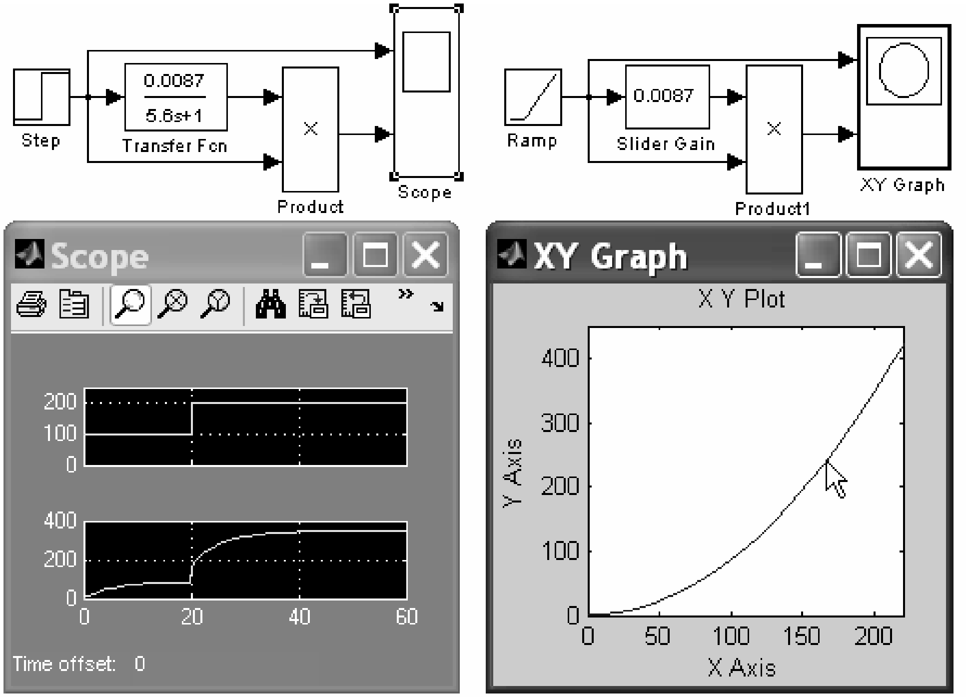
kur $\zeta_\tau(s)$ - īpatnējās virstemperatūras attēls;
U(s) – sprieguma attēls.

Modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes. Lai iegūtu elektriska sildelementa pārejas procesa raksturlīknes, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.3.a. att.), kas sastāv no „Simulink” bibliotēkas standarta blokiem: „Step”, „Transfer Function” „Product” un „Scope”. Bloks „Product” realizē Matlab funkciju, kas nepieciešama, lai iegūtu sildelementa virstemperatūras pārejas procesa raksturlīkni:

$$\tau = \zeta_\tau \times U. \qquad (3.19)$$

Bloks „Product” veic ζ_τ un U reizināšanu ar tādu pašu laika soli, ar kādu tiek aprēķināta funkcija $\zeta_\tau = f(t)$ no izteiksmes (3.17).

a. b.



3.3. att. **Elektriska sildelementa modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes** (ieejas iedarbe – spriegums U, V): a – pārejas procesa raksturlīknes U = f(t), τ = f(t); b– statiskā raksturlīkne $\tau_s = f(U)$

Modelēsim divus silšanas pārejas procesus pie diviem dažādiem spriegumiem. Pieņemsim, ka laika momentā $t_0 = 0$ sildelements tiek pieslēgts spriegumam $U_1 = 100$ V.

Notiek pārejas process, kura beigās sildelementa virstemperatūra sasniedz nostabilizējušos lielumu $\tau_{s1} = \zeta_{\tau 1}$ x $U_1 = K_U \cdot U_1^2 = 0.0087 \cdot 100^2 = 87\ ^oC$.

Kad pirmais pārejas process beidzies, laika momentā t_1 = 20 min. (3.3.a. att.) spriegumu lēcienveidīgi palielinām līdz U_2 = 200 V. Notiek pārejas process, kura beigās sildelementa virstemperatūra sasniedz nostabilizējušos lielumu $\tau_{s2} = \zeta_{\tau 2}$ x $U_2 = K_U \cdot U_2^2 = 0.0087 \cdot 200^2 = 348\ ^oC$.

Konfigurējam blokus „Step”, „Transfer function” un „Scope”. Iestatām sākuma spriegumu U_1 = 100 V, beigu spriegumu U_2 = 200 V un otrās sprieguma pakāpes ieslēgšanas laiku t_1 = 20 min., kas ir pietiekams, lai beigtos pirmais pārejas process. Atveram bloku „Transfer function” un iestatām $K_U = 0.0087\ ^oC/V^2$ un T = 5.6 min.

Veicot simulāciju, iegūstam sildelementa ieejas lieluma-sprieguma un izejas lieluma – virstemperatūras pārejas procesa raksturlīknes: U = f(t) un τ = f(t) (3.3.a. att.), kur t – laiks, min.

Lai modelētu sildelementa statisko raksturlīkni τ_s = f(U), ieejā uzstādām lineāra signāla ģeneratoru „Ramp”, bet izejā – divkanālu ploteri „XY Graph”. Statisko sakarību $\zeta_{\tau s}$ = f(U) modelē ar bloku „Slider gain”, kurā ievadām $K_U = 0.0087\ ^oC/V^2$.

Lai iegūtu statisko raksturlīkni τ_s = f(U) uzstādām bloku „Product1”(3.3.b. att.). Konfigurējam bloku „Ramp”, ievadot tajā sākuma spriegumu U_0 = 0 un beigu spriegumu $U_b = U_{nom}$ = 220 V, kā arī sprieguma augšanas ātrumu, piemēram, 10 V/min.

Jāpiezīmē, ka sprieguma augšanas ātruma izvēli nosaka pārejas procesa simulācijas laiks. Tas jāizvēlas pietiekami liels, lai simulācijas laikā tiktu uzņemta pilna statiskā raksturlīkne.

Veicot simulāciju, iegūstam statisko raksturlīkni, kas parāda sakarību starp elektriskā sildelementa ieejas spriegumu U (X – ass) un nostabilizējušos (statisko) virstemperatūru τ_s (Y – ass) (3.3.b. att.).

Redzam, ka elektriskā sildelementa statiskā raksturlīkne τ_s = f(U) ir nelineāra, jo to apraksta paraboliska funkcija: $\tau_s = K_U \cdot U^2$, ar kuru jau iepazināmies 2. nodaļā.

3.5. Otrās kārtas aperiodisks statisks (inerciāls) posms

Posms parasti apraksta divu tilpumu (masu) statiskus tehnoloģiskos objektus, piemēram, zāģmateriālu žāvētavu ar gaisa masu un žāgmateriālu masu. Tātad otrās kārtas aperiodisku posmu var sastādīt no diviem virknē slēgtiem pirmās kārtas inerciāliem posmiem.

Posma oriģinālvienādojums ir otrās kārtas diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem:

$$T_1^2 \frac{d^2 X_{iz}(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dX_{iz}(t)}{dt} + X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}(t)\,, \tag{3.20}$$

kur T_1–laika kostante, kas raksturo posma darbības svārstīguma veicinošos faktorus;

T_2 – laika kostante, kas raksturo posma darbības stabilitātes veicinošos faktorus;

$K = X_{izs}/ X_{ies}$ - posma pārvades koeficients, kas raksturo tā jutību pret iedarbēm;

X_{izs} un X_{ies} – posma izejas un ieejas lielumu nostabilizējusies (statiskā) vērtība.

Posma pārejas process ir aperiodisks, ja stabilitāti veicinošie faktori ir pārsvarā pār svārstīgumu veicinošajiem faktoriem. Tas izpildās pie nosacījuma, ka laika konstante $T_2 \geq 2T_1$.

Pielietojot Laplasa transformāciju pie nulles sākuma nosacījumiem (t = 0, X_{iz} = 0), no (3.20) iegūstam posma operatorvienādojumu:

$$T_1^2 X_{iz}(s) \cdot s^2 + T_2 X_{iz}(s) \cdot s \ + X_{iz}(s) = K \cdot X_{ie}(s). \tag{3.21}$$

No operatorvienādojuma (3.21) iegūstam posma pārvades funkciju:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{K}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}. \qquad (3.22)$$

Sadalām 2. kārtas statisko posmu divos virknē savienotos 1. kārtas statiskos posmos ar laika konstantēm T_{p1} un T_{p2} . Tad $T_1^2 = T_{p1} \cdot T_{p2}$ un $T_2 = T_{p1} + T_{p2}$.

Ievietojot vienādojumā (3.20) laika konstanšu T_1 un T_2 izteiksmes ar laika konstantēm T_{p1} un T_{p2} un to atrisinot, iegūstam saliktu eksponenciālu funkciju, kas apraksta divu tilpumu objekta pārejas procesu:

$$X_{iz} = K \cdot X_{ie}\left(1 + \frac{T_{p1}}{T_{p2} - T_{p1}} \cdot e^{-\frac{t}{T_{p1}}} - \frac{T_{p2}}{T_{p2} - T_{p1}} \cdot e^{-\frac{t}{T_{p2}}}\right). \qquad (3.23)$$

Otrās kārtas inerciāla posma piemēri: divpakāpju RC laika aiztures ķēde, elektriskais žāvēšanas skapis ar masīvu sildķermeni, tvaika katls ar divfāžu vidi (ūdens un tvaiks), divu tilpumu irigācijas iekārtas, piemēram, slūžu kaskāde un ķīmiskās rūpniecības objekti, piemēram, reaktori, kas veido savienotos traukus.

3.6. Žāvēšanas kameras ar elektrisku sildķermeni modelēšana

Žāvēšanas kamera, kā automātiskās vadības objekts ir divu tilpumu tehnoloģiska iekārta, kurus veido elektriskā sildķermeņa masa m un sildāmā gaisa masa m_g (3.4. att.). Inerciālos siltuma pārejas procesus abos tilpumos apraksta pirmās kārtas aperiodiski posmi. Sastādīsim siltuma plūsmu bilances vienādojumus sildķermenim un gaisa tilpumam. Izvēlamies mainīgos lielumus un sākuma nosacījumus:

$$\theta_g - \theta_0 = \tau_g = 0;\ \theta - \theta_0 = \tau = 0;\ P = 0, \qquad (3.24)$$

kur θ_g-gaisa temperatūra žāvēšanas kamerā, ^{o}C;

θ-sildķermeņa virsmas temperatūra, ^{o}C;

θ_0- vides temperatūra, ^{o}C;

P- sildspirāles elektriskā jauda, W.

1. Elektriskā sildķermeņa siltuma plūsmu bilances vienādojums nestacionāram režīmam:

$$Q_a + Q = P, \qquad (3.25)$$

kur $Q_a = C \cdot m \cdot \frac{d\tau}{dt}$ - sildķermenī akumulētā siltuma plūsma, W;

Q = $\alpha \cdot S \cdot \tau$ - sildķermeņa atdotā siltuma plūsma, W;

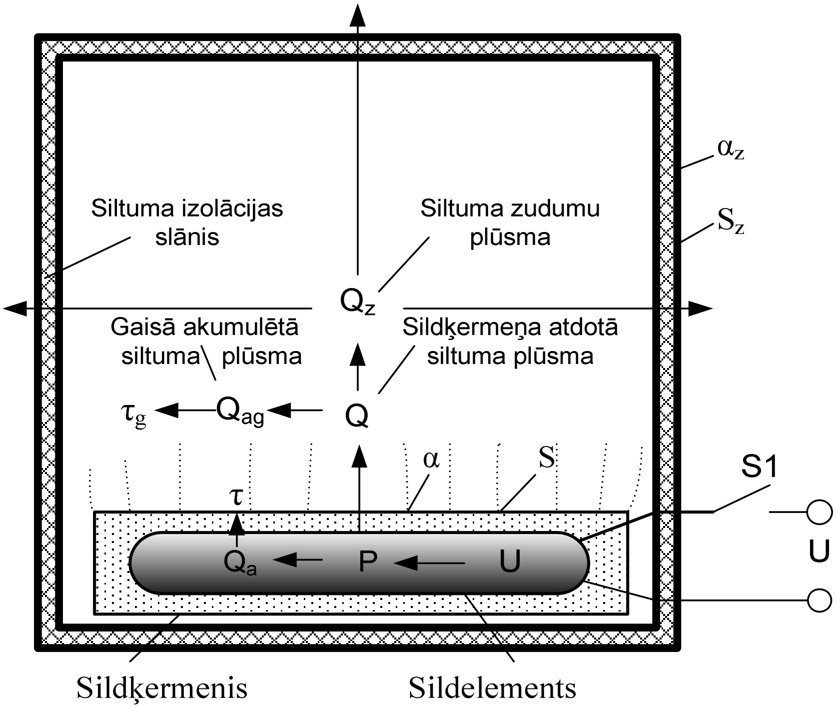
α_s – siltuma atdeves koeficients, W/(m^2· ^{o}C);

S_s – sildķermeņa virsmas laukums, m^2.

Ievietojot vienādojumā (3.25) mainīgo lielumu izvērstās izteiksmes, iegūstam sildķermeņa silšanas diferenciālvienādojumu:

$$T \cdot \frac{d\tau}{dt} + \tau = K_p \cdot P, \qquad (3.26)$$

kur T = (c·m)/(α ·S)- sildķermeņa silšanas laika konstante, s;
K = 1/(α ·S) - sildķermeņa siltuma pārvades koeficients, $^{o}C/W$;
c – sildķermeņa īpatnējā siltumietilpība, J/(kg · ^{o}C);
m – sildķermeņa masa, kg.



3.4. att. **Elektriska žāvēšanas kamera ar masīvu sildķermeni**

2. Gaisa masas siltuma plūsmu bilances vienādojums nestacionāram režīmam:

$$Q_{ag} + Q_z = Q \ , \tag{3.27}$$

kur $Q_{ag} = C_g \cdot m_g \cdot \dfrac{d\tau_g}{dt}$ - gaisa masā akumulētā siltuma plūsma, W;

$Q_z = \alpha_z \cdot S_z \cdot \tau_g$ - siltuma zudumu plūsma caur kameras sienām, W;

$Q = \alpha \cdot S \cdot (\tau - \tau_g)$ - kameras gaisa masas saņemtā siltuma plūsma, W;

α_z – siltuma zudumu koeficients, W/(m^2 · ^{o}C);
S_z – siltuma zudumu virsmas laukums, m^2;
c_g – gaisa īpatnējā siltumietilpība, J/(kg · ^{o}C);
m_g – kameras gaisa masa, kg.

Ievietojot vienādojumā (3.27) mainīgo lielumu izvērstās izteiksmes, iegūstam kameras gaisa masas silšanas diferenciālvienādojumu:

$$T_g \cdot \frac{d\tau_g}{dt} + \tau_g = K_g \cdot \tau \ , \tag{3.28}$$

kur $T_g = (c_g \cdot m_g)/(\alpha \cdot S + \alpha_z \cdot S_z)$- kameras gaisa silšanas laika konstante, s;
$K_g = (\alpha \cdot S) /(\alpha \cdot S + \alpha_z \cdot S_z)$ – kameras gaisa siltuma pārvades koeficients.

No diferenciālvienādojumu (3.26) un (3.28) sistēmas, iegūstam žāvēšanas kameras kopējo diferenciālvienādojumu, kas apraksta kameras gaisa masas silšanas dinamisko procesu atkarībā no sildķermenim pievadītās elektriskās jaudas.

3. Žāvēšanas kameras kā vadības objekta diferenciālvienādojums:

$$T_1^2 \frac{d^2\tau_g}{dt^2} + T_2 \frac{d\tau_g}{dt} + \tau_g = K_{obj} \cdot P, \tag{3.29}$$

kur $K_{obj} = K \cdot K_g = 1/(\alpha \cdot S + \alpha_z \cdot S_z)$ - kameras siltuma pārvades koeficients, ^{0}C/W;
$T_1 = \sqrt{T \cdot T_g}$ *un* $T_2 = T + T_g$ - siltuma pārvades inerces laika konstantes, s.

Žāvēšanas kamera ir divu tilpumu siltumtehnisks objekts ar pašizlīdzināšanās spēju (pie jebkuras sildītāja jaudas gaisa temperatūra kamerā sasniedz noteiktu nostabilizējušos vērtību).

Tā kā izpildās nosacījums $T_2 \geq 2T_1$, tad žāvēšanas kamera ir otrās kārtas aperiodisks inerciāls posms. Pielietojot Laplasa transformāciju vienādojumam (3.29), iegūstam žāvēšanas kameras operatorvienādojumu un pārvades funkciju:

$$T_1^2 \cdot \tau_g(s) \cdot s^2 + T_2 \cdot \tau_g(s) \cdot s + \tau_g(s) = K_{obj} \cdot P(s), \tag{3.30}$$

$$W_{obj}(s) = \frac{\tau_g(s)}{P(s)} = \frac{K_{obj}}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \tag{3.31}$$

kur $\tau_g(s)$ – kameras gaisa virstemperatūras attēla funkcija;
P(s) – sildspirāles elektriskās jaudas attēla funkcija.

Pielīdzinot vienādojuma (3.30) kreiso pusi nullei, iegūstam žāvēšanas kameras raksturīgo vienādojumu, kas nosaka pārejas procesa veidu un tā norises inerci:

$$T_1^2 \cdot \tau_g(s) \cdot s^2 + T_2 \cdot \tau_g(s) \cdot s + \tau_g(s) = 0. \tag{3.32}$$

Ja vienādojuma (3.32) saknes ir reāli negatīvi skaitļi, tad pārejas process ir aperiodisks. Tas izpildās pie iepriekš minētā nosacījuma - $T_2 \geq 2T_1$. Ja $T_2 = 2\,T_1$, tad saknes ir vienādas: $s_1 = s_2 = -a_0$. Ja $T_2 > 2T_1$, tad saknes ir dažādas: $s_1 = -a_1$; $s_2 = -b_1$.

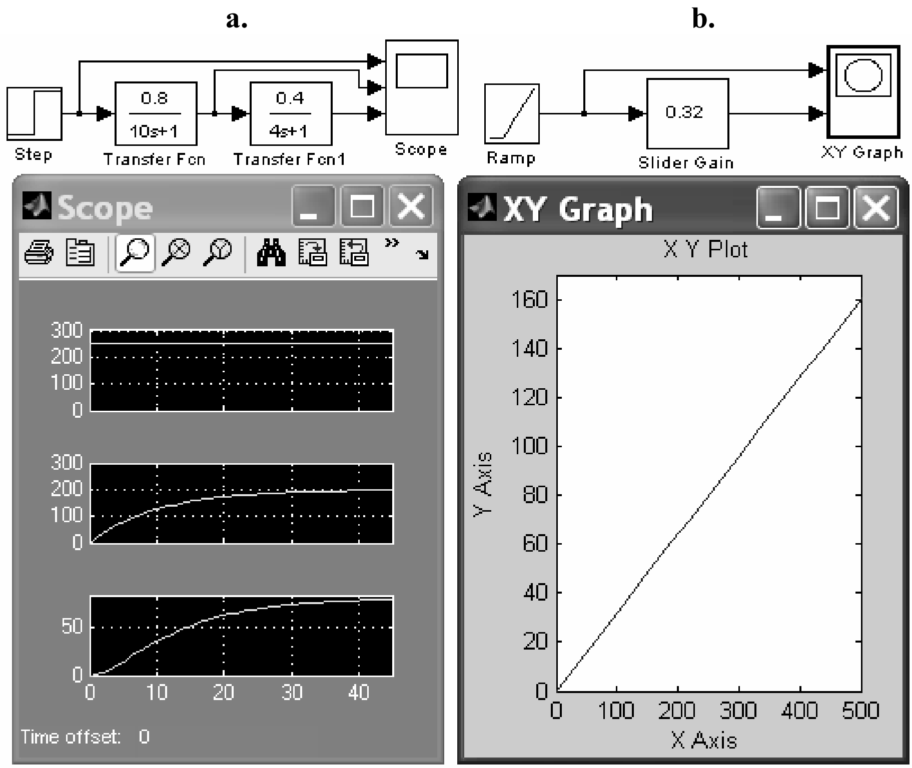
Vienādojuma (3.29) atrisinājums ir analītiska funkcija, kas apraksta žāvēšanas kameras pārejas procesu $\tau_g = f(t)$:

$$\tau_g = K_{obj} \cdot P\left(1 + \frac{T}{T_g - T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} - \frac{T_g}{T_g - T} \cdot e^{-\frac{t}{T_g}}\right). \tag{3.33}$$

Pārbaudīsim sākuma un beigu nosacījumus: ja t = 0, tad $\tau_g(0) = K_{obj} \cdot P(1 - 1) = 0$; ja $t = \infty$, tad $\tau_g(\infty) = \tau_{gs} = K_{obj} \cdot P$, kur τ_{gs} – nostabilizējusies (maksimālā) gaisa virstemperatūra žāvēšanas kamerā, ^{0}C. Faktiskais τ_g nostabilizēšanās jeb pārejas procesa laiks t_p ir daudz mazāks. Ar praksē pieņemamu kļūdu ($\leq 5\%$) var pieņemt, ka $t_p \approx 6\,(T \cdot T_g)^{0.5}$.

Modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes. Lai iegūtu elektriskā žāvēšanas skapja pārejas procesa raksturlīknes, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.5.a. att.), kas sastāv no

„Simulink” bibliotēkas standarta blokiem: „Step”, „Transfer Function”, „Transfer Function1” un „Scope”.



3.5. att. **Žāvēšanas kameras modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes:**
a – pārejas procesa raksturlīknes P = f(t), τ = f(t), τ_g = f(t); b–statiskā raksturlīkne τ_{gs} = f(P)

Bloks „Transfer Function” modelē sildķermeņa dinamisko silšanas procesu, bet bloks „Transfer Function1” – žāvēšanas kameras gaisa masas silšanas procesu.

Sildelementa nominālais spriegums U_{nom} = 220 V, atbilstošā nominālā elektriskā jauda P_{nom} = 500 W un pārvades koeficients K_p = 0.8 $^oC/W$. Sildķermeņa aprēķinātā laika konstante T = 10 min.

Pieņemsim, ka laika momentā t = 0 sildķermenī iebūvētajam sildelementam tiek pievadīta elektriskā jauda P = 250 W, kas visa pārvēršas siltumā. Notiek pārejas process, kura beigās sildelementa virstemperatūra sasniedz maksimālo nostabilizējušos lielumu $\tau_s = K_p \cdot P = 0.8 \cdot 250 = 200$ ^oC. Vienlaicīgi notiek žāvēšanas kameras gaisa masas uzsilšanas process, kuru nosaka aprēķinātie pārvades koeficienti pēc jaudas un temperatūras: K_p = 0.8 $^oC/W$ un K_g = 0.4 $^oC/^oC$, kā arī silšanas laika konstantes: T = 10 min. un T_g = 4 min. Pārejas procesa beigās gaisa virstemperatūra sasniedz maksimālo nostabilizējušos lielumu $\tau_{gs} = K_p \cdot K_g \cdot P = 0.8 \cdot 0.4 \cdot 250 = 80$ ^oC (3.5.a. att.).

Konfigurējam modeļa blokus „Step”, „Transfer Function”, „Transfer Function1” un „Scope”. Iestatām modelēšanas sākuma laiku t_0 = 0.1 min. un jaudu P = 250 W. Lai iegūtu pilnu pārejas procesu, izvēlamies simulācijas laiku $t_{sim} \geq 6\,(T \cdot T_g)^{0.5}$.

Veicot simulāciju, iegūstam žāvēšanas kameras ieejas lieluma – jaudas, starplieluma – sildķermeņa virstemperatūras un izejas lieluma – gaisa virstemperatūras pārejas procesa raksturlīknes: P = f(t), τ = f(t) un τ_g = f(t) (3.5.a. att.).

Lai modelētu žāvēšanas kameras statisko raksturlīkni, ieejā uzstāda lineāra signāla ģeneratoru „Ramp", bet izejā – divkanālu ploteri „XY Graph".

Statisko sakarību starp pievadīto elektrisko jaudu un gaisa virstemperatūru τ_{gs} = f(P) modelē ar bloku „Slider Gain", kurā ievadām žāvēšanas kameras pārvades koeficientu $K_{obj} = K_p \cdot K_g = 0.84 \cdot 0.4 = 0.32$ °C/W. Konfigurējam bloku „Ramp", ievadot tajā sākuma jaudu $P_0 = 0$ un beigu jaudu $P_b = 500$W, kā arī tās izmaiņas ātrumu 20 W/min.

Veicot simulāciju, iegūstam statisko raksturlīkni, kas parāda sakarību starp elektrisko jaudu P (X – ass) un nostabilizējušos gaisa virstemperatūru τ_{gs} (Y – ass) (3.5.b. att.).

Sidķermeņa pārejas procesa laiks $t_{ps} \approx 3T = 3 \cdot 10 = 30$ min. Žāvēšanas kameras gaisa uzsilšanas process notiek lēnāk. Sākumā, kamēr nav uzsilis sildķermenis, gaisa temperatūra izmainās lēni un silšanas raksturlīknei ir ieliekums (3.5.a. att.), kas, uzsilstot sildķermenim, izlīdzinās. Gaisa temperatūras pārejas procesa laiks $t_{pg} \approx 6\sqrt{T \cdot T_g} = 6\sqrt{10 \cdot 4} = 37 \text{min}$.

3.7. Svārstību posms

Svārstību posms apraksta mehāniskas un elektriskas iekārtas, kurās rodas svārstīgs pārejas process ar rimstošu svārstību amplitūdu, piemēram, atsperes svārsts, kurā notiek enerģijas apmaiņa starp diviem elementiem – atsperi un atsvaru. Atsperes elastības enerģija pāriet atsvara kinētiskajā enerģijā un otrādi. Šīs apmaiņas rezultātā rodas rimstošs svārstību process.

Svārstību posma oriģinālvienādojums, tāpat kā otrās kārtas aperiodiskam posmam, ir otrās kārtas diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem:

$$T_1^2 \frac{d^2 X_{iz}(t)}{dt^2} + T_2 \frac{dX_{iz}(t)}{dt} + X_{iz}(t) = KX_{ie}(t), \qquad (3.34)$$

kur T_1 –laika kostante, kas raksturo svārstīgumu veicinošos inerces spēkus ;

T_2–laika kostante, kas raksturo svārstības slāpējošos viskozās berzes spēkus;

$K = X_{izs}/ X_{ies}$ - posma pārvades koeficients;

X_{izs} un X_{ies} – posma izejas un ieejas lielumu nostabilizējusies (statiskā) vērtība.

Posma pārejas process ir svārstīgs, ja inerces spēki ir pārsvarā pār viskozās berzes spēkiem. Tas izpildās pie nosacījuma, ka laika konstante $T_2 < 2T_1$. Lai uzskatāmāk raksturotu pārejas procesa svārstīgumu, vienādojumu (3.34) izsaka sekojošā veidā:

$$T_1^2 \frac{d^2 X_{iz}(t)}{dt^2} + 2\xi T_1 \frac{dX_{iz}(t)}{dt} + X_{iz}(t) = KX_{ie}(t), \qquad (3.35)$$

kur $\xi = T_2/2T_1$ – svārstību rimšanas konstante.

Ja $\xi < 1$, pārejas process ir svārstīgs. Ja $\xi \geq 1$, pārejas process ir aperiodisks.

Pielietojot Laplasa transformāciju vienādojumam (3.35) pie nulles sākuma nosacījumiem ($t = 0$, $X_{iz} = 0$), iegūstam posma operatorvienādojumu

$$T_1^2 X_{iz}(s) \cdot s^2 + 2\xi T_1 X_{iz}(s) \cdot s + X_{iz}(s) = KX_{ie}(s) \qquad (3.36)$$

un pārvades funkciju

$$W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{K}{T_1^2 s^2+2\xi T_1 s+1}. \qquad (3.37)$$

Pielīdzinot vienādojuma (3.36) kreiso pusi nullei, iegūstam svārstību posma raksturīgo vienādojumu, kas nosaka pārejas procesa dinamiku:

$$T_1^2 s^2+2\xi T_1 s \ +1=0. \qquad (3.38)$$

Ja pārejas process ir rimstoši svārstīgs, tad vienādojuma (3.38) saknes ir saistīti kompleksi skaitļi:

$$s_1 = -\alpha + j\omega \text{ un } s_2 = -\alpha - j\omega, \qquad (3.39)$$

kur $\alpha = \xi/T_1$ - svārstību rimšanas koeficients, s^{-1};

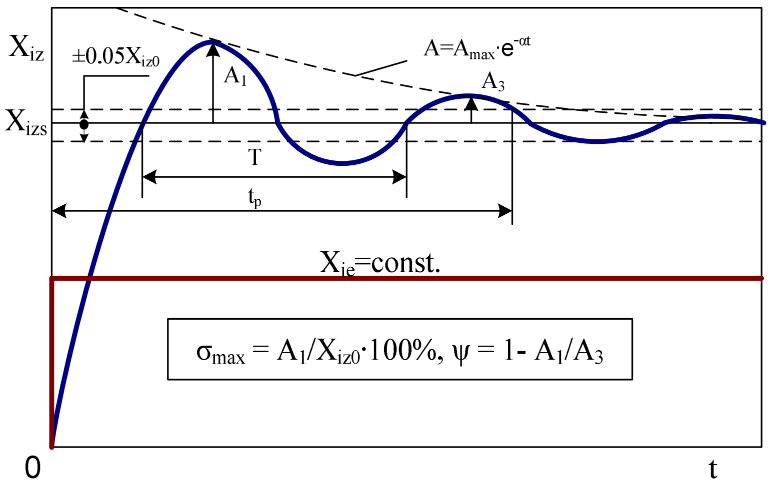
$\omega = \sqrt{1-\xi^2}\ /\ T_1$ - svārstību leņķiskā frekvence, s^{-1}.

Vienādojuma (3.35) atrisinājums ir analītiska funkcija, kas apraksta svārstību posma pārejas procesu $X_{iz} = f(t)$ pie lēcienveida ieejas iedarbes (3.6. att.):

$$X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}[1-(\frac{\alpha}{\omega}\cdot \sin \omega t+\cos \omega t)\cdot e^{-\alpha t})]. \qquad (3.40)$$

Svārstību posma darbības stabilitāti un pārejas procesa kvalitāti raksturo vairāki rādītāji, kā, piemēram, svārstīgums, svārstību rimšanas pakāpe, svārstību periods, maksimālais pārregulējums un pārejas procesa laiks.

Svārstīgums: $m=\omega/\alpha=\sqrt{1-\xi^2}\ /\ \xi$ – mainīgā izejas lieluma pāreju skaits pār stacionāro līdzsvara stāvokli līdz ieiešanai 5 % stabilizācijas zonā (3.6. att.).



3.6. att. **Svārstību posma pārejas procesa raksturlīknes $X_{ie} = f(t)$, $X_{iz} = f(t)$**

Svārstību rimšanas pakāpe: $\psi=1-A_3/A_1$ - raksturo svārstību amplitūdas $A = A_{max}\cdot e^{-\alpha t}$ rimšanas ātrumu.

Svārstību periods: $T=2\pi/\omega=2\pi T_1/\sqrt{1-\xi^2}$ -izsaka vienas pilnas svārstības vidējo laiku, s.

Maksimālais pārregulējums: $\sigma_{max} = A_1 / X_{iz0} \cdot 100\%$ - pirmā pārregulējuma amplitūdas A_1 attiecība pret izejas parametra uzdoto lielumu X_{iz0}, kas parasti tiek pieņemts vienāds ar tā reālo nostabilizējušos statisko lielumu X_{izs} (3.6. att.).

Pārejas procesa laiks: $t_p = -(1/\alpha) \cdot \ln[(X_{izs} - X_{iztp})/X_{izs}] = -(T_1/\xi) \cdot \ln[(X_{izs} - X_{iztp})/X_{izs}]$,

kur X_{iztp} – izejas parametra lielums pārejas procesa beigās. Parasti izvēlas $X_{iztp} = 0.95 X_{izs}$. Tad $t_p = -(T_1/\xi) \ln 0.05$.

Svārstību posma piemēri: rotācijas ātruma centrbēdzes regulators ar svārstību slāpētāju; RLC radiotehniskais svārstību kontūrs, šķidruma līmeņa kontroles pludiņš, mehāniskais svārsts.

3.8. Centrbēdzes regulatora pārejas procesu modelēšana

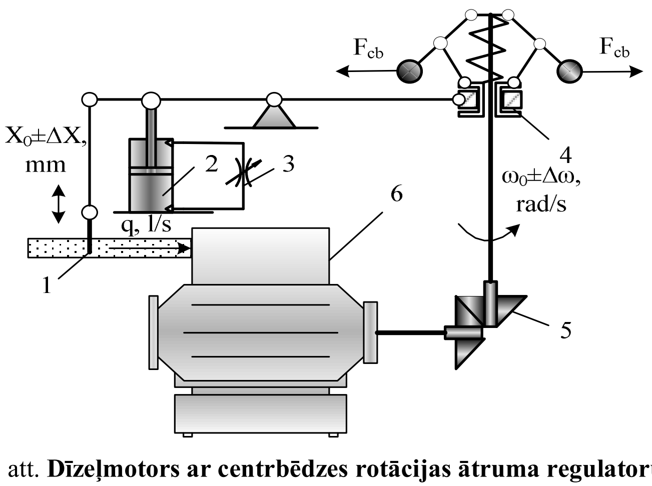
Apskatīsim rotācijas ātruma regulēšanas sistēmu, kas sastāv no degvielas vārsta 1, svārstību slāpētāja 2 ar regulējamu droseli 3, centrbēdzes regulatora 4, pārvada 5 un vadības objekta – dīzeļmotora 6 (3.7. att.).

Centrbēdzes regulatora ieejas lielums ir vārpstas rotācijas ātrums $\omega_0 \pm \Delta\omega$ (rad/s), izejas lielums – degvielas vārsta pārvietojums $X_0 \pm \Delta X$ (mm), kur ω_0 un X_0 – uzdotie stacionārie lielumi, $\pm \Delta\omega$ un $\pm \Delta X$ – to izmaiņa regulēšanas procesā.

Pieņemsim, ka pieaug slodze uz dīzeļmotora vārpstas, kā rezultātā samazinās tās rotācijas ātrums. Līdz ar to samazinās centrbēdzes spēki uz regulatora lodītēm. Rotējošā uzmava kopā ar tajā slīdošo buksīti atsperes iedarbībā pārvietojas uz leju.

Buksītei pievienotā svira pagriežas un pārvieto vārstu, kas palielina degvielas padevi uz dīzeļmotoru. Notiek pārejas process, kura beigās iestatās uzdotais rotācijas ātrums ω_0.

Lai samazinātu inerces spēku radītās svārstības, tiek lietots hidrauliskais slāpētājs, kurš sastāv no hidrocilindra 2 un regulējamas droseles 3. Hidrocilindrs piepildīts ar eļļu, kas caur droseli var pārplūst no kāta telpas uz virzuļa telpu un otrādi. Eļļai pārplūstot no vienas virzuļa telpas uz otru rodas viskozā berze, kas slāpē inerces spēkus un samazina regulatora svārstīgumu.



3.7. att. **Dīzeļmotors ar centrbēdzes rotācijas ātruma regulatoru:**
1- degvielas vārsts; 2 – svārstību slāpētājs; 3 – regulējama drosele; 4 – centrbēdzes regulators; 5 – pārvads; 6 – dīzeļmotors

Samazinot droseles atvērumu, pieaug viskozās berzes spēki un palielinās svārstību slāpēšanas efektivitāte, taču vienlaicīgi samazinās regulatora ātrdarbība. Tādēļ jāmeklē optimālais kompromiss starp regulatora darbības stabilitāti un ātrdarbību.

Lai modelētu centrbēdzes regulatora pārejas procesus Windows vidē, izmantojot modelēšanas programmu „Simulink”, sastādīsim tā diferenciālvienādojumu. Tā kā centrbēdzes regulatora statiskā raksturlīkne $X_s = f(\omega_s)$ ir nelineāra, tad apskatīsim tā darbību ierobežotā apgabalā ap uzdoto koordināti $X_0(\omega_0)$. Sastādīsim regulatora diferenciālvienādojumu mainīgo lielumu pieaugumiem Δ X un Δω:

$$T_1^2 \frac{d^2 \Delta X(t)}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot T_1 \frac{d\Delta X(t)}{dt} + \Delta X(t) = K_r \cdot \Delta\omega(t)\,, \tag{3.41}$$

kur $K_r = \Delta X_s / \Delta\omega_s$ – centrbēdzes regulatora pārvades koeficients, mm/(rad/s).

Pielietojot Laplasa transformāciju vienādojumam (3.41) pie nulles sākuma nosacījumiem (t = 0, ΔX = 0), iegūstam operatorvienādojumu

$$T_1^2 \cdot \Delta X(s) \cdot s^2 + 2\xi T_1 \cdot \Delta X(s) \cdot s \;\; + \Delta X(s) = K_r \cdot \Delta\omega(s) \tag{3.42}$$

un pārvades funkciju

$$W(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta\omega(s)} = \frac{K_r}{T_1^2 \cdot s^2 + 2\xi T_1 \cdot s + 1}\,. \tag{3.43}$$

Pārejas procesu modelēšanai izvēlamies centrbēdzes regulatora parametrus T_1, K_r, ξ. Aprēķinātā inerces spēku laika konstante $T_1 = 0.1$ s un statiskais pārvades koeficients $K_r = -0.67$ mm/(rad/s). Svārstību rimšanas konstante ξ mainās atkarībā no droseles 3 atvēruma. Koeficienta K_r negatīvā zīme norāda, ka regulatora izejas un ieejas lielumi mainās pretēji. Ja rotācijas ātrums samazinās, tad degvielas padeves vārsta atvērums palielinās un otrādi.

Modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes. Lai iegūtu centrbēdzes regulatora pārejas procesa raksturlīknes, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.8.a. att.), kas sastāv no „Simulink” standarta blokiem: „Step1”, „Transfer Function1” un „Scope1”. Bloks „Transfer function1” modelē dinamiskos procesus regulatorā. Konfigurējam bloku, ievadot tajā centrbēdzes regulatora pārvades funkciju (3.43) un tās koeficientu skaitliskos lielumus: $K_r = -0.67$ mm/(rad/s); $T_1^2 = 0.01$ s^2; ξ = 0.25. Svārstību rimšanas konstante ξ ir maza, kas nozīmē, ka drosele 3 (3.7. att.) ir atvērtā stāvoklī un regulatora inerces spēki ir ievērojamā pārsvarā pār viskozās berzes spēkiem. Pie šādiem nosacījumiem regulatoram ir augsts svārstīgums, resp., zema darbības stabilitāte. To parāda arī simulētā pārejas procesa raksturlīkne (3.8.a. att.).

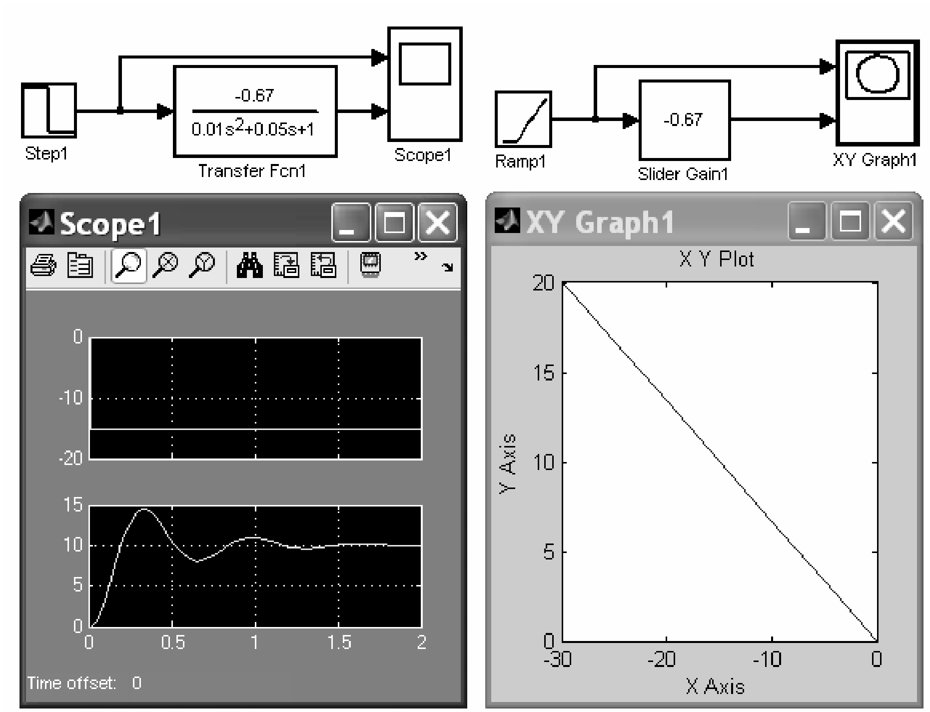
Ierobežotā apgabalā (Δω = ± 30 rad/s) ap uzdoto darba punktu (ω_0, X_0) var pieņemt, ka statiskā sakarība ΔX = f(Δω) ir lineāra (3.8.b. att.). Negatīvai rotācijas ātruma izmaiņai (X – ass) attiecībā pret līdzsvara lielumu ω_0 seko pozitīva degvielas vārsta stāvokļa izmaiņa (Y – ass) attiecībā pret līdzsvara lielumu X_0.

Noteiksim dažus regulatora darbības stabilitātes un kvalitātes rādītājus, ja svārstību rimšanas konstante ξ = 0.25:

- svārstīgums: $m = \omega / \alpha = \sqrt{1-\xi^2} / \xi = \sqrt{1-0.25^2} / 0.25 \approx 4$;
- maksimālais pārregulējums: $\sigma_{\max} = A_1 / \Delta X_0 \cdot 100\% = 4.5/10 \cdot 100\% = 45\%$;
- pārejas procesa laiks: $t_p \approx -(T_1/\xi) \cdot \ln 0.05 = -0.1/0.25 \cdot \ln 0.05 = 1.25 s$.

Regulatoram ir liels svārstīgums, jo stabilizējamais lielums – degvielas vārsta atvērums 4 reizes mainās ap līdzsvara stāvokli , kamēr nostabilizējas līdz 5% novirzei no nepieciešamās statiskās vērtības. Degvielas vārsta maksimālais pārregulējums ievērojami pārsniedz pieļaujamo lielumu – 20%.

a. **b.**



3.8. att. **Centrbēdzes regulatora modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes:**
a–pārejas procesa raksturlīknes Δω = f(t) un ΔX = f(t), ja svārstību rimšanas konstante ξ = 0.25; b–statiskā raksturlīkne ΔX = f(Δω)

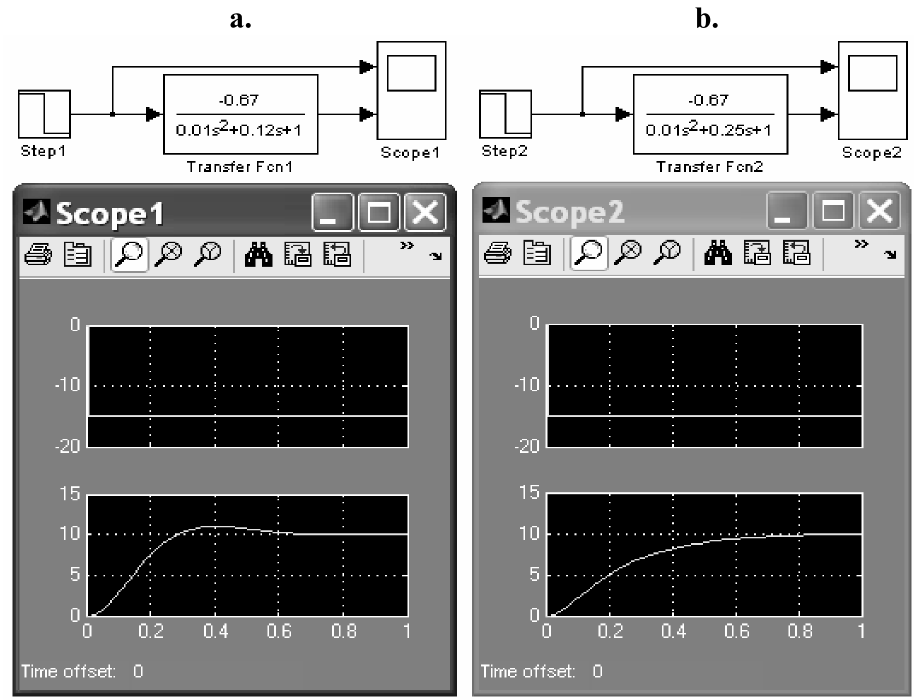
Sakarā ar lielo svārstīgumu arī pārejas procesa laiks ir pārāk liels. Varam secināt, ka regulatora darbības kvalitāte ir neapmierinoša. Lai to uzlabotu, pievērsim droseli 3, resp., palielināsim viskozo berzi, kas slāpē regulatora inerces spēkus. Pieņemsim, ka šīs darbības rezultātā svārstību rimšanas konstante ξ palielinās no 0.25 līdz 0.6.

Centrbēdzes regulatora izejas lieluma pieauguma simulētā pārejas procesa raksturlīkne ΔX = f(t) pie lēcienveida rotācijas ātruma izmaiņas (t = 0, Δω = 0; t > 0, Δω = - 15 rad/s) un ξ = 0.6 parādīta 3.9.a. attēlā. Redzam, ka regulatora darbības stabilitāte un kvalitāte ir ievērojami uzlabojusies.

Salīdzināšanai novērtēsim pārejas procesu raksturojošos rādītājus:

- svārstīgums: $m = \sqrt{1-\xi^2}/\xi = \sqrt{1-0.6^2}/0.6 \approx 1$;
- maksimālais pārregulējums: $\sigma_{\max} = A_1/\Delta X_0 \cdot 100\% = 1/10 \cdot 100\% = 10\%$;
- pārejas procesa laiks: $t_p \approx -(T_1/\xi)\cdot \ln 0.05 = -0.1/0.6 \cdot \ln 0.05 = 0.5s$.

Salīdzinājumā ar iepriekšējo variantu, svārstīgums samazinājies 4 reizes, maksimālais pārregulējums - 4.5 reizes un pārejas procesa laiks – 2.5 reizes. Pārejas process vairs nav svārstīgs, tas ir monotons ar nelielu pārregulējumu. Šādu pārejas procesu var pieņemt par optimālu kā no stabilitātes, tā ātrdarbības viedokļa.



3.9. att. **Centrbēdzes regulatora pārejas procesa modelēšanas raksturlīknes Δω = f(t) un ΔX = f(t):** a – monotons pārejas process ar vienu pārregulējumu (ξ = 0.6); b – aperiodisks pārejas process (ξ >1)

Pievērsim droseli līdz ξ = 1.25. Ja ξ ≥ 1, pārejas process kļūst aperiodisks (3.9.b. att.). Tad m = 0 un σ_{max} = 0. Centrbēdzes regulatora raksturīgā vienādojuma saknes nav vairs kompleksi skaitļi, bet reāli skaitļi. Tā dinamiku vairs neapraksta svārstību posms, bet otrās kārtas aperiodisks posms, kuram pārejas procesa laiku aprēķina sekojoši: $t_p \approx -(T_1/(\xi-\sqrt{\xi^2-1})\cdot\ln 0.05 = -0.1/(1.25-\sqrt{1.25^2-1})\cdot 3 = 0.6s$. Regulators kļuvis lēndarbīgāks. Izejas lielums sasniedz statisko stāvokli pēc 0.6 sekundēm.

3.9. Transportkavējuma posms

Ja kādas ierīces ieejā padod lēcienveida iedarbi, uz kuru tā reaģē ar zināmu aizkavēšanos, tad saka, ka tā darbojas ar transportkavējumu. Šādas ierīces pārejas procesu apraksta transportkavējuma posms, kuru sauc arī par kavējumposmu. Raksturīgs šāda posma piemērs ir dažādu materiālu vai detaļu transportieris (konveijers), piemēram, koka skaidu transportieris.

Skaidu porcija, kuru uz transportiera nomet dozators, nonāk līdz nākošajai tehnoloģiskajai iekārtai ar novēlojumu, ko sauc par transporkavējumu. Ja attālums no dozatora līdz tehnoloģiskajai iekārtai ir l (m) un transportiera lentes kustības ātrums ir v (m/s), tad transportkavējuma laiks $\tau = l/v$ (s).

Vispārīgi posma ar transportkavējumu pārejas procesu (3.10. att.) apraksta vienādojums:

$$X_{iz}(t) = K \cdot X_{ie}(t-\tau), \tag{3.44}$$

kur τ – transportkavējuma laiks, s;

$K = X_{iz}/X_{ie}$ – pārvades koeficients.

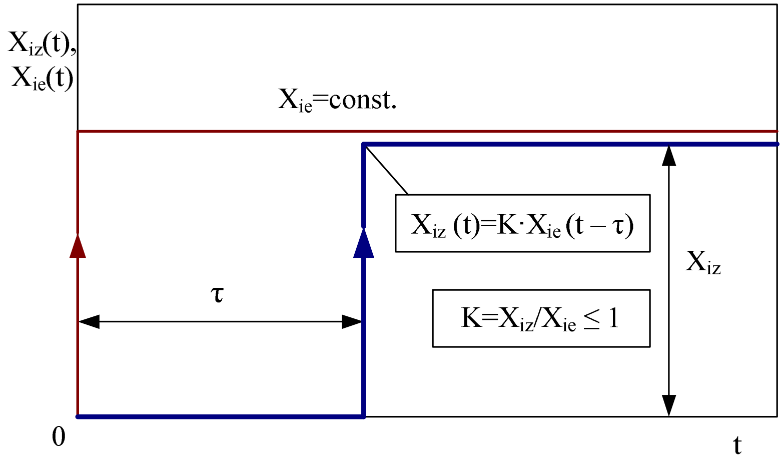
Koeficientu K pieņem vienādu ar 1, jo parasti tīrā transportkavējuma iekārtu statiskie izejas un ieejas lielumi ir vienādi $X_{iz} = X_{ie}$ (visa skaidu masa , kas tiek padota transportiera sākumā, nonāk līdz transportiera beigām). Izņēmuma gadījumos, ja ņem vērā transportējamā materiāla zudumus, K<1.

Turpmākajā analīzē pieņemsim, ka K = 1. Tad posma izejas lielums X_{iz} atkārto ieejas lielumu X_{ie} ar novēlojumu laikā τ. Pie šādiem nosacījumiem posma oriģinālfunkciju pieraksta sekojoši:

$$X_{iz}(t) = X_{ie}(\mathrm{t}-\tau) = \begin{cases} \mathrm{C}, \text{ ja } \mathrm{t} \geq \tau \\ 0, \text{ ja } \mathrm{t} < \tau \end{cases} \tag{3.45}$$

Funkciju $X_{ie}(t-\tau)$ sauc par oriģinālu ar novēlojušu argumentu τ.

Lai iegūtu transportkavējuma posma operatorvienādojumu un pārvades funkciju, atradīsim funkcijas $X_{ie}(t-\tau)$ attēlu, pielietojot Laplasa transformāciju. Attēla atrašanas pamatā ir oriģināla novēlojuma teorēma, kuru var formulēt sekojoši: oriģinālam $X_{ie}(t-\tau)$ ar novēlojušu argumentu par lielumu τ atbilst attēls $e^{-s\tau} \cdot \mathrm{X}_{ie}(\mathrm{s})$.



3.10. att. **Transportkavējuma posma pārejas procesa raksturlīknes X_{ie}=f(t) un X_{iz}=f(t)**

Pierādījums. Transformāciju izsaka ar sekojošu Laplasa integrāli:

$$L[X_{ie}(t-\tau)] = \int_0^\infty e^{-s(t-\tau)} \cdot X_{ie}(t-\tau)dt \tag{3.46}$$

Ņemam substitūciju $t-\tau=\theta$, ievedot t vietā jaunu integrācijas mainīgo θ. Tad t = θ + τ; dt = d(θ + τ) = dθ, dτ = 0, jo τ = const. Ja t = 0, tad θ = -τ. Atrisinot Laplasa integrāli, iegūstam oriģināla ar kavētu argumentu attēla funkciju:

$$L[X_{ie}(\theta)]=\int_{-\tau}^{\infty}e^{-s(\theta+\tau)}\cdot X_{ie}(\theta)\cdot d\theta=\int_{-\tau}^{0}\mathrm{e}^{-s(\theta+\tau)}\cdot X_{ie}(\theta)\cdot d\theta+\int_{0}^{\infty}e^{-s(\theta+\tau)}\cdot X_{ie}(\theta)\cdot d\theta=$$
$$=\int_{0}^{\infty}e^{-s\theta}\cdot e^{-s\tau}\cdot X_{ie}(\theta)\cdot d\theta=s^{-s\tau}\cdot\int_{0}^{\infty}e^{-s\theta}\cdot X_{ie}(\theta)\cdot d\theta=\mathrm{e}^{-s\tau}\cdot X_{ie}(s) \tag{3.47}$$

No (3.47) iegūstam transportkavējuma posma operatorvienādojumu

$$X_{iz}(s)=e^{-s\tau}\cdot X_{ie}(s) \tag{3.48}$$

un pārvades funkciju
$$W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=e^{-s\tau} \tag{3.49}$$

Transportkavējuma posma pārvades funkcija ir eksponenciāla funkcija ar mainīgo argumentu s, kurš vispārīgi ir komplekss skaitlis. Tas rada problēmas šāda posma modelēšanā. Lai tās novērstu, eksponentfunkciju izsaka ar tuvinātu polinomālu izteiksmi, izmantojot, piemēram, Padē aproksimāciju. To realizē izvirzot funkciju (3.49) Padē polinomālajā rindā, kas izsakās ar daļveida polinomu:

$$e^{-s\tau}=\frac{1-\frac{\tau}{a_1}\cdot s+\frac{\tau^2}{a_2}\cdot s^2-\frac{\tau^3}{a_3}\cdot s^3+\ldots+(-1)^k\frac{\tau^k}{a_k}\cdot s^k}{1+\frac{\tau}{a_1}\cdot s+\frac{\tau^2}{a_2}\cdot s^2+\frac{\tau^3}{a_3}\cdot s^3+\ldots+\frac{\tau^k}{a_k}\cdot s^k}, \tag{3.50}$$

kur a_1, a_2, a_3,...a_k – reāli skaitļi (piemēram, $a_1 = 2$, $a_2 = 12$,...);

τ – transportkavējuma laiks, s;

k – polinoma kārta.

Matlab funkcija „pade”, ievadot τ un k, nodrošina Padē aproksimācijas polinoma koeficientu automātisku aprēķināšanu. Apmierinošus rezultātus dod jau otrās kārtas aproksimācija (k = 2). Ievērojami augstāku modelēšanas precizitāti iegūst ar ceturtās kārtas (k = 4) Padē aproksimāciju, ko parasti lieto modelēšanas praksē.

Kā piemēru apskatīsim otrās kārtas Padē aproksimāciju, ja τ = 12s:

$$e^{-s\tau}\approx\frac{1-\frac{\tau}{2}\cdot s+\frac{\tau^2}{12}\cdot s^2}{1+\frac{\tau}{2}\cdot s+\frac{\tau^2}{12}\cdot s^2}=\frac{1-6\cdot s+12\cdot s^2}{1+6\cdot s+12\cdot s^2}. \tag{3.51}$$

Iegūtā modeļa simulācijai var izmantot „Simulink” bibliotēkas bloku „Transfer function”, to konfigurējot atbilstoši izteiksmei (3.51).

Transportkavējuma posma piemēri: materiālu un detaļu pneimotransporta iekārtas, robottehnisko kompleksu transporta moduļi, siltuma, gāzes un šķidruma pārvades cauruļvadi, transportieri un konveijeri.

3.10. Ūdens cauruļvada kā transportkavējuma posma modelēšana

Tipisks transportkavējuma posms ir ūdens pārneses cauruļvads (3.11. att.). Ja cauruļvada garums no sūkņa līdz rezervuāram ir l (m) un ūdens plūsmas ātrums –v (m/s), tad ūdens tilpuma (masas) pārneses transportkavējuma laiks no sūkņa ieslēgšanas momenta līdz ūdens ieplūdei rezervuārā ir $\tau = l/v$ (s).

Apzīmējot sūkņa ražīgumu ar Q_{ie} (l/s) un cauruļvada šķērsgriezumu ar S (m^2), transportkavējuma laiku τ (s) var izteikt sekojoši:

$$\tau = \frac{l \cdot S}{Q_{ie}} \cdot 10^{3}. \qquad (3.52)$$

Pieņemot, ka cauruļvadā plūsmas zudumu nav ($Q_{iz} = Q_{ie}$), iegūstam cauruļvada oriģinālvienādojumu:

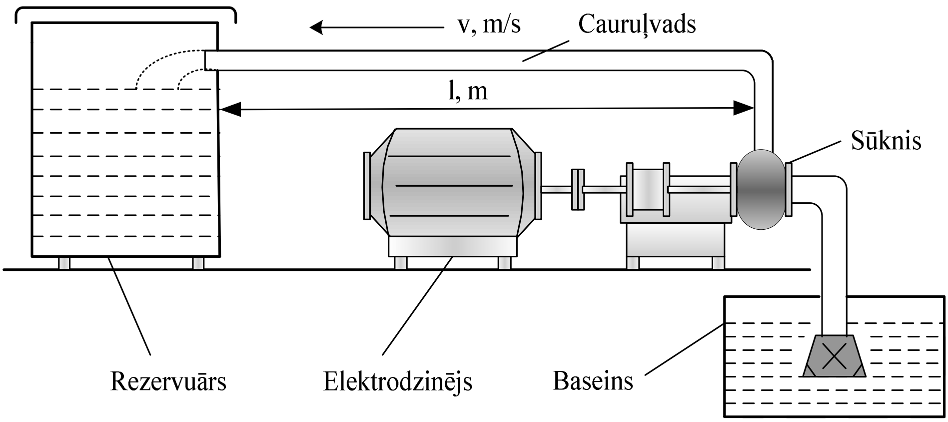
$$Q_{iz}(t) = Q_{ie}(t - \tau). \qquad (3.53)$$

Pielietojot Laplasa transformāciju, no (3.53) iegūstam operatorvienādojumu

$$Q_{iz}(s) = e^{-s\tau} Q_{ie}(s) \qquad (3.54)$$

un pārvades funkciju

$$W(s) = \frac{Q_{iz}(s)}{Q_{ie}(s)} = e^{-s\tau}. \qquad (3.55)$$

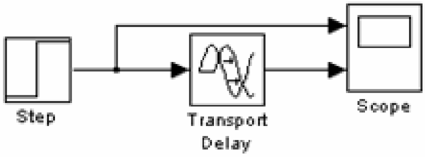


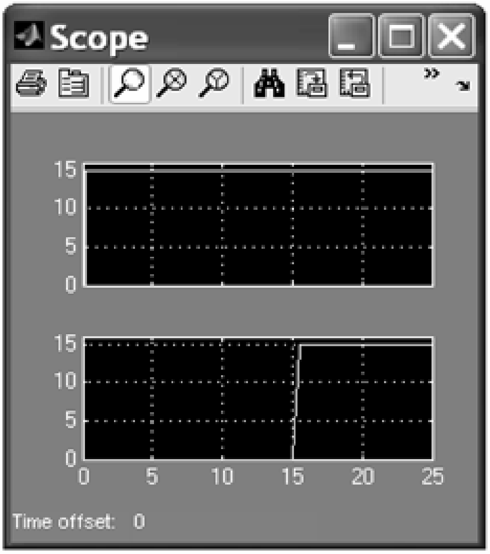
3.11. att. **Sūkņa iekārta ar cauruļvadu kā ūdens pārneses transportkavējuma posmu**

Modelēšanas blokshēma un raksturlīknes. Cauruļvada kā transportkavējuma posma modelēšanai izvēlamies bloku „Transport Delay" no „Simulink" bibliotēkas (3.12.a. att.).

Pieņemsim, ka cauruļvada garums l = 45 m, ūdens plūsma $Q_{ie} = Q_{iz} = 15$ l/s, cauruļvada šķērsgriezuma laukums $S = 5 \cdot 10^{-3}$ m^2. Tad atbilstoši izteiksmei (3.52) ūdens transportkavējuma laiks $\tau = (45 \cdot 5)/15 = 15$ s. Konfigurējam bloku „Transport Delay", ievadot tajā $\tau = 15$ s un Padē aproksimācijas kārtu k = 4. Blokā „Step" ievadām $Q_{ie} = 15$ l/s.

Veicot simulāciju, iegūstam pārejas procesa raksturlīknes, kas parāda ūdens tilpuma plūsmas pārneses dinamiku cauruļvadā (3.12.b. att.). No sūkņa ieslēgšanas brīža līdz ūdens ieplūdei rezervuārā paiet 15 sekundes, kas ir ūdens pārneses procesa kavējuma laiks.

a. 

b. 

3.12.att. Sūkņa iekārtas ar garu cauruļvadu kā ūdens pārneses transportkavējuma posma darbības modelēšana: a – modelēšanas blokshēma; b – ūdens tilpuma plūsmas pārneses dinamiskās raksturlīknes $Q_{ie} = f(t)$ un $Q_{iz} = f(t)$

Kā redzams no 3.12.b. attēla, izejas lieluma pārejas procesa raksturlīkne nav ideāla, jo Padē aproksimācija apraksta pārvades funkciju (3.55) ar zināmu tuvinājumu. Novirze nepārsniedz 3%, kas no prakses viedokļa ir pieļaujama.

3.11. Integrējošs posms

Integrējošas ierīces var aprakstīt ar ideālu vai inerciālu integrējošu posmu, kura izvēli nosaka AVS pārējo komponentu inerce. Īpaši jāņem vērā vadības objekta inerce. Ja vadības objekta inerce ir par kārtu lielāka, nekā integrējošās ierīces inerce, tad tās modelēšanai izvēlas ideālu integrējošu posmu. Ja inerces ir salīdzināmas, tad izvēlas inerciālu integrējošu posmu.

3.11.1. Ideāls integrējošs posms

Padodot ideāla integrējoša posma ieejā lēcienveida iedarbi, tā izejas lielums pieaug lineāri ar konstantu ātrumu. Tātad integrējošam posmam nav statiskas sakarības starp ieejas un izejas lielumiem, tādēļ to sauc arī par astatisku posmu.

Posma oriģinālvienādojums ir integrovienādojums:

$$X_{iz}(t) = \frac{1}{T_i}\int_0^t X_{ie}(t)dt \text{ vai } X_{iz}(t) = k_i \int_0^t X_{ie}(t)dt \qquad (3.56)$$

kur T_i – integrācijas laika kostante, kas raksturo izejas lieluma augšanas inerci, s (jo lielāks T_i, jo lēnāk pieaug X_{iz});

$k_i = (dX_{iz}/dt) / X_{ie}$ – ātruma koeficients, kas raksturo izejas lieluma izmaiņas ātrumu, s^{-1} (jo lielāks k_i, jo ātrāk pieaug X_{iz}).

Jāpiezīmē, ka dotās mērvienības ir pareizas pie nosacījuma, ja X_{ie} un X_{iz} ir vienādi fizikālie lielumi, piemēram, elektriskie spriegumi.

Pirmo pieraksta formu ar T_i izmanto elektroniskām ierīcēm, piemēram, operacionālajam pastiprinātājam ar kondensatora atgriezenisko saiti, kuram ieejas un izejas lielums ir elektriskais spriegums.

Otro pieraksta formu ar k_i izmanto elektriskiem izpildmehānismiem, kuriem ieejas lielums - elektriskais spriegums U (V), un izejas lielums–vārpstas pagrieziena leņķis α (rad) ir atšķirīgi fizikāli lielumi. Tad koeficienta k_i mērvienība ir (rad/s)/V.

Posma operatorvienādojums pie nulles sākuma nosacījumiem (t = 0, X_{iz} = 0):

$$X_{iz}(s)=\frac{X_{ie}(s)}{T_i s} \text{ vai } X_{iz}(s)=k_i\cdot\frac{X_{ie}(s)}{s}\,. \tag{3.57}$$

Posma pārvades funkcija:

$$W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{1}{T_i\cdot s} \text{ vai } W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{k_i}{s}\,. \tag{3.58}$$

Atrisinot vienādojumus (3.56) pie lēcienveida ieejas iedarbes (t = 0, X_{ie} = 0; t > 0, X_{ie} = const.), iegūstam izteiksmi, kas apraksta integrējoša posma pārejas procesu:

$$X_{iz}(t)=\frac{1}{T_i}\cdot X_{ie}\cdot t \text{ vai } X_{iz}(t)=k_i\cdot X_{ie}\cdot t\,. \tag{3.59}$$

Posma piemēri: elektriskie, hidrauliskie un pneimatiskie izpildmehānismi bez atgriezeniskās saites, kurus izmanto inerciālās inženiersistēmās (tvaika apgāde, ūdensapgāde, siltumapgāde,); integrālie regulatori, astatiskie vadības objekti.

3.11.2. Inerciāls integrējošs posms

Mazas inerces sistēmās, piemēram, ātrdarbīgās sekošanas sistēmās, pārejas procesa ilgums ir tikai dažas desmitdaļas sekundes. Izmantojot, piemēram, elektrisku izpildmehānismu, kuru mēs apskatījām kā ideālu integrējošu posmu inerciālā sistēmā, mazas inerces sistēmā, jāņem vērā tā elektromehāniskā inerce. Proti, padodot tā ieejā lēcienveida iedarbi, piemēram, ieslēdzot spriegumu, vārpstas rotācijas ātrums pieaug pakāpeniski (aperiodiski) un tikai pēc zināma laika sasniedz maksimālo (nostabilizējušos) vērtību. Šīs aizkavēšanās inerci raksturo laika konstante T, s. Mazjaudas izpildmehānismiem un integrējošiem elektroniskajiem pastiprinātājiem T = 0.02 – 0.1s, taču mazinerciālās sistēmās arī šāda relatīvi maza inerce var būtiski iespaidot dinamiskos pārejas procesus. Ja neņem to vērā, var rasties būtiskas kļūdas procesu modelēšanā.

Integrējoša inerciāla posma oriģinālvienādojums, kas apraksta tajā notiekošos pārejas procesus ir otrās kārtas diferenciālvienādojums bez brīvā locekļa:

$$T\cdot\frac{d^2X_{iz}(t)}{dt^2}+\frac{dX_{iz}(t)}{dt}=k_i\cdot X_{ie}(t)\text{, vai } T\cdot\frac{d^2X_{iz}(t)}{dt^2}+\frac{dX_{iz}(t)}{dt}=\frac{1}{T_i}\cdot X_{ie}(t)\,. \tag{3.60}$$

Posma operatorvienādojums pie nulles sākuma nosacījumiem (t = 0, X_{iz} = 0):

$$T\cdot X_{iz}(s)\cdot s^2+X_{iz}(s)\cdot s\ =k_i\cdot X_{ie}(s) \text{ vai } T\cdot X_{iz}(s)\cdot s^2+X_{iz}(s)\cdot s\ =\frac{X_{ie}(s)}{T_i}\,. \tag{3.61}$$

Posma pārvades funkcija:

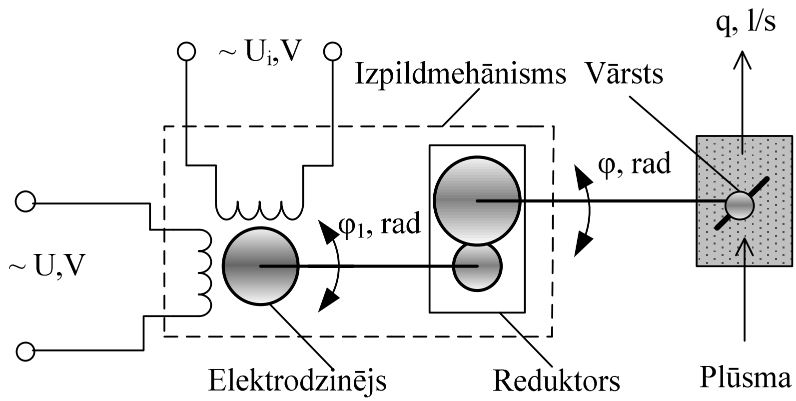
$$W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{k_i}{T\cdot s^2+s} \text{ vai } W(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{1}{T_i\cdot(T\cdot s^2+s)}. \qquad (3.62)$$

Atrisinot vienādojumus (3.60), iegūstam izteiksmes, kas apraksta inerciāla integrējoša posma ar lēcienveida ieejas iedarbi pārejas procesu:

$$X_{iz}(t)=k_i\cdot X_{ie}\cdot[t-T\cdot(1-e^{-t/T})] \text{ vai } X_{iz}(t)=\frac{1}{T_i}\cdot X_{ie}\cdot[t-T\cdot(1-e^{-t/T})]. \qquad (3.63)$$

3.12. Integrējoša izpildmehānisma ar motorreduktoru modelēšana

Apskatīsim izpildiekārtu, kas sastāv no motorreduktora izpildmehānisma un vārsta, ar kuru automātiski regulē gāzes padevi uz koģenerācijas iekārtas gāzmotoru, lai stabilizētu tā izejas vārpstas rotācijas ātrumu (3.13. att.).



3.13. att. **Izpildmehānisms ar divfāžu asinhrono elektrodzinēju un reduktoru**

Motorreduktora izpildmehānisms sastāv no divfāžu asinhronā elektrodzinēja un zobratu reduktora. Ieejas lielums ir regulējams maiņspriegums U (V), kuru padod uz vadības tinumu. Ierosmes tinumam pieslēdz konstantu maiņspriegumu U_i (V). Izejas lielums ir reduktora vārpstas pagrieziena leņķis φ (rad), kas nosaka vārsta stāvokli un gāzes padeves daudzumu q (l/s) uz gāzmotoru. Dinamisko sakarību starp izejas lielumu φ un ieejas lielumu U apraksta pārvades funkcija:

$$W(s)=\frac{\varphi(s)}{U(s)}=\frac{k_i}{T_m\cdot s^2+s}=\frac{k_i}{s}\cdot\frac{1}{T_m\cdot s\ +1}, \qquad (3.64)$$

kur $k_i = \omega/U$ – motorreduktora ātruma koeficients, (rad/s)/V;
T_m – motorreduktora elektromehāniskā laika konstante, s.

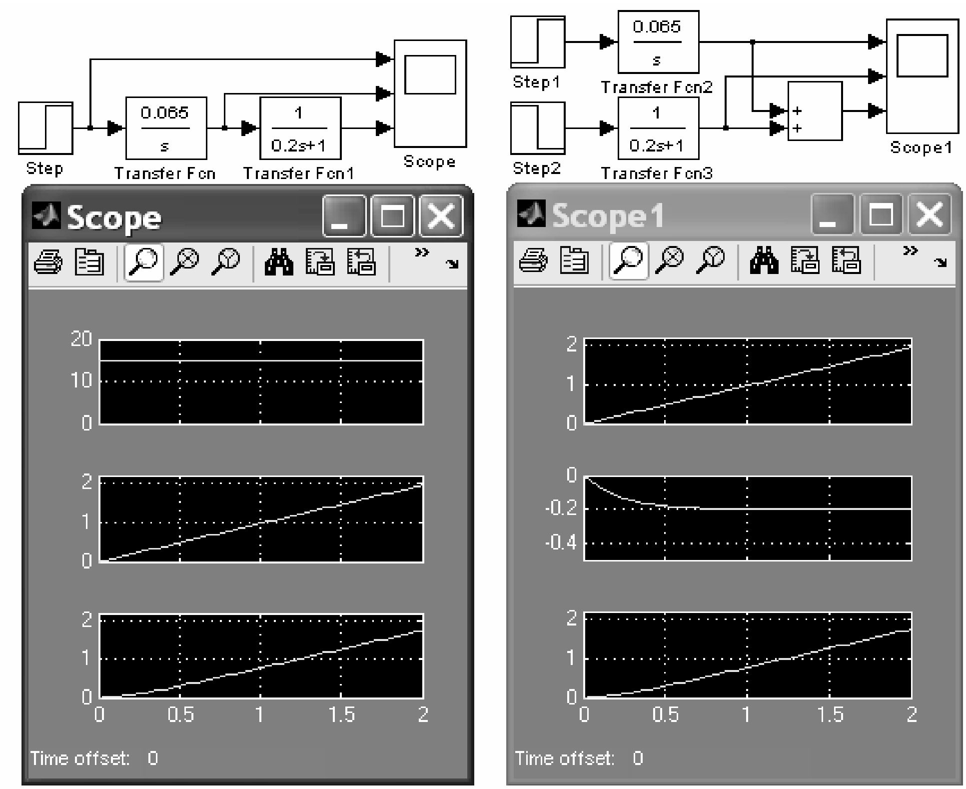
Motorreduktoru var aprakstīt ar ideāla integrējoša posma un pirmās kārtas aperiodiska posma ar pārvades koeficientu K=1 virknes slēgumu (3.64). Elektromehānisko laika konstanti galvenokārt nosaka rotējošo masu inerces moments , kas reducēts pie elektrodzinēja vārpstas J_r ($kg \cdot m^2$), nominālais rotācijas ātrums ω_{1nom} (rad/s) un nominālā jauda P_{1nom} (W). Zinot minētos parametrus, var aptuveni novērtēt motorreduktora elektromehānisko inerci: $T_m \approx (J_r \cdot \omega_{1nom}^2)/P_{1nom}$.

Ja vadības objekta laika konstante T_{obj} »T_m, tad pēdējo var neņemt vērā un motorrreduktoru var apskatīt kā ideālu integrējošu posmu. Mazinerciāliem vadības objektiem, kā, piemēram, gāzmotoram, kura laika konstante ir salīdzināma ar motorreduktora laika konstanti, jāņem vērā izpildmehānisma elektromehāniskā inerce. Pretējā gadījumā var rasties būtiskas kļūdas koģenerācijas iekārtas vadības sistēmas pārejas procesu modelēšanā.

Motorreduktora modelēšanas blokshēmas un raksturlīknes. Kā prototipu izvēlamies motorreduktoru DKIR – 1 ar sekojošiem parametriem: mehāniskā jauda uz elektrodzinēja vārpstas P_{1nom} = 1 W; nominālais vadības spriegums U_{nom}=24 V; ierosmes spriegums U_i = 220 V; elektrodzinēja vārpstas sinhronais rotācijas ātrums ω_{1s} = 157 rad/s; reduktora izejas vārpstas rotācijas ātrums ω_{nom} = 1.57 rad/s; elektromehāniskā laika konstante T_m = 0.2s; ātruma koeficients $k_i = \omega_{nom}/ U_{nom}$ = 1.57/24 = 0.065 (rad/s)/V.

Ievietojot dotos un aprēķinātos lielumus T_m un k_i pārvades funkcijā (3.64), sastādām motorreduktora pārejas procesa modelēšanas blokshēmas (3.14. att.). Vienkāršības labad, turpmāk sauksim motorreduktoru par izpildmehānismu (IM).

a. **b.**



3.14. att. **Motorreduktora modelēšanas blokshēmas un pārejas procesa raksturlīknes:** a – ideālam un inerciālam integrējošam posmam ($U = f(t)$, $\varphi` = f(t)$, $\varphi = f(t, T_m)$); b – inerciāla integrējoša posma komponentēm ($\varphi` = f(t)$, $\Delta \varphi = f(t)$, $\varphi = f(t, T_m)$)

Konfigurējam bloku „Step”, ievadot tajā IM vadības spriegumu ($t<0$, $U = 0V$; $t \geq 0$, $U=15$ V). Veicot simulāciju, uz osciloskopa „Scope” ekrāna iegūstam pārejas procesa raksturlīknes: $U = f(t)$, $\varphi` = f(t)$ un $\varphi = f(t, T_m)$ (3.14.a. att.). Raksturlīkne $\varphi` = f(t)$ parāda IM izejas vārpstas pagrieziena leņķa idealizēto (lineāro) izmaiņu. Ņemot vērā IM elektromehānisko inerci (laika konstanti T_m), iegūstam reālo pārejas procesa raksturlīkni $\varphi = f(t, T_m)$. Pārejas procesa beigās reālais pagrieziena leņķis φ aizkavējas pret idealizēto par lielumu $\Delta\varphi_{\max} = -T_m \cdot \omega_\varphi = -0.2s \cdot 0.98\,rad/s \approx -0.2\,rad$, kur $\omega_\varphi = k_i \cdot U$ – izpildmehānisma vārpstas nostabilizējies leņķiskais ātrums, rad/s.

Lai uzskatāmi parādītu sakarību starp idealizēto raksturlīkni $\varphi` = f(t)$ un reālo raksturlīkni $\varphi(t) = \varphi'(t) - \Delta\varphi(t)$, sastādām modelēšanas blokshēmu (3.14.b. att.). Konfigurējam blokus „Step1” un „Step2”, ievadot tajos attiecīgi U=15 V un $\Delta\varphi_{max} = -0.2$ rad. Veicot simulāciju iegūstam pārejas procesa raksturlīknes $\varphi` = f(t)$, $\Delta\varphi = f(t)$ un $\varphi(t) = \varphi'(t) - \Delta\varphi(t)$ (3.14.b. att.).

Izmantojot idealizēto IM modeli reālā inerciālā modeļa vietā, rodas IM vārpstas pagrieziena leņķa modelēšanas nostabilizējusies relatīvā statiskā kļūda, ko var aprēķināt sekojoši: $\varepsilon_\varphi = (\Delta\varphi_{\max}/\varphi_{\max}) \cdot 100\% = (0{,}2/2) \cdot 100\% = 10\%$, kur $\varphi_{max} = 2$ rad – IM izejas vārpstas maksimālais pagrieziena leņķis.

3.13. Diferencējošs posms

Diferencējošs posms reaģē uz mainīgu ieejas signālu. Ja ieejas signāls X_{ie} = const., tad izejas signāls $X_{iz} = 0$. Tātad diferencējoša posma izejas signāls ir proporcionāls ieejas signāla izmaiņas ātrumam.

3.13.1. Ideāls diferencējošs posms

Ideāls diferencējošs posms darbojas bez inerces. Šādu posmu apraksta sekojošs oriģinālvienādojums, operatorvienādojums un pārvades funkcija:

$$X_{iz}(t) = k \cdot \frac{dX_{ie}(t)}{dt}, \quad X_{iz}(s) = k \cdot X_{ie}(s) \cdot s, \quad W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = k \cdot s, \qquad (3.65)$$

kur k – ekvivalentais pārvades koeficients.

Padodot šāda posma ieejā lēcienveida signālu ($t < 0$, $X_{ie} = 0$; $t \geq 0$, X_{ie} = const.) , izejā rodas impulss ar bezgalīgi lielu amplitūdu ($X_{iz}(0) \rightarrow \infty$), kurš momentāni sabrūk. Šādu impulsu nespēj ģenerēt neviena tehniska ierīce, tādēļ ideāls diferencējošs posms nav tehniski realizējams.

Turpmāk apskatīsim reālu (inerciālu) diferencējošu posmu darbības algoritmus un to tehniskās realizācijas piemērus.

3.13.2. Inerciāls diferencējošs posms

Tipisks posma piemērs ir CR elektriskā ķēde, kuras ieejas elements ir kondensators ar kapacitāti C, bet izejas elements, no kura noņem izejas spriegumu – rezistors ar elektrisko pretestību R. Lai varētu mainīt diferencējošās CR ķēdes jutību, izvēlamies tās izejas elementu R ar maināmu pretestību – potenciometru. (3.15. att.).

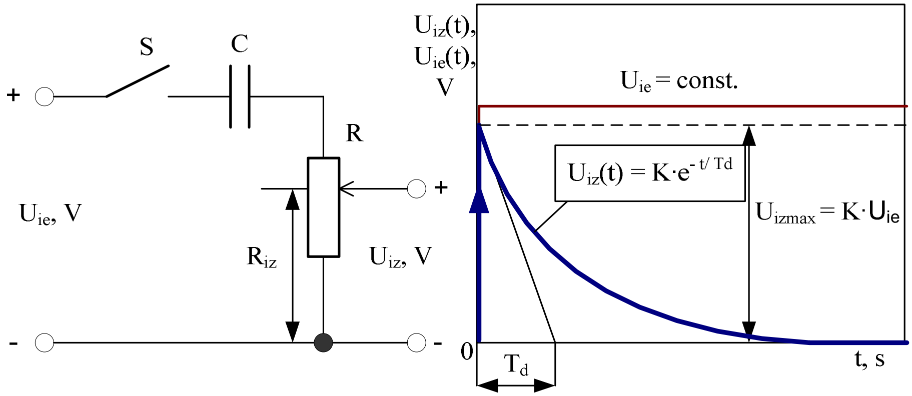
Ieslēdzot slēdzi S, diferencējošās ķēdes ieejā tiek padots lēcienveida līdzstrāvas spriegums ($t < 0$, $U_{ie} = 0$; $t \geq 0$, U_{ie} = const.). Tās izejā iegūst sprieguma impulsu ar amplitūdu $U_{iz\,max} \leq U_{ie}$, kurš aperiodiski norimst līdz nullei.

Apskatīsim CR ķēdes kā inerciāla diferencējoša posma algoritmus. Posma pārejas procesu apraksta diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem:

$$T_d \cdot \frac{dU_{iz}(t)}{dt} + U_{iz}(t) = K \cdot T_d \cdot \frac{dU_{ie}(t)}{dt}, \tag{3.66}$$

kur $K = U_{izmax}/\ U_{ie} = R_{iz}\ /\ R$ - posma pārvades koeficients, kas raksturo tā jutību pret lēcienveida ieejas iedarbi (parasti $K \le 1$);

$T_d = R \cdot C$ - diferencēšanas laika konstante, kas nosaka izejas impulsa rimšanas inerci, $[\Omega \cdot F = s]$.



3.15. att. **Diferencējošas CR ķēdes elektriskā shēma un pārejas procesa raksturlīknes**

Pielietojot Laplasa transformāciju vienādojumam (3.66) pie nulles sākuma nosacījumiem ($t = 0$, $U_{iz} = 0$), iegūstam posma operatorvienādojumu:

$$T_d \cdot U_{iz}(s) \cdot s + U_{iz}(s) = K \cdot T_d \cdot s \cdot U_{ie}(s). \tag{3.67}$$

Posma pārvades funkcija:

$$W(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)} = \frac{K \cdot T_d \cdot s}{T_d \cdot s + 1}. \tag{3.68}$$

Atrisinot vienādojumu (3.66), iegūstam izteiksmi, kas apraksta diferencējošas CR ķēdes ar lēcienveida ieejas iedarbi pārejas procesu (3.15. att.):

$$U_{iz}(t) = K \cdot U_{ie} \cdot e^{-t/T_d}. \tag{3.69}$$

Citi posma piemēri: diferencējošais transformators, tahoģenerators (ja tā ieejas lielums ir vārpstas pagrieziena leņķis), diferenciālais žiroskops, virknes korekcijas ķēde ar diferencējošo filtru.

3.14. Diferencējošas CR ķēdes pārejas procesu modelēšana

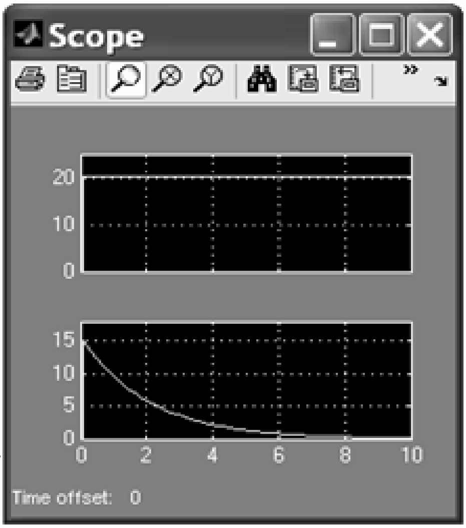
Modelēšanas blokshēma un raksturlīknes. Elektriskas CR ķēdes kā inerciāla diferencējoša posma pārejas procesu modelēšanai izvēlamies bloku „Transfer Function” no „Simulink” standartbloku bibliotēkas (3.16.a. att.).

Izvēlamies elektrolītisko kondensatoru ar kapacitāti C = 100 μF un potenciometru ar nominālo pretestību R = 20 kΩ. Tad diferencēšanas laika konstante $T_d = C \cdot R = 100 \cdot 10^{-6}$ F · 20 · 10^3 Ω = 2 s.

Iestatām ķēdes ieejas spriegumu U_{ie} = 20 V un pārvades koeficientu K = 0.75. Tad atbilstoši izteiksmei (3.69) diferencējošās ķēdes izejas sprieguma impulsa amplitūda $U_{izmax} = K \cdot U_{ie} = 0.75 \cdot 20 = 15$ V. Konfigurējam bloku „Transfer Function", ievadot tajā pārvades funkciju (3.68) un skaitliskos lielumus T_d = 2 s, U_{izmax} = 15 V (3.16.a. att).

Veicot simulāciju, iegūstam pārejas procesa raksturlīknes, kas parāda diferencējošās ķēdes reakciju uz lēcienveida ieejas iedarbi (3.16.b. att.). Ieslēdzot slēdzi S (3.15. att.), uz potenciometra izejas spailēm rodas sprieguma impulss ar amplitūdu U_{izmax} = 15V , kas eksponenciāli norimst atbilstoši izteiksmei (3.69). Impulsa rimšanas laiku t_r nosaka CR ķēdes laika konstante T_d ($t_r \approx 3 \cdot T_d = 3 \cdot 2 = 6$ s).

a. **b.**



3.16.att. Elektriskas CR ķēdes ar kondensatoru un aktīvo pretestību kā inerciāla diferencējoša posma modelēšana: a–algoritmiskā blok-shēma; b – ķēdes ieejas un izejas spriegumu dinamiskās izmaiņas raksturlīknes $U_{ie}(t)$, kur U_{ie}=20V, ja $t \geq 0$, un $U_{iz}(t) = 15 \cdot e^{-t/2}$

3.15. Automātiskās vadības sistēmas posmu slēgumi

AVS algoritmisko blokshēmu var sastādīt no raksturīgo posmu dažādiem slēgumiem. Izplatītākie ir virknes, paralēlais un atgriezeniskās saites slēgumi. Posmu ieejas un izejas lielumi ir reālo mainīgo lielumu attēli, kas izteikti kā funkcijas no Laplasa argumenta s. Posma dinamiskās īpašības apraksta pārvades funkcija, kas ir vienāda ar posma izejas un ieejas attēlu attiecību. Apskatīsim posmu galveno slēgumu raksturīgās īpašības.

Virknē slēgtu posmu (3.17. att.) pārvades funkcija W_v (s) ir vienāda ar atsevišķo posmu pārvades funkciju reizinājumu.

Posmu virknes slēgumu apraksta sekojoša operatorvienādojumu sistēma:

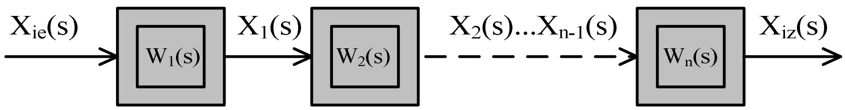
$$X_1(s) = W_1(s) \cdot X_{ie}(s)\ ;\ X_2(s) = W_2(s) \cdot X_1(s);...;\ X_{iz}(s) = W_n(s) \cdot X_{n-1}(s), \qquad (3.70)$$

no kurienes, izslēdzot starplielumus $X_1(s)$; $X_2(s)$;... $X_{n-1}(s)$, iegūst virknes slēguma operatorvienādojumu:

$$X_{iz}(s) = [W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot ... \cdot W_n(s)] \cdot X_{ie}(s) \text{ jeb } X_{iz}(s) = W_v(s) \cdot X_{ie}(s), \qquad (3.71)$$

kur virknes slēguma pārvades funkcija ir vienāda ar atsevišķo posmu pārvades funkciju reizinājumu:

$$W_v(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot ... \cdot W_n(s). \qquad (3.72)$$



3.17. att. **Automātiskās vadības sistēmas posmu virknes slēgums**

Posmu virknes slēgumu apraksta sekojoša operatorvienādojumu sistēma:

$$X_1(s) = W_1(s) \cdot X_{ie}(s)\ ;\ X_2(s) = W_2(s) \cdot X_1(s);...;\ X_{iz}(s) = W_n(s) \cdot X_{n-1}(s), \qquad (3.70)$$

no kurienes, izslēdzot starplielumus $X_1(s)$; $X_2(s)$;... $X_{n-1}(s)$, iegūst virknes slēguma operatorvienādojumu:

$$X_{iz}(s) = [W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot ... \cdot W_n(s)] \cdot X_{ie}(s) \text{ jeb } X_{iz}(s) = W_v(s) \cdot X_{ie}(s), \qquad (3.71)$$

kur virknes slēguma pārvades funkcija ir vienāda ar atsevišķo posmu pārvades funkciju reizinājumu:

$$W_v(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot ... \cdot W_n(s). \qquad (3.72)$$

Paralēli slēgtu posmu (3.18. att.) pārvades funkcija $W_p(s)$ ir vienāda ar atsevišķo posmu pārvades funkciju summu.

Paralēlajā slēgumā visu posmu ieejās tiek padots viens un tas pats signāls. Tā kā katrs posms uz to reaģē dažādi, tad posmu izejās iegūst atšķirīgus signālus, kurus saskaita ar summatoru (3.18. att.).

Posmu paralēlo slēgumu apraksta sekojoša operatorvienādojumu sistēma:

$$X_{iz1}(s) = W_1(s) \cdot X_{ie}(s)\ ;\ X_{iz2}(s) = W_2(s) \cdot X_{ie}(s);...;\ X_{izn}(s) =$$

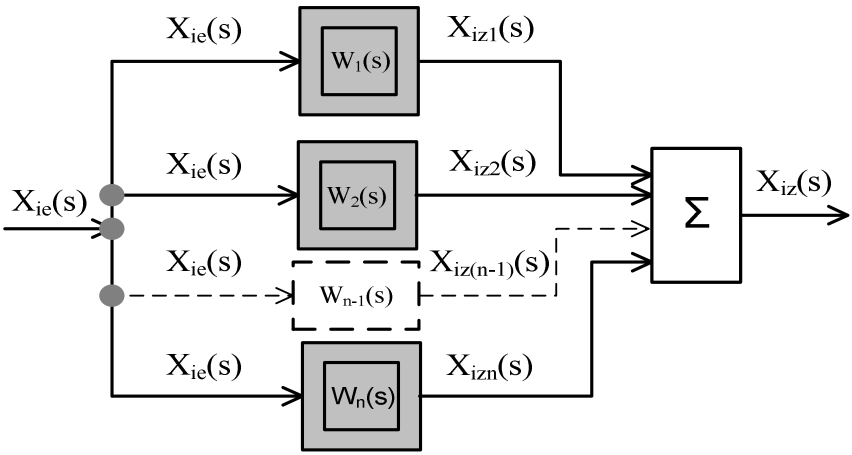
$$W_n(s) \cdot X_{ie}(s);\ X_{iz}(s) = X_{iz1}(s) + X_{iz2}(s) + ... + X_{izn}(s), \qquad (3.73)$$

no kurienes iegūst posmu paralēlā slēguma operatorvienādojumu:

$$X_{iz}(s) = [W_1(s) + W_2(s) + ... + W_n(s)] \cdot X_{ie}(s) \text{ jeb } X_{iz}(s) = W_p(s) \cdot X_{ie}(s), \qquad (3.74)$$

kur paralēlā slēguma pārvades funkcija ir vienāda ar atsevišķo paralēli savienoto posmu pārvades funkciju summu:

$$W_p(s) = W_1(s) + W_2(s) + ... + W_n(s). \qquad (3.75)$$

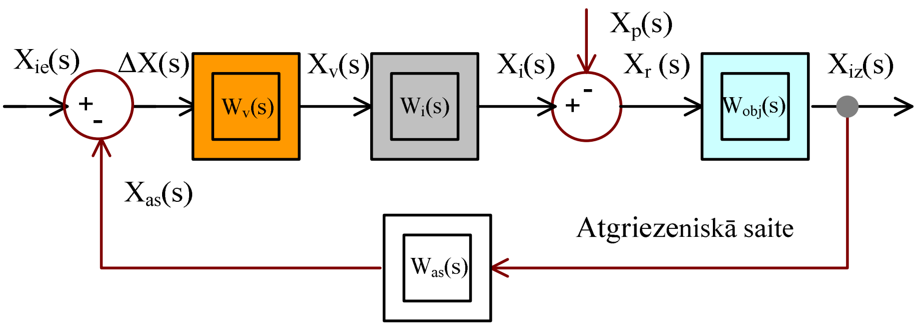


3.18. att. **Automātiskās vadības sistēmas posmu paralēlais slēgums**

Dažādu tehnoloģisko parametru (temperatūras, līmeņa, spiediena, ātruma u.c.) automātiskai stabilizācijai izmanto slēgtas AVS ar negatīvu atgriezenisko saiti.

Atgriezeniskā saite ir negatīva, ja novirzes jeb kļūdas signāls formējas kā ieejas signāla un atgriezeniskās saites signāla starpība.

Apskatīsim slēgtu sistēmu, kas sastāv no vadības iekārtas ar pārvades funkciju $W_v(s)$, izpildiekārtas ar pārvades funkciju $W_i(s)$, vadības objekta ar pārvades funkciju $W_{obj}(s)$ un atgriezeniskās saites ar pārvades funkciju $W_{as}(s)$ (3.19. att.). Uz vadības objektu darbojas perturbācija $X_p(s)$, kas tieši iespaido regulējošo iedarbi $X_r(s)$ un izmaina tā izejas lielumu $X_{iz}(s)$.



3.19. att. **Automātiskās vadības sistēma ar negatīvu atgriezenisko saiti**

Doto slēgto AVS ar negatīvu atgriezenisko saiti apraksta operatorvienādojumi, kas sastādīti visiem tās posmiem un signālu summatoriem (3.19. att.):

$$\Delta X(s) = X_{ie}(s) - X_{as}(s); X_v(s) = W_v(s)\cdot \Delta X(s); X_i(s) = W_i(s)\cdot X_v(s);$$

$$X_r(s)=X_i(s) - X_p(s); X_{iz}(s) = W_{obj}(s)\cdot X_r(s); X_{as}(s) = W_{as}(s)\cdot X_{iz}(s). \qquad (3.76)$$

Atrisinot vienādojumu sistēmu, iegūstam slēgtas AVS ar negatīvu atgriezenisko saiti operatorvienādojumu , kas izsaka funkcionālo sakarību $X_{iz}(s) = f[X_{ie}(s), X_p(s)]$:

$$X_{iz}(s) = \frac{X_{ie}(s) \cdot W(s) - X_p(s) \cdot W_{obj}(s)}{1 + W_{as}(s) \cdot W(s)}, \qquad (3.77)$$

kur $W(s) = W_v(s) \cdot W_i(s) \cdot W_{obj}(s)$ – vaļējas sistēmas pārvades funkcija.

No operatorvienādojuma (3.77) iegūstam slēgtas sistēmas pārvades funkciju jeb dinamisko pastiprinājuma koeficientu, ko parasti apzīmē ar $\Phi(s)$:

$$\Phi(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{W(s) - \frac{X_p(s)}{X_{ie}(s)} \cdot W_{obj}(s)}{1 + W_{as}(s) \cdot W(s)}, \qquad (3.78)$$

kur $X_p(s)$–perturbējošā iedarbe uz vadības objektu, ko rada apkārtējā vide vai slodze;

$X_{ie}(s)$– vadības sistēmas ieejas iedarbe, kas nosaka regulējamā parametra $X_{iz}(s)$ lielumu vadības objekta izejā.

Izteiksme (3.78) apraksta slēgtas sistēmas uzspiesto kustību, kam par iemeslu ir perturbācija $X_p(s)$, kas izraisa vadības objekta izejas parametra novirzi no uzdotā lieluma. Perturbācija $X_p(s)$ samazina vadības sistēmas dinamisko pastiprinājuma koeficientu $\Phi(s)$ un līdz ar to arī pasliktina tās darbības kvalitāti.

Noņemot perturbāciju ($X_p(s) = 0$), iegūstam pārvades funkciju, kas apraksta sistēmas brīvo kustību. Lai vienkāršotu AVS analīzi, bieži vien perturbācijas neņem vērā. Tad par sistēmas darbības kvalitāti spriež pēc tās brīvās kustības.

Negatīva atgriezeniskā saite paaugstina sistēmas stabilitāti un precizitāti, tādēļ to izmanto visās slēgtajās tehnoloģisko iekārtu automātiskās vadības sistēmās.

4. Automātiskās vadības algoritmi un to realizācija

Tehnoloģisko iekārtu vadību mūsdienās realizē izmantojot programmējamos kontrollerus, kuru uzdevums ir kontrolēt un automātiski regulēt tajās notiekošos procesus.

Regulēšana ir sašaurināts vadības jēdziens. Parasti ar to saprot vadības objekta viena vai dažu tehnoloģisko parametru automātisku stabilizāciju. Piemēram, tvaika katlā galvenie regulējamie parametri ir tvaika spiediens un ūdens līmenis, bet galvenā ārējā iedarbe jeb perturbācija ir tvaika patēriņš (slodze uz vadības objektu), kuru nosaka patērētāju skaits un patēriņa raksturs. Bieži vien slodze ir stohastiska (nenoteikti mainīga), kas sarežģī procesu vadību un tehnoloģisko parametru stabilizāciju.

Tehnoloģisko iekārtu vadībai un tajās notiekošo procesu regulēšanai mūsdienās izmanto:

- loģiskos kontrollerus (regulējošā iedarbe uz objektu tiek padota periodiski);
- regulējošos kontrollerus (iedarbe uz objektu tiek regulēta nepārtraukti);
- speciālos impulsregulēšanas kontrollerus (iedarbe uz objektu tiek regulēta impulsveidīgi).

Tehnoloģisko iekārtu nepārtrauktai vadībai visplašāk tiek izmantoti regulējošie kontrolleri. Apskatīsim to darbības likumus un īpašības.

4.1. Proporcionālais P - regulators

Proporcionālais regulēšanas likums ir visvienkāršākais. P – regulatora izejas signāls mainās tieši proporcionāli ieejas signālam. Tā dinamiskās īpašības novērtē pēc reakcijas uz lēcienveida ieejas iedarbi. Padodot lēcienveida signālu ideāla P – regulatora ieejā, arī izejas signāls mainās lēcienveidīgi bez aizkavēšanas.

Tātad ideāls P – regulators darbojas kā bezinerces posms, kas nosaka tā galveno pozitīvo īpašību – lielo ātrdarbību.

P – regulatora galvenais trūkums ir statiskā kļūda, ar kādu tas iestata vadības objekta izejas lielumu salīdzinājumā ar tā uzdoto vērtību. Statisko kļūdu var samazināt, palielinot P – regulatora jutību, bet nav iespējams to pilnībā likvidēt.

P–regulatora darbību apraksta bezinerces posma algoritmi (oriģinālvienādojums, operatorvienādojums un pārvades funkcija):

$$X_{iz}(t) = K_p \cdot X_{ie}(t);\ X_{iz}(s) = K_p \cdot X_{ie}(s);\ W_p(s) = X_{iz}(s)/\ X_{ie}(s) = K_p, \qquad (4.1)$$

kur $K_p = X_{iz}/X_{ie}$ – P-regulatora pārvades (pastiprinājuma) koeficients.

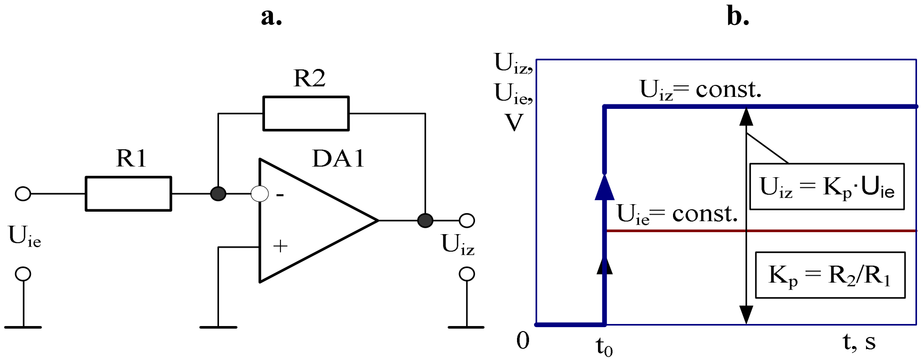
P-regulatora darbību kā statiskā, tā dinamiskā režīmā nosaka koeficients K_p, ko izsaka ar izejas un ieejas signālu vai to attēlu attiecību. Jo lielāks K_p, jo jutīgāka regulatora reakcija uz ieejas signālu.

Tā kā P – regulators iestata regulējamo parametru ar noteiktu nostabilizējošos kļūdu, tad to sauc arī par statisko regulatoru. Iepriekš noskaidrojām, ka relatīvo statisko kļūdu var raksturot ar statisma koeficientu, kuru izsaka procentos: $\varepsilon = 1/\ (1+ K_p \cdot K_s) \cdot 100\%$, kur K_s – tehnoloģiskās sistēmas pārvades koeficients.

Ja K_s uzdots kā konstants lielums, tad AVS ar P-regulatoru statisko kļūdu var samazināt, palielinot K_p, taču tas padara sistēmu svārstīgāku un nestabilāku.

Elektroniskais P – regulators sastāv no operacionālā pastiprinātāja DA1, ieejas rezistora R1 un atgriezeniskās saites rezistora R2 (4.1.a. att). Tā pastiprinājuma jeb pārvades koeficientu var izteikt ar operacionālā pastiprinātāja ieejas ķēdes pretestību R_1 un atgriezeniskās saites pretestību R_2:

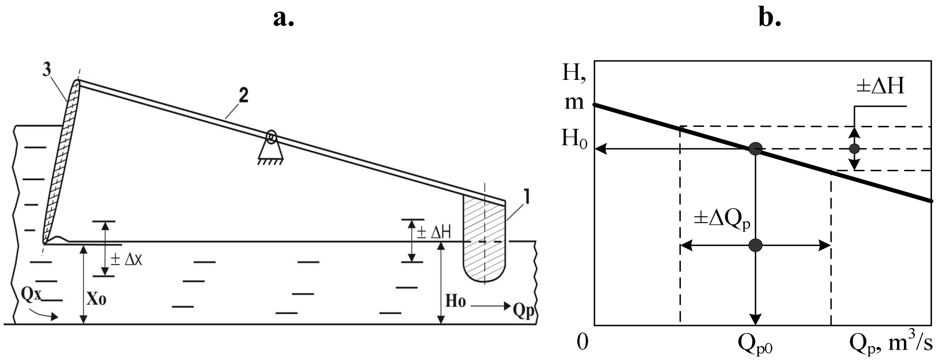
$$K_p = U_{iz}/U_{ie} = R_2/R_1. \qquad (4.2)$$



4.1. att. **Elektroniskais P – regulators:**
a – elektriskā principshēma; b – pārejas procesa raksturlīknes $U_{ie} = f(t)$, $U_{iz} = f(t)$

Padodot elektroniskā P – regulatora ieejā lēcienveida spriegumu U_{ie} = const., arī izejas spriegums U_{iz} pieaug lēcienveidīgi bez aizkavēšanās, jo operacionālā pastiprinātāja ārējā ķēdē ir tikai aktīvie elementi.

P – regulatora īpašības uzskatāmi var novērtēt pēc hidrauliskā ūdens līmeņa regulatora darbības, ko sauc arī par ūdens līmeņa statisko regulatoru (4.2.a. att.).



4.2. att. **Hidrauliskais P – regulators:**
a – hidrauliskā principshēma; b – ūdens līmeņa statiskā raksturlīkne H = f(Q_p)

Statiskais līmeņa regulators, kuru izmanto apūdeņošanas sistēmās, sastāv no līmeņa kontroles pludiņa 1, sviras 2 un aizvara 3 (4.2.a. att.). Pludiņš ir regulatora jutīgais elements (līmeņa mērīšanas pārveidotājs), svira – mehāniskais pastiprinātājs, bet aizvars – izpildierīce, kas tieši izmaina ūdens pieplūdi Q_x un regulē līmeni H.

Pieaugot noplūdei Q_p, pazeminās līmenis H. Tā rezultātā pludiņš 1 pārvietojas uz leju, pagriež sviru 2 un pārvieto uz augšu aizvaru 3 par lielumu ΔX. Līdz ar to palielinās pieplūde Q_x un tālāka līmeņa krišanās tiek apturēta. Taču reālais līmenis H atšķiras no uzdotā līmeņa H_0 un tiek iestatīts ar kļūdu $\Delta H = H_0 - H$. Jo lielāka noplūde Q_p, jo lielāka būs statiskā kļūda ΔH (4.2.b. att.). Statisko kļūdu ± ΔH rada cietā saite (svira 2), kas savieno pludiņu ar aizvaru un ierobežo tā pārvietošanos.

Hidrauliskā P – regulatora darbību apraksta vienādojums: $X = X_0 - K_p \cdot \Delta H$, kur X- aizvara atvērums, m; ΔH – līmeņa novirze, m; $K_p = \Delta X/\Delta H \approx L_a/L_p$ – regulatora parvades koeficients; L_a, L_p – sviras 2 plecu garumi aizvara pusē un pludiņa pusē, m.

4.2. Integrālais I - regulators

I – regulatora izejas signāls mainās tieši proporcionāli integrālim no ieejas signāla. Tā dinamiskās īpašības novērtē pēc reakcijas uz lēcienveida ieejas iedarbi. Padodot lēcienveida signālu ideāla I – regulatora ieejā, tā izejas signāls pieaug vienmērīgi ar konstantu ātrumu. Tātad I – regulatoram piemīt visas integrējoša posma īpašības un starp tā ieejas un izejas signāliem nav statiskas sakarības. Tādēļ I – regulatoru sauc arī par astatisku regulatoru.

I – regulators ir ievērojami lēndarbīgāks par P – regulatoru, taču tam piemīt būtiski svarīga pozitīva īpašība - tas likvidē statisko kļūdu un līdz ar to nodrošina augstu regulēšanas precizitāti.

I – regulatora kā integrējoša posma oriģinālvienādojumu, operatorvienādojumu un pārvades funkciju var uzrakstīt divējādi:

$$X_{iz}(t)=\frac{1}{T_i}\cdot\int_0^t X_{ie}(t)dt \text{ vai } X_{iz}(t)=k_i\cdot\int_0^t X_{ie}(t)dt\,; \tag{4.3}$$

$$X_{iz}(s)=\frac{X_{ie}(s)}{T_i s} \text{ vai } X_{iz}(s)=k_i\cdot\frac{X_{ie}(s)}{s}; \tag{4.4}$$

$$W_I(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{1}{T_i\cdot s} \text{ vai } W_I(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=\frac{k_i}{s}, \tag{4.5}$$

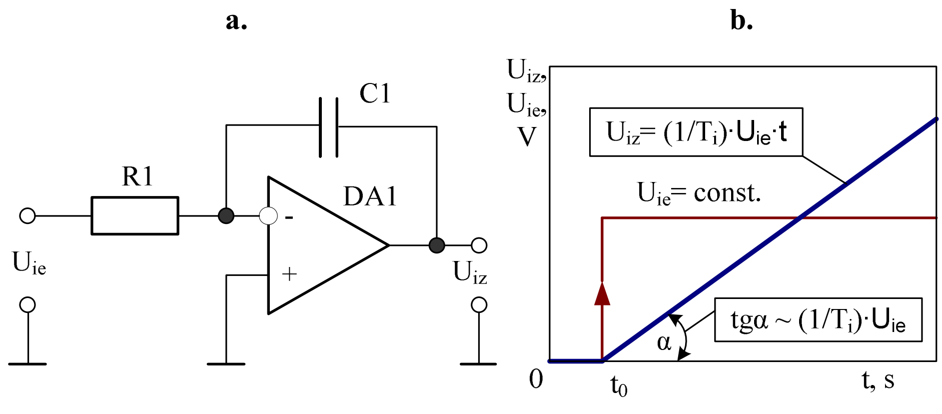
kur T_i – integrācijas laika kostante, kas raksturo izejas signāla augšanas inerci, s;

k_i = (dX_{iz}/dt) / X_{ie} – ātruma koeficients, kas izsaka izejas signāla izmaiņas ātruma atkarību no ieejas signāla lieluma , s^{-1}.

Lēcieveida ieejas iedarbes gadījumā ($t<0$, $X_{ie} = 0$; $t\geq0$, X_{ie} = const.), izejas signāls X_{iz} pieaug proporcionāli laikam t, tad $k_i = (X_{iz}/t) / X_{ie}$, no kurienes iegūstam ekvivalento pārvades koeficientu: $k_e = X_{iz}/X_{ie} = k_i \cdot t$.

I – regulatora relatīvā statiskā kļūda: $\varepsilon = 1/ (1+ k_i \cdot t \cdot K_s)\cdot 100\%$, kur K_s –tehnoloģiskās sistēmas pārvades koeficients. Tātad augot laikam t, I – regulators pakāpeniski likvidē regulēšanas statisko kļūdu.

Elektroniskais I – regulators sastāv no operacionālā pastiprinātāja, kura ieejas ķēdē slēgts rezistors R1, bet atgriezeniskajā saitē - kondensators C1 (4.3.a. att.). Dinamiskos procesus tajā apraksta pārvades funkcija (4.5): $W(s) = U_{iz}(s)/ U_{ie}(s)= 1/(T_i\cdot s)$, kur integrācijas laika konstanti izsaka sekojoši: $T_i = C_1\cdot R_1$ ($F\cdot\Omega = s$).



4.3. att. **Elektroniskais I – regulators:**

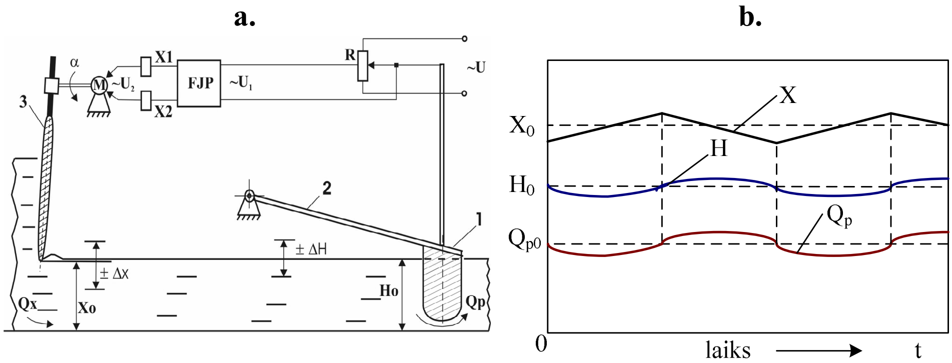
a – elektriskā principshēma; b – pārejas procesa raksturlīknes $U_{ie} = f(t)$, $U_{iz} = f(t)$

Atrisinot I – regulatora oriģinālvienādojumu pie nulles sākuma nosacījumiem un lēcienveida ieejas sprieguma izmaiņas, iegūst pārejas procesa raksturlīknes analītisko izteiksmi: $U_{iz} = (1/T_i)\cdot U_{ie}\cdot t$ (4.3.b. att.). Padodot elektroniskā I – regulatora ieejā lēcienveida spriegumu U_{ie} = const., notiek pakāpeniska kondensatora C1 uzlāde caur rezistoru R1 ar laika konstanti $T_i = C_1\cdot R_1$. Lai I – regulators nodrošinātu kvalitatīvu pārejas procesu vadības objektā, integrācijas laika konstantei T_i jābūt atbilstoši saskaņotai ar vadības objekta laika konstanti T_{obj}. Lielākai vadības objekta laika konstantei T_{obj}, jāizvēlas proporcionāli lielāka integrācijas laika konstante T_i.

Lai izveidotu ūdens līmeņa I – regulatoru, cieto saiti starp pludiņu un aizvaru aizstāj ar elastīgu saiti, izmantojot astatisku elektrisku izpildmehānismu, kas sastāv no trīsfāzu asinhronā elektrodzinēja M un skrūves mehānisma. Tad statiskā līmeņa regulatora vietā iegūstam astatisku elektrohidraulisku regulatoru (4.4.a. att.).

Tātad astatiskais līmeņa regulators atšķiras no statiskā ar to, ka līmeņa kontroles pludiņam 1ar aizvaru 3 nav cietas saites, kas ierobežo aizvara pārvietojumu. Pludiņš savienots ar potenciometra R slīdkontaktu. Potenciometra izejas spriegums U_1, ko noņem no slīdkontakta un viduspunkta, tiek padots uz fāzjutīgu pastiprinātāju FJP, kura divās izejās pievienoti elektromagnētiskie releji X1 un X2. Releji iedarbina asinhrono elektrodzinēju M, kurš ar skrūves mehānisma pārvadu pārvieto aizvaru 3.

Aizvara atvēruma izmaiņas ΔX dinamiku pie lēcienveida līmeņa izmaiņas ΔH apraksta integrējoša funkcija:$\Delta X = k_i \cdot \Delta H \cdot t$, kur $k_i = (d\Delta X/dt)/\Delta H$ – līmeņa regulatora ātruma koeficients, s^{-1}. Lai iegūtu uzdoto līmeņa regulēšanas stabilitāti, I – regulatora ātruma koeficients k_i jāsaskaņo ar vadības objekta (irigācijas kanāla) reakcijas inerci.



4.4. att. **Elektrohidrauliskais I – regulators:**
a – elektrohidrauliskā principshēma; b – ūdens līmeņa regulēšanas procesa raksturlīknes $H = f(t)$, $X = f(t)$ un $Q_p = f(t)$

Pieaugot noplūdei Q_p, pazeminās līmenis H. Tā rezultātā pludiņš 1 pārvietojas uz leju un pārvieto slīdkontaktu. Potenciometra R izejā parādās spriegums U_1. Pēc sprieguma fāzes nobīdes fāzjutīgais pastiprinātājs FJP atšifrē līmeņa izmaiņas virzienu un dod komandu atbilstošajam izejas relejam iedarbināt elektrodzinēju M. Aizvars tiek vienmērīgi pacelts, kamēr reālais līmenis H sasniedz uzdoto lielumu H_0. Tad potenciometra slīdkontakts nostājas pret viduspunktu, spriegums $U_1 = 0$ un elektrodzinējs M izslēdzas. Tā kā saite starp pludiņu un aizvaru ir elastīga, tad tā neierobežo aizvara pārvietošanos un statiskā kļūda tiek likvidēta.

Izmantojot I – regulatoru, ūdens līmenis H svārstās ap uzdoto lielumu H_0 (4.4.b. att.), ko izraisa vairāki faktori: ūdens plūsmas Q_x iedarbes inerce, kas izraisa līmeņa H izmaiņas aizkavēšanos attiecībā pret aizvara pārvietojumu X; noplūdes plūsmas Q_p atkarība no līmeņa H. Tā rezultātā pārejas process ir nerimstoši svārstīgs.

I - regulatoru vienu pašu praksē izmanto reti, jo tas padara sistēmu lēndarbīgu un svārstīgu. I – regulēšanas likuma galvenais uzdevums ir novērst statisko kļūdu, tādēļ to parasti kombinē ar citiem regulēšanas veidiem, piemēram, ar proporcionālo.

4.3. Proporcionāli integrālais PI - regulators

Apvienojot proporcionālo un integrālo vadības likumu iegūst PI – regulatoru. PI – regulatora izejas signāls mainās tieši proporcionāli ieejas signālam un integrālim no tā. Tā dinamiskās īpašības novērtē pēc reakcijas uz lēcienveida ieejas iedarbi. Padodot lēcienveida signālu ideāla PI – regulatora ieejā, vispirms sāk darboties proporcionālā ķēde, kas formē izejas signāla lēcieveida komponenti. Pēc tam sāk darboties integrējošā ķēde, kura ir daudz lēndarbīgāka un pakāpeniski likvidē regulēšanas statisko kļūdu. Tātad PI – regulatoram piemīt proporcionālā un integrālā regulatora pozitīvās īpašības – liela ātrdarbība un augsta precizitāte. Tādēļ PI – regulators ir augstākas klases regulators salīdzinājumā ar iepriekš apskatītajiem un nodrošina augstāku regulēšanas procesa stabilitāti un kvalitāti.

PI – regulatora struktūru veido proporcionālā un integrējošā posma paralēlais slēgums. Izmantojot šo posmu paralēlā slēguma īpašības, iegūstam PI – regulatora oriģinālvienādojumu, operatorvienādojumu un pārvades funkciju:

$$X_{iz}(t) = K_p \cdot X_{ie}(t) + k_i \cdot \int_0^t X_{ie}(t)dt \text{ vai } X_{iz}(t) = K_p \cdot X_{ie}(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t X_{ie}(t)dt; \qquad (4.6)$$

$$X_{iz}(s) = K_p \cdot X_{ie}(s) + k_i \cdot \frac{X_{ie}(s)}{s} \text{ vai } X_{iz}(s) = K_p \cdot X_{ie}(s) + \frac{X_{ie}(s)}{T_i \cdot s}; \qquad (4.7)$$

$$W_{PI}(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = K_p + \frac{k_i}{s} \text{ vai } W_{PI}(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = K_p + \frac{1}{T_i \cdot s}, \qquad (4.8)$$

kur T_i – integrējošās ķēdes laika kostante, s;
$k_i = (dX_{iz}/dt) / X_{ie}$ – izejas signāla izmaiņas ātruma koeficients s^{-1};
$K_p = X_{izs}/X_{ies}$ – proporcionālās ķēdes pārvades koeficients.

Lēcieveida ieejas iedarbes gadījumā ($t<0$, $X_{ie} = 0$; $t \geq 0$, $X_{ie} = const.$), izejas signāls X_{iz} pieaug lēcienveidīgi līdz lielumam: $X_{iz1} = K_p \cdot X_{ie}$, pēc tam turpina palielināties proporcionāli laikam t: $X_{iz} = K_p \cdot X_{ie} + k_i \cdot X_{ie} \cdot t$ vai $X_{iz} = K_p \cdot X_{ie} + (1/T_i) \cdot X_{ie}\, t$.

PI – regulatora relatīvā statiskā kļūda: $\varepsilon = 1/(1+ K_p \cdot k_i \cdot t \cdot K_s) \cdot 100\%$, kur K_s – tehnoloģiskās sistēmas pārvades koeficients. Tātad augot laikam t, PI – regulators, tāpat kā I – regulators pakāpeniski likvidē regulēšanas statisko kļūdu.

Elektroniskais PI – regulators sastāv no operacionālā pastiprinātāja, ieejas rezistora R1, atgriezeniskās saites kondensatora C1 un rezistora R2 (4.5.a. att.).

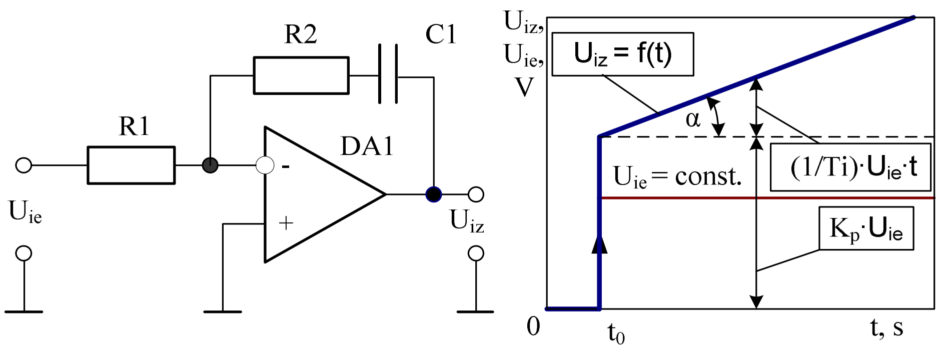
Dinamiskos procesus elektronoskajā PI - regulatorā apraksta pārvades funkcija:

$$W_{PI}(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)} = K_p + \frac{1}{T_i \cdot s} = K_p \cdot \frac{T_{iz} \cdot s + 1}{T_{iz} \cdot s}, \qquad (4.9)$$

kur $K_p = R_2/R_1$ – proporcionālās ķēdes pārvades koeficients;
$T_i = C_1 \cdot R_1$ – integrējošās ķēdes laika konstante, s;
$T_{iz} = T_i \cdot K_p = C_1 \cdot R_1 \cdot R_2/R_1 = C_1 \cdot R_2$ – izodroma laiks, s;
K_p un T_{iz} ir PI – regulatora iestatīšanas parametri. Mainot K_p, vienlaicīgi jamaina T_{iz}.

Padodot elektroniskā PI – regulatora ieejā lēcienveida spriegumu ($t<0$, $U_{ie} = 0$; $t \geq 0$, $U_{ie} = const.$), vispirms sāk darboties proporcionālā ķēde, kas formē izejas sprieguma lēcienveida komponenti ($U_{iz1} = K_p \cdot U_{ie}$). Pēc tam sāk darboties integrējošā ķēde, kura pakāpeniski paaugstina izejas spriegumu proporcionāli laikam t ($U_{iz} = K_p \cdot U_{ie} + (1/T_i) \cdot U_{ie}\, t$), kamēr likvidē regulēšanas statisko kļūdu (4.5.b. att.).

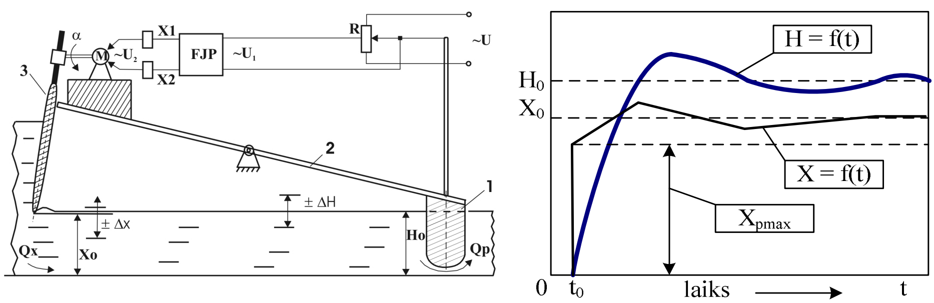
a. **b.**



4.5. att. **Elektroniskais PI – regulators:**
a – elektriskā principshēma; b – pārejas procesa raksturlīknes $U_{ie} = f(t)$, $U_{iz} = f(t)$

Lai izveidotu elektrohidraulisku PI – regulatoru ūdens līmeņa automātiskai regulēšanai irigācijas sistēmā, apvieno vienā iekārtā proporcionālo un integrālo regulatoru. Cieto proporcionālo saiti starp pludiņu 1 un aizvaru 3 veido svira 2, bet elastīgo integrējošo saiti - astatisks elektrisks izpildmehānisms, kas sastāv no trīsfāzu asinhronā elektrodzinēja M un skrūves mehānisma. (4.6.a. att.).

a. **b.**



4.6. att. **Elektrohidrauliskais PI – regulators:**
a – elektrohidrauliskā principshēma; b – ūdens līmeņa un aizvara atvēruma regulēšanas raksturlīknes $H = f(t)$, $X = f(t)$

Līmeņa regulēšana notiek divās pakāpēs. Pieaugot noplūdei Q_p, uz līmeņa H pazemināšanos vispirms reaģē proporcionālais posms - pludiņš 1 ar sviru 2 tieši iedarbojas uz aizvaru 3 un palielina pieplūdi Q_x, veicot aptuveno regulēšanu. Pēc tam sāk darboties integrējošais posms – elektriskais izpildmehānisks, kurš papildus pārvieto aizvaru 3 attiecībā pret sviru 2. Aizvars tiek vienmērīgi pacelts tik ilgi, kamēr reālais līmenis sasniedz uzdoto lielumu H_0. Tad potenciometra slīdkontakts nostājas pret viduspunktu, spriegums $U_1 = 0$ un elektrodzinējs M izslēdzas.

Pieņemsim, ka irigācijas sistēmas iedarbināšanas brīdī ūdens līmenis vadības objektā – irigācijas kanālā ir $H = 0$ un regulatora proporcionālais posms (1, 2, 3) nodrošina maksimālo aizvara atvērumu X_{pmax} . Vienlaicīgi sāk darboties integrējošais izpildmehānisms M, kurš turpina vienmērīgi palielināt aizvara atvērumu X. Tā kā irigācijas kanāls ir inerciāls objekts, tad līmeņa H izmaiņa notiek ar kavējumu. Tā rezultātā, sasniedzot uzdoto līmeni H_0, aizvara atvērums pārsniedz nepieciešamo lielumu X_0, kas izraisa aizvara stāvokļa un ūdens līmeņa pārregulēšanos. Viena vai vairāku pārregulējumu beigās PI-regulators iestata uzdoto līmeni H_0 (4.6.b. att.).

4.4. Proporcionāli diferenciālais PD – regulators

Tradicionāli proporcionāli diferenciālo PD-regulatoru realizē kā proporcionālā posma un diferencējoša posma paralēlo slēgumu. Apskatot AVS raksturīgos posmus, konstatējām, ka ideālu diferencējošo posmu nav iespējams realizēt. Tādēļ apskatīsim reālu proporcionāli diferenciālo inerciālo PD – regulatoru, kura darbību apraksta sekojošs oriģinālvienādojums, operatorvienādojums un pārvades funkcija:

$$T_d \cdot \frac{dX_{iz}(t)}{dt} + X_{iz}(t) = K_p \cdot X_{ie}(t) + \left(K_p + 1\right) \cdot T_d \cdot \frac{dX_{ie}(t)}{dt}; \qquad (4.10)$$

$$X_{iz}(s) \cdot (T_d \cdot s + 1) = K_p \cdot X_{ie}(s) + (K_p + 1) \cdot T_d \cdot s \cdot X_{ie}(s); \qquad (4.11)$$

$$W_{PD}(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = K_p + \frac{T_d \cdot s}{T_d \cdot s + 1}, \qquad (4.12)$$

kur $K_p = X_{izs} / X_{ies}$ – proporcionālā posma pārvades koeficients;

T_d – diferencēšanas laika konstante, *s*.

PD – regulators formē apsteidzošu iedarbi uz vadības objektu. Padodot tā ieejā lēcienveida iedarbi, izejā rodas impulsveida signāls, kura amplitūda formējas no proporcionālās ķēdes un diferencējošās ķēdes signālu summas, jo tās savienotas paralēli.

Ņemot par pamatu izteiksmi (4.12), sastādīsim elektroniska PD – regulatora pārvades funkciju:

$$W_{PD}(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)} = K_p + \frac{T_d \cdot s}{T_d \cdot s + 1}, \qquad (4.13)$$

kur $U_{ie}(s)$ un $U_{iz}(s)$ – ieejas un izejas spriegumu attēli.

Iznesot K_p pirms iekavām un veicot matemātiskus pārveidojumus, pārvades funkciju (4.13) iegūstam sekojošā formā:

$$W_{PD}(s) = K_p \cdot \frac{T \cdot s + 1}{T_d \cdot s + 1}, \qquad (4.14)$$

kur $T = T_d + T_d/K_p = T_d(1+1/K_p)$ – koriģētā diferencēšanas laika konstante, *s*;

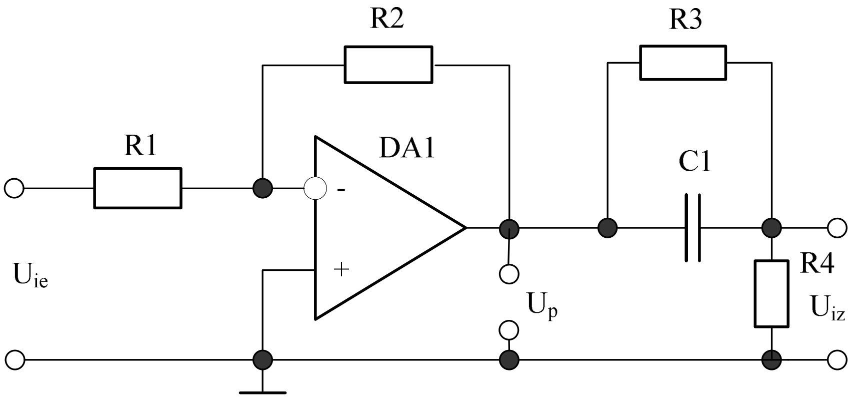
Attiecību $T_d/K_p = T_a$ sauc par apsteidzes laiku. Jo lielāks apsteidzes laiks T_a, jo efektīvāk darbojas diferencējošā ķēde, kas formē apsteidzošu iedarbi uz vadības objektu un paātrina tajā notiekošos procesus.

Pārvades funkcijas (4.13 un 4.14) parāda, ka PD- regulatoru var realizēt divējādi:

- kā proporcionālā posma un diferencējošā posma paralēlo slēgumu;
- kā proporcionālā posma un diferencējošā filtra virknes slēgumu.

Vieglāk realizējams ir otrais variants, kur diferencējošais filtrs tiek izmantots kā virknes korekcijas iekārta, kas ļauj uzlabot vadības sistēmas ātrdarbību un statisko precizitāti. PD – regulatoru, kuru apraksta pārvades funkcija (4.14), var izmantot inerciālu objektu, piemēram, siltumtehnisku iekārtu vadīšanai.

Apskatīsim PD – regulatora ar apsteidzošu iedarbi praktisko realizāciju un modelēšanu. PD – regulatora principshēma sastāv no operacionālā pastiprinātāja *DA1* ar ieejas pretestību *R1* un aktīvu atgriezenisko saiti *R2,* un virknē slēgtu diferencējošo *CR* filtru (*C1, R3, R4*), kā virknes korekcijas ķēdi (4.7. att.).



4.7. att. **Elektroniskā PD – regulatora ar apsteidzošu iedarbi principshēma:** DA1, R1, R2 – proporcionālais posms; C1, R3, R4 – diferencējošais filtrs

Piemērs. Dots: operacionālā pastiprinātāja pārvades koeficients $K_p = U_p/U_{ie} = R2/R1=2$; diferencējošā filtra laika konstantes $T_d = 0.5$ *min*. un $T = T_d(1+1/K_p) = 0.5(1+1/2)=0.74$ *min*. Laika konstantes var izteikt ar diferencējošā filtra parametriem: $T = C_1 \cdot R_3$; $T_d = T \cdot \left(\dfrac{R_4}{R_4 + R_3}\right)$. T_d un T dotos lielumus iegūsim, ja $C_1 = =300\ \mu F$; $R_3 = 150\ k\Omega$; $R_4 = 300\ k\Omega$.

PD – regulatora ar apsteidzošu iedarbi modelēšana. Sastādām modelēšanas blokshēmu (4.8.a. att.), kas sastāv no „Simulink” standartblokiem „Slider Gain1” un „Transfer Function1”, kas modelē operacionālo pastiprinātāju un diferencējošo filtru. Lēcienveida spriegumu regulatora ieejā formē ar bloku „Step1”.

Veicot simulāciju, iegūstam PD – regulatora ar apsteidzošu iedarbi pārejas procesa raksturlīkni $U_{iz} = f(t)$ pie lēcienveida ieejas sprieguma izmaiņas: $U_{ie}= 0$, $t < 0.1$ *min*; $U_{ie} = 3V$, $t \geq 0.1$ *min* (4.8.a. att.).

Redzam, ka izejas sprieguma sākuma amplitūda ($U_{izmax}= 9\ V$) pārejas procesa beigās samazinās līdz statiskam lielumam ($U_{izs} = 6\ V$). Šo aperiodiski rimstošo sākuma impulsu rada diferencējošā ķēde.

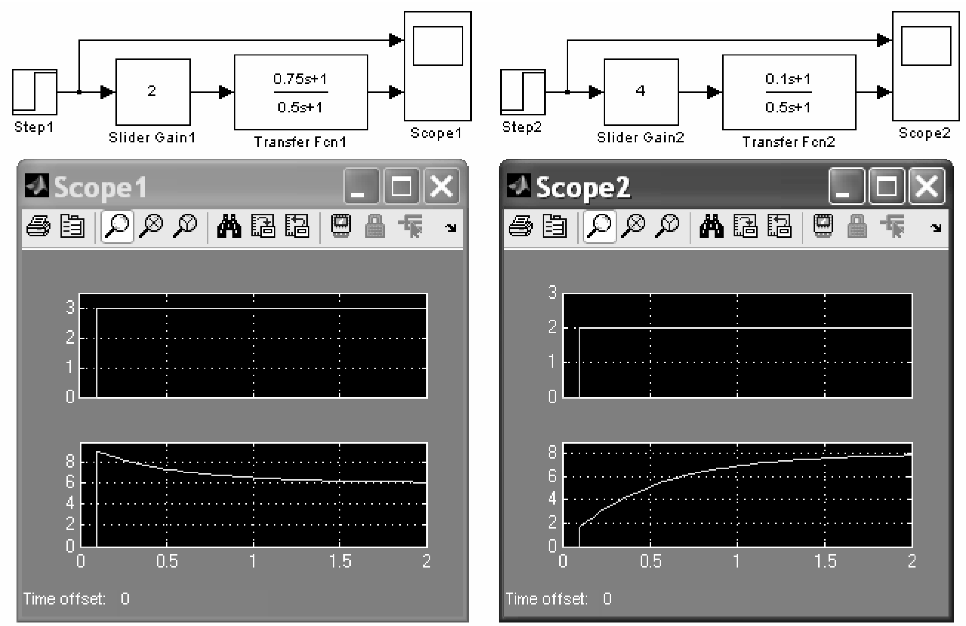
PD – regulatora izejas sprieguma sākuma un beigu lielumus var aprēķināt analītiski no pārvades funkcijas (4.14), izmantojot 3. nodaļā apskatītās operatoru rēķinu teorēmas pie nulles sākuma nosacījumiem (ja t → 0, s → ∞; ja t → ∞, s → 0):

$$U_{iz_{\max}} = \lim_{s\to\infty} K_p \cdot \frac{T\cdot s+1}{T_d\cdot s+1}\cdot U_{ie} = K_p\cdot\frac{T}{T_d}\cdot U_{ie} = 2\cdot\frac{0.75}{0.5}\cdot 3 = 9V,$$

$$U_{izs} = \lim_{s\to 0} K_p\cdot\frac{T\cdot s+1}{T_d\cdot s+1}\cdot U_{ie} = K_p\cdot U_{ie} = 2\cdot 3 = 6V.$$

Apsteidzes sprieguma impulsa rimšanas laiku nosaka laika konstante $T_d = 0.5$ min.

a. **b.**



4.8. att. **PD – regulatoru modelēšanas blokshēmas un pārejas procesa raksturlīknes U_{ie} = f(t), U_{iz} = f(t):** a – ar apsteidzošu iedarbi; b – ar kavējošu iedarbi

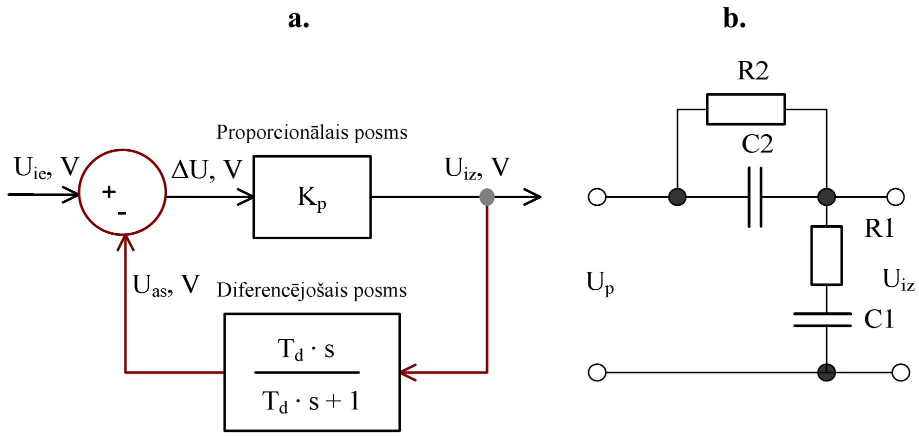
Ātrdarbīgās sistēmās, piemēram, dēļu gatera un daudzripzāģmašīnu vadības sistēmās izmanto cita veida PD – regulatoru ar kavējošu iedarbi, kas paaugstina sistēmas stabilitāti un samazina statisko kļūdu, jo ļauj palielināt proporcionālā posma pārvades koeficientu K_p. Šāds PD – regulators sastāv no proporcionālā posma, kuru aptver negatīva diferencējoša atgriezeniskā saite (4.9.a. att.). Tad regulatoru var apskatīt kā slēgtu kontūru, kura pārvades funkciju aprēķina pēc formulas:

$$W_{PD}(s)=\frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)}=\frac{K_p}{1+K_p\cdot\dfrac{T_d\cdot s}{T_d\cdot s+1}}=K_p\cdot\frac{T_d\cdot s+1}{T\cdot s+1},\tag{4.15}$$

kur filtra laika konstante $T = (T_d+K_p{\cdot}T_d)=T_d{\cdot}(1+K_p)$.

Arī šajā gadījumā PD–regulatoru var realizēt ar operacionālā pastiprinātāja un diferencējošā filtra virknes slēgumu. Atšķirīga ir diferencējošā filtra shēma un parametri. To var realizēt ar virknes korekcijas iekārtu (4.9.b. att.), kas sastāv no kondensatoriem *C1, C2* un rezistoriem *R1, R2.* Zinot kondensatoru kapacitātes un rezistoru pretestības, var aprēķināt filtra laika konstantes:

$$T_d=C_2\cdot R_2;\quad T=\frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)T_d.$$



4.9. att. **Elektroniskais PD – regulators ar kavējošu iedarbi:**
a – algoritmiskā blokshēma; b – diferencējošā filtra principshēma

PD–regulatora ar kavējošu iedarbi modelēšana.

Dots: operacionālā pastiprinātāja pārvades koeficients $K_p = 4$; diferencēšanas laika konstante $T_d = 0.1s$, filtra laika konstante $T = T_d{\cdot}(1+K_p) = 0.1\ (1+ 4) = 0.5\ s$.

Modelēšanas blokshēmā (4.8.b. att.) ievadām $K_p = 4,\ T_d = 0.1\ s$ un $T = 0.5\ s$. Ieejā padodam lēcienveida spriegumu ($U_{ie}= 0$, *ja* $t < 0.1\ s$; $U_{ie}=2\ V$, *ja* $t \geq 0.1\ s$).

Veicot simulāciju, iegūstam pārejas procesa raksturlīkni $U_{iz} = f(t)$, kas parāda, ka lēcienveida ieejas iedarbe tiek ierobežota. Izejā ir neliels sprieguma lēciens $U_{iz0}<2V$, kas pārejas procesa laikā pakāpeniski palielinās līdz stacionāram lielumam

Arī šajā gadījumā PD – regulatora izejas sprieguma sākuma un beigu lielumus var aprēķināt analītiski no pārvades funkcijas (4.15):

$$U_{iz\min} = \lim_{s\to\infty} K_p \cdot \frac{T_d \cdot s+1}{T \cdot s+1} \cdot U_{ie} = K_p \cdot \frac{T_d}{T} \cdot U_{ie} = 4 \cdot \frac{0.1}{0.5} \cdot 2 = 1.6V,$$

$$U_{izs} = \lim_{s\to 0} K_p \cdot \frac{T_d \cdot s+1}{T \cdot s+1} \cdot U_{ie} = K_p \cdot U_{ie} = 4 \cdot 2 = 8V.$$

Kavējuma sprieguma impulsa rimšanas laiku nosaka laika konstante $T = 0.5$ s.

Šāds PD – regulators nodrošina zāģmašīnas stabilu darbību pie izteikti svārstīgas slodzes, jo nolīdzina zāģmateriāla mainīgo parametru (zarainības, cietības, mitruma, ģeometrisko izmēru u.c.) ekstremālu iespaidu uz slodzes momenta strauju izmaiņu, kas pastiprina zāģu piedziņas elektrodzinēja strāvas svārstības un pasliktina zāģmašīnas automātiskās vadības sistēmas darbības stabilitāti un precizitāti.

4.5. Proporcionāli integrālais diferenciālais PID - regulators

Apvienojot proporcionālo (P), integrālo (I) un diferenciālo (D) vadības likumu iegūst PID vadības algoritmu, pēc kura darbojas PID – regulators.

PID – algoritma struktūru veido proporcionālā, integrējošā un diferencējošā posma paralēlais slēgums. PID – regulatora izejas signālu sastāda trīs komponentes. Tās mainās tieši proporcionāli ieejas signāla amplitūdai, tā izmaiņas ātrumam (atvasinājumam no ieejas signāla) un integrālim no tā.

PID – regulatora dinamiskās īpašības novērtē pēc reakcijas uz lēcienveida ieejas iedarbi. Padodot lēcienveida signālu regulatora ieejā, vispirms sāk darboties diferencējošā ķēde, kas dod apsteidzošu impulsveida izejas signāla komponenti, kuras amplitūda ir atkarīga no ieejas signāla izmaiņas ātruma. Diferencējošās ķēdes ģenerētais impulss ātri norimst. Tālāko procesa gaitu nosaka proporcionālā un integrējošās ķēde. Pēdējā pakāpeniski likvidē regulēšanas statisko kļūdu.

PID – regulators nodrošina visaugstāko procesa vadības kvalitāti, jo regulējošā iedarbe uz objektu tiek formētā atkarībā no trim faktoriem – ieejas signāla amplitūdas, tā izmaiņas ātruma un integrāļa.

Idealizēta PID – regulatora dinamiskos pārejas procesus apraksta sekojošs oriģinālvienādojums, operatorvienādojums un pārvades funkcija:

$$X_{iz}(t) = K_p \cdot X_{ie}(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t X_{ie}(t)dt + T_d \cdot \frac{dX_{ie}(t)}{dt}, \tag{4.16}$$

$$X_{iz}(s) = K_p \cdot X_{ie}(s) + \frac{X_{ie}(s)}{T_i \cdot s} + T_d \cdot X_{ie}(s) \cdot s, \tag{4.17}$$

$$W_{PID}(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = K_p + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s, \tag{4.18}$$

kur T_i – integrējošās ķēdes laika kostante, s;

T_d – difererencējošās ķēdes laika konstante, s;

$K_p = X_{izs}/X_{ies}$ – proporcionālās ķēdes pārvades koeficients.

Parasti pārvades funkciju (4.18) pārveido, iznesot pirms iekavām K_p:

$$W_{PID}(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=K_p(1+\frac{1}{K_p \cdot T_i \cdot s}+\frac{T_d}{K_p}\cdot s)=K_p(1+\frac{1}{T_{iz}\cdot s}+T_a\cdot s), \qquad (4.19)$$

kur $T_{iz} = K_p \cdot T_i$ – izodroma laiks, s;

$T_a = T_d / K_p$ - apsteidzes laiks, s;

PID – regulatora izodroma laiks ir K_p reizes lielāks par integrācijas laika konstanti T_i, bet apsteidzes laiks ir K_p reizes mazāks par diferencēšanas laika konstanti T_d. Mainot K_p , vienlaicīgi jāmaina T_{iz} un T_a.

Mūsdienu analogajos un ciparu kontrolleros instalētā PID – regulatora darbības algoritms ievērojami atšķiras no ideālā, jo ideālu diferencējošu ķēdi tehniski nav iespējams realizēt. Tas jāņem vērā modelējot AVS ar PID – regulatoru. Izvēloties idealizēto algoritmu, modelēšanas rezultāts var būtiski atšķirties no reālā procesa .

Reālu PID – regulatoru visadekvātāk apraksta sekojoša pārvades funkcija:

$$W_{PIDr}(s)=\frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)}=K_p\cdot(1+\frac{1}{T_{iz}\cdot s})\cdot(\frac{T_a\cdot s+1}{T_f\cdot s+1}), \qquad (4.20)$$

kur T_f – filtra laika konstante, s.

Laika konstanti T_f var izvēlēties diapazonā (0.05 ÷ 0.2) T_a, ko ieteicams sašaurināt līdz (0.1 ÷ 0.2) T_a, lai diferencēšanas signāla amplitūda iekļautos reālajās robežās neatkarīgi no izvēlētā kontrollera markas.

Elektroniskā PID – regulatora vienkāršota principshēma parādīta 4.10. attēlā. Tā sastāv no operacionālā pastiprinātāja DA1, diferencējošās ķēdes rezistora R1 un kondensatora C1, integrējošās atgriezeniskās saites kondensatora C2 un rezistora R2.

Izmantojot izteiksmes (4.19 un 4.20) un veicot matemātiskus pārveidojumus, sastādīsim idealizēta un reāla elektroniska PID – regulatora pārvades funkcijas:

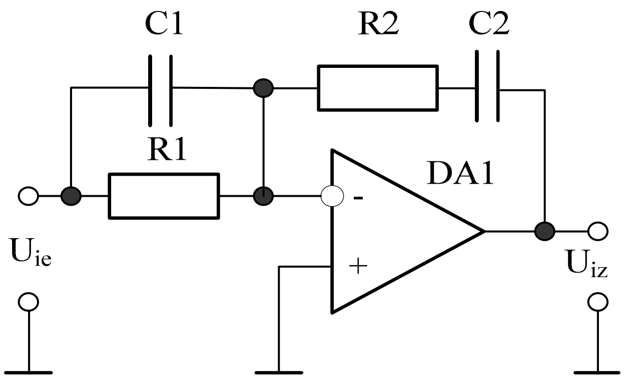
$$W_{PIDi}(s)=\frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)}=K_p\cdot(1+\frac{1}{T_{iz}\cdot s}+T_a\cdot s)=K_p\cdot(\frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s}+T_a\cdot s), \qquad (4.21)$$

$$W_{PIDr}(s)=\frac{U_{iz}(s)}{U_{ie}(s)}=K_p\cdot(1+\frac{1}{T_{iz}\cdot s})\cdot(\frac{T_a\cdot s+1}{T_f\cdot s+1})=K_p\cdot\frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s}\cdot\frac{T_a\cdot s+1}{T_f\cdot s+1}. \qquad (4.22)$$

Idealizētā un reālā modeļa koeficientus var izteikt ar elektroniskās ķēdes parametriem (4.10. att.). Pārvades koeficients $K_p = R_2/R_1$, diferencēšanas laika konstante $T_d = C_1 \cdot R_2$ un apsteidzes laiks $T_a = T_d/K_p = (C_1 \cdot R_2)/(R_2/R_1) = C_1 \cdot R_1$, integrēšanas laika konstante $T_i = C_2 \cdot R_1$ un izodroma laiks $T_{iz}=T_i \cdot K_p = C_2 \cdot R_1 \cdot R_2/R_1 = = C_2 \cdot R_2$.

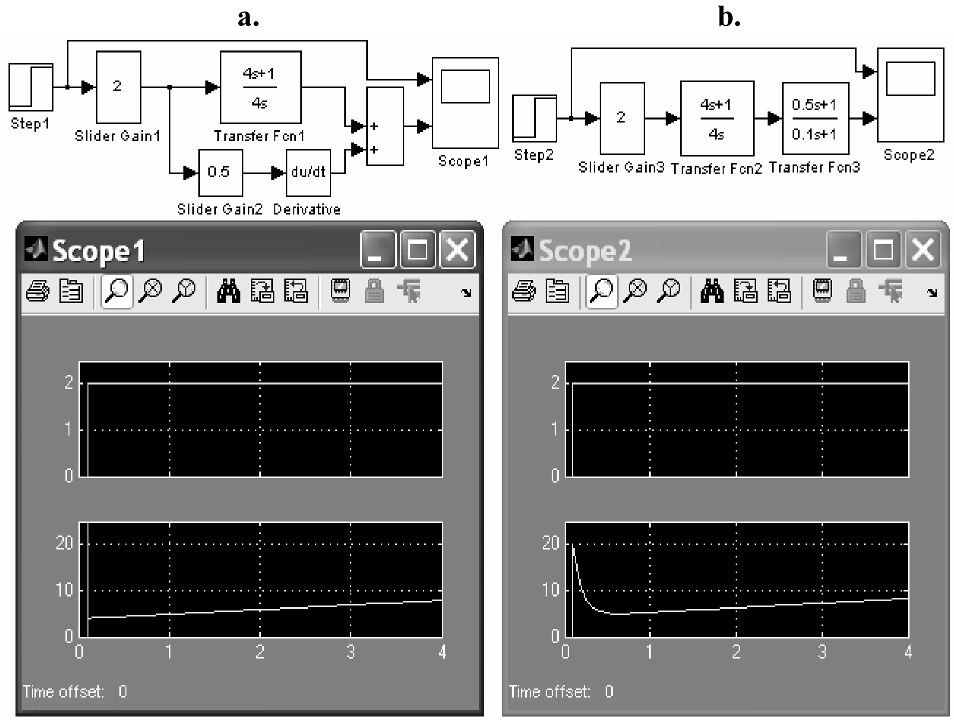
Idealizēta PID – regulatora modelēšana. Modelēšanas blokshēma (4.11.a. att.), sastāv no „Simulink” blokiem „Slider Gain1”, „Transfer Function1”, „Slider Gain2” un „Derivative”, kas modelē proporcionālo ķēdi, integrējošo ķēdi un diferencējošo ķēdi. Lēcienveida spriegumu regulatora ieejā formē ar bloku „Step1”.

Dots: proporcionālās ķēdes pārvades koeficients – $K_p = 2$; integrējošās ķēdes laika konstante $T_i = 2$ s un izodroma laiks $T_{iz} = T_i \cdot K_p = 2\cdot2 = 4$ s; diferencējošās ķēdes laika konstante $T_d = 1$ s un apsteidzes laiks $T_a = T_d/ K_p = 1/2 = 0.5$ s.



4.10. att. **Elektroniskā PID – regulatora vienkāršota principshēma**

Veicot simulāciju, iegūstam idealizēta PID – regulatora pārejas procesa raksturlīkni U_{iz} = f(t) pie lēcienveida ieejas sprieguma izmaiņas: U_{ie}= 0, t < 0.1 s; U_{ie} = 2 V, t≥ 0.1 s (4.11.a. att.).



4.11. att. **PID – regulatora modelēšanas blokshēmas un pārejas procesa raksturlīknes U_{ie} = f(t), U_{iz} = f(t):** a – idealizēts modelis; b – reāla regulatora modelis

Redzam, ka izejas sprieguma sākuma amplitūda ir neierobežoti liela ($U_{izmax} \rightarrow \infty$), kas momentāni sabrūk līdz statiskam lielumam (U_{izs} = 4 V). Vienlaicīgi sāk darboties integrējošā ķēde un izejas spriegums pakāpeniski paaugstinās.

Idealizētā PID – regulatora izejas sprieguma sākuma lielumu U_{iz0} (t = 0) un beigu lielumu U_{izb} brīvi izvēlēta laika perioda beigās (piemēram, t_b = 4 s), pieņemot nulles sākuma nosacījumus, var aprēķināt analītiski no pārvades funkcijas (4.21), izmantojot operatoru rēķinu sakarības (ja t → 0, s → ∞; ja t → t_b, s → 1/ t_b):

$$U_{iz0(t=0)} = \lim_{s\to\infty} K_p \cdot (\frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s} + T_a \cdot s)\cdot U_{ie} = K_p \cdot U_{ie} + \infty = 2\cdot 2 + \infty = \infty,$$

$$U_{izb(t_b=4s)} = \lim_{s\to 0.25} K_p \cdot (\frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s} + T_a \cdot s)\cdot U_{ie} = 2\cdot(\frac{4\cdot 0.25+1}{4\cdot 0.25} + 0.5\cdot 0.25)\cdot 2 = 8.5V.$$

Veikto aprēķinu pareizību apliecina pārejas procesa modelēšanas oscilogrammas (4.11.a. att.). Izmantojot idealizēto modeli, iegūstam neadekvātu rezultātu, jo reāls PID-regulators nevar ģenerēt sprieguma impulsu ar bezgalīgi lielu amplitūdu un bezgalīgi stāvu rimšanas fronti.

Reāla PID – regulatora modelēšana. Modelēšanas blokshēma sastādīta atbilstoši pārvades funkcijai (4.22). Tā sastāv no „Simulink” blokiem „Slider Gain3”, „Transfer Function2” un „Transfer Function3”, kas modelē proporcionālo ķēdi, integrējošo ķēdi un diferencējošo ķēdi. Lēcienveida spriegumu regulatora ieejā formē ar bloku „Step2” (4.11.b. att.).

Lai korekti salīdzinātu reālo modeli ar idealizēto modeli, izvēlamies vienādus to parametrus: pārvades koficientu K_p = 2; izodroma laiku T_{iz} = 4 s un apsteidzes laiku T_a = 0.5 s. Reālajā modelī papildus jāievada filtra laika konstante, ko izvēlamies no nosacījuma: T_f = $0.2T_a$ = 0.2·0.5 = 0.1 s.

Veicot simulāciju, iegūstam reāla PID – regulatora pārejas procesa raksturlīkni U_{iz} = f(t) pie lēcienveida ieejas sprieguma izmaiņas: U_{ie}= 0, t < 0.1 s; U_{ie}= 2 V, t≥ 0.1 s (4.11.b. att.).

Redzam, ka izejas sprieguma impulsa amplitūda ir ierobežota. Tā norimst aperiodiski ar laika konstanti T_f = 0.1 s. Impulsa laikā vienlaicīgi darbojas diferencējošā, integrējošā un proporcionālā ķēde. Pēc tam, kad beidzies diferencējošās ķēdes pārejas process, integrējošā ķēde pakāpeniski paugstina regulatora izejas spriegumu.

Reālā PID – regulatora izejas sprieguma sākuma lielumu U_{iz0} (t = 0) un beigu lielumu U_{izb} modelēšanas laika perioda beigās t_b = 4 s, pie nulles sākuma nosacījumiem, var aprēķināt analītiski no pārvades funkcijas (4.22), izmantojot operatoru rēķinu sakarības (ja t → 0, s → ∞; ja t → t_b, s → 1/ t_b):

$$U_{iz0(t=0)} = \lim_{s\to\infty} K_p \cdot \frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s}\cdot\frac{T_a\cdot s+1}{T_f\cdot s+1}\cdot U_{ie} = K_p\cdot\frac{T_a}{T_f}\cdot U_{ie} = 2\cdot\frac{0.5}{0.1} = 20V,$$

$$U_{izb(t_b=4s)} = \lim_{s\to 0.25} K_p \cdot \frac{T_{iz}\cdot s+1}{T_{iz}\cdot s}\cdot\frac{T_a\cdot s+1}{T_f\cdot s+1}\cdot U_{ie} = 2\cdot\frac{4\cdot 0.25+1}{4\cdot 0.25}\cdot\frac{0.5\cdot 0.25+1}{0.1\cdot 0.25+1}\cdot 2 = 8.8V.$$

Pārejas procesa sākumā, kad darbojas diferencējošā ķēde, būtiski atšķiras reālā modeļa izejas spriegums un tā izmaiņas raksturs salīdzinājumā ar idealizēto modeli. Proporcionālās un integrējošās ķēdes darbību abi modeļi apraksta vienādi. Modelēšanas laika beigās abu modeļu izejas spriegums atšķiras tikai par 3.4%.

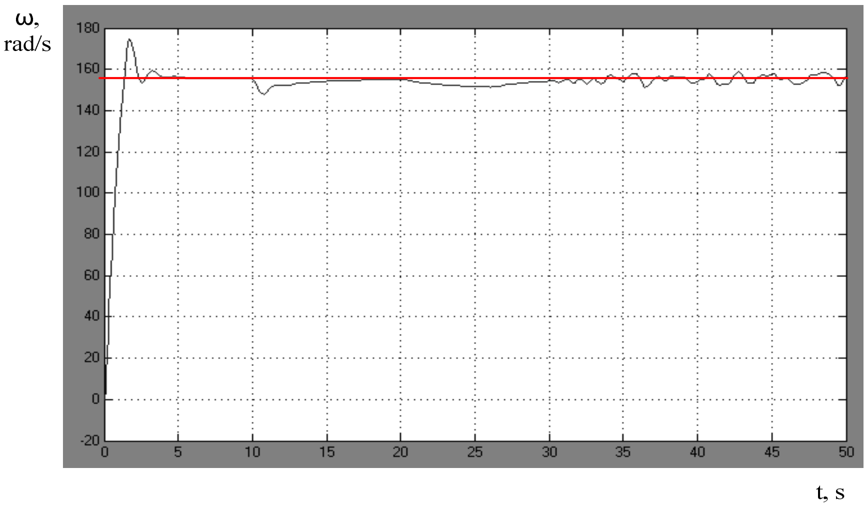
Koģenerācijas iekārtas gāzmotora rotācijas ātruma automātiskās stabilizācijas sistēmas modelētā pārejas procesa raksturlīkne ω = f(t), izmantojot reāla PID–regulatora modeli, dota

4.12. attēlā. Gāzmotora slodzes momenta M_{sl} modelēšanai izmantoti konstanta signāla, determinēti mainīga signāla un stohastiski mainīga signāla ģeneratori. Uzdotais nominālais rotācijas ātrums $\omega_{nom} = 157$ rad/s.

Gāzmotora iedarbināšanas laikā ($0 < t \leq 10$ s) uzdots konstants slodzes moments, nākošajā laika periodā ($10\text{s} < t \leq 30$ s) – determinēti mainīgs slodzes moments un modelēšanas beigu posmā ($30\text{s} < t \leq 50$ s) – stohastiski mainīgs slodzes moments.

Izmantojot PID – regulatoru ar atbilstoši iestatītiem un ar vadības objektu saskaņotiem parametriem, var iegūt augstu procesa vadības kvalitāti. Apskatītajā gadījumā, neatkarīgi no slodzes momenta izmaiņas rakstura, rotācijas ātruma novirze no uzdotā lieluma ir mazāka par ± 2%.

Regulatora izvēles un tā parametru iestatīšanas nosacījumi apskatīti 4.6.nodaļā.



4.12. att. **Koģenerācijas iekārtas gāzmotora rotācijas ātruma automātiskās stabilizācijas sistēmas ar PID–regulatoru pārejas procesa modelēšanas raksturlīkne ω=f(t)**

4.6. Regulatora izvēle statiskiem objektiem ar transportkavējumu

Vairāk kā 80% tehnoloģisko sistēmu dinamiskos procesus apraksta otrās un augstāku kārtu aperiodiskie posmi, kurus aproksimācijas ceļā var aizstāt ar pirmās kārtas aperiodiska posma un kavējumposma virknes slēgumu. Tas dod iespēju unificēt daudzu tehnoloģisko iekārtu darbības algoritmus un izstrādāt vienotus nosacījumus to vadības algoritmu izvēlei.

4.6.1. Vadības algoritma izvēles nosacījumi - Lernera diagramma

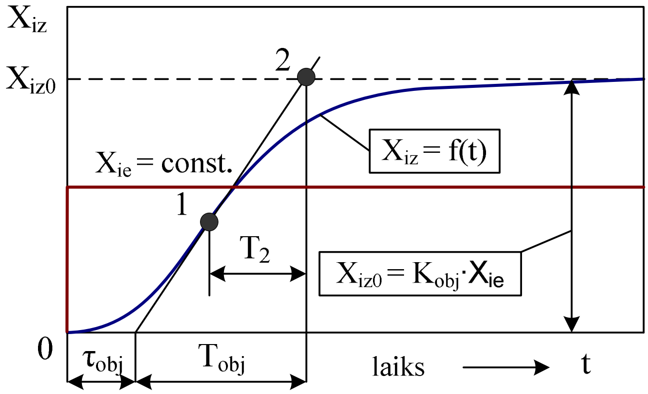
Apskatīsim tehnoloģisko objektu, piemēram, tvaika katlu, kā otrās kārtas aperiodisku posmu, kuru apraksta sekojoša pārvades funkcija:

$$W(s) = \frac{K_{obj}}{T_1^2 s^2 + T_2 s + 1}, \qquad (4.23)$$

kur K_{obj} – vadības objekta pārvades koeficients;

T_1un T_2 - vadības objekta laika konstantes, s.

Pieņemsim, ka vadības objekta pārejas procesa raksturlīkne X_{iz} = f(t) uzņemta eksperimentāli, padodot ieejā konstantu lēcienveida iedarbi X_{ie} = const. (4.13. att.).



4.13. att. **Otrās kārtas statiska tehnoloģiskā objekta pārejas procesa raksturlīknes:**
X_{ie} = f(t) un X_{iz} = f(t) ($t < 0$, $X_{ie} = 0$; $t \geq 0$; X_{ie} = const.)

Raksturlīknei X_{iz} = f(t) ir pārliekuma punkts 1. Lai grafoanalītiski noteiktu laika konstantes T_1 un T_2, velkam šajā punktā pieskari. Atzīmējam pieskares krustpunktu 2 ar ordināti X_{iz0}. Uz laika ass t atliekam trīs nogriežņus, kas apzīmēti ar τ_{obj}, T_{obj} un T_2. Pēdējā ir meklētā laika konstante T_2. Laika konstanti T_1 aprēķina pēc sekojošas formulas: $T_1 = \sqrt{\tau_{obj}(T_2 - \tau_{obj})}$.

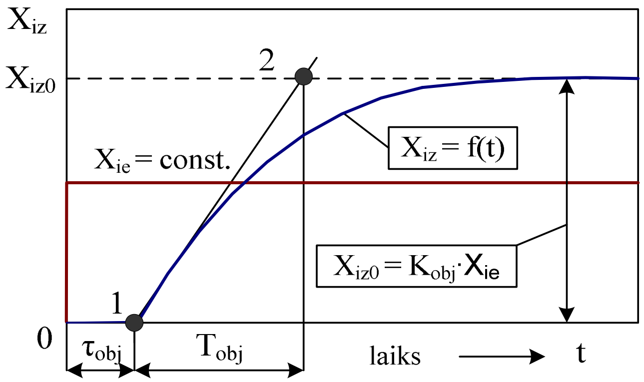
Iegūtās laika konstantes τ_{obj} un T_{obj} dod iespēju otrās kārtas aperiodisko posmu aproksimēt kā pirmās kārtas aperiodisku posmu ar transportkavējumu (4.14. att.).

Aproksimētā posma pārvades funkciju izsaka sekojoši:

$$W_{obj}(s) = \frac{K_{obj} \cdot e^{-s \cdot \tau_{obj}}}{T_{obj} \cdot s + 1}, \qquad (4.24)$$

kur τ_{obj} – vadības objekta transportkavējuma laiks, s;
T_{obj} – vadības objekta laika konstante, s.

Veiktā aproksimācija dod iespēju izmantot Lernera un Zīglera – Nikolsa kritējus, lai izvēlētos tehnoloģiskā objekta vadības kontrollera darbības algoritmu un optimāli iestatītu tā parametrus. Minētie kritēriji sastādīti tehnoloģiskajiem objektiem, kurus apraksta pirmās kārtas aperiodisks posms ar transportkavējumu. Transportkavējums sarežģī tehnoloģiskā procesa vadību. Jo lielāks objekta transporkavējuma laiks τ_{obj} attiecībā pret tā laika konstanti T_{obj}, jo lielākas problēmas rada procesa vadības kvalitātes nodrošināšana. Tāpēc lielākiem τ_{obj} jāizvēlas augstākas klases kontrolleris ar sarežģītāku vadības algoritmu (4.1. tab.).



4.14. att. **Aproksimētā pirmās kārtas aperiodiskā posma ar transportkavējumu pārejas procesa raksturlīkne:** $X_{iz} = f(t)$ ($t < 0$, $X_{ie} = 0$; $t \geq 0$; $X_{ie} = const.$)

4.1.tabula

Kontrolleru izvēles kritēriji statiskiem objektiem ar transportkavējumu

$\tau_{obj}/T_{obj} \leq 0{,}15$	Izmantojami diskrētās vadības kontrolleri ar divpozīciju algoritmu
$0.1 \leq \tau_{obj}/T_{obj} \leq 0.25$	Izmantojami analogās vadības kontrolleri ar PI vai PID algoritmu
$0.25 \leq \tau_{obj}/T_{obj} \leq 0.5$	Izmantojami diskrētās vadības kontrolleri ar impulsregulēšanas algoritmu

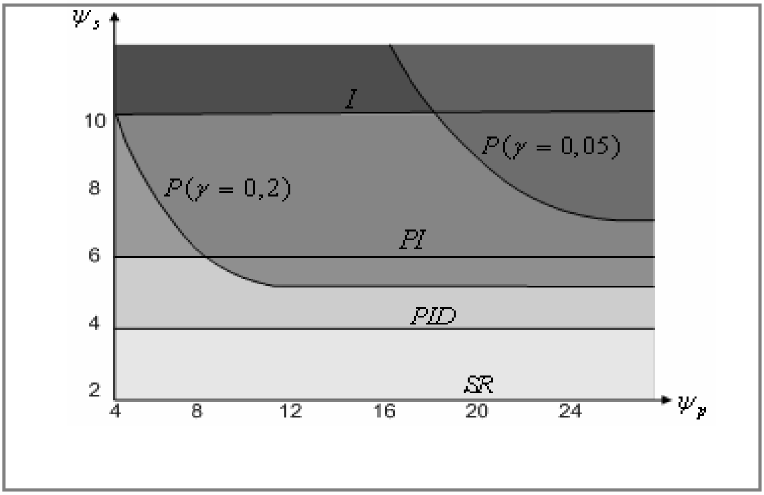
Kontrollera algoritma izvēle. Pirmās kārtas statiska objekta ar transportkavējumu vadības algoritma izvēlei var izmantot Lernera diagrammu (4.15. att.).

Uz diagrammas asīm atlikti relatīvie laiki. Uz vertikālo asi – laika konstantes attiecība pret transportkavējumu, uz horizontālo asi - pārejas procesa (regulēšanas) laika attiecība pret transportkavējumu. Horizontālās līnijas nodala vadības algoritmu pielietošanas apgabalus. P – regulatora pielietošanas apgabalu nosaka stabilizējamā tehnoloģiskā parametra statiskā lieluma X_{izs} pieļaujamā relatīvā novirze γ no uzdotā lieluma X_{iz0}, kur $\gamma = |(X_{iz0} - X_{izs})/X_{iz0}|$. Jo lielāks pieļaujamais γ, jo plašāks P – regulatora pielietošanas apgabals (4.15. att.). Automātiskās regulēšanas algoritmu izvēles rekomendācijas dotas 4.2. tabulā.

4.2. tabula

Regulēšanas algoritma izvēles nosacījumi

<table>
<tr><td colspan="2">$\psi_s = T_{obj} / \tau_{obj}$; $\psi_p = t_p / \tau_{obj}$, kur t_p – pārejas procesa laiks, s; T_{obj} – vadības objekta laika konstante, s; τ_{obj} - transportkavējuma laiks, s</td></tr>
<tr><td>$2 < \psi_s < 4$</td><td>Izvēlas impulsregulēšanas algoritmus</td></tr>
<tr><td>$4 < \psi_s < 6$</td><td>Ieteicama PID vadība</td></tr>
<tr><td>$6 < \psi_s < 10$</td><td>Var izvēlēties P, PI vai PID vadību</td></tr>
<tr><td>$\psi_s > 10$</td><td>Var izvēlēties divpozīciju regulēšanu</td></tr>
</table>



4.15. att. **Lernera diagramma statiska tehnoloģiskā objekta ar transportkavējumu vadības algoritma izvēlei**
(I – integrālais regulators; P – proporcionālais regulators; PI – proporcionāli integrālais regulators; PID – proporcionāli integrālais diferenciālais regulators; SR – speciālais impulsregulators)

4.6.2. Vadības algoritma parametru iestatīšanas nosacījumi

20. gs. 40-tajos gados Cīglers un Nikolss izstrādāja kritērijus analogo regulatoru parametru optimālai iestatīšanai, kas galvenokārt bija paredzēti statisku tehnoloģisko objektu ar transportkavējumu vadības realizācijai. Kritēriju pamatā ir vadības objekta reakcija uz regulējošo iedarbi vai perturbāciju, kas vispārīgi tiek izteikta procentuāli attiecībā pret maksimālo vērtību.

Pamatojoties uz praksē pārbaudītiem kritērijiem, sastādītas matemātiskas izteiksmes (4.3. tab.), kas dod iespēju aprēķināt dažāda tipa analogo regulatoru ar proporcionālo (P), integrālo (I), proporcionāli integrālo (PI) un proporcionāli integrālo diferenciālo (PID) vadības algoritmu optimālos parametru iestatījumus atkarībā no automātiskās vadības objekta parametriem: statiskā pārvades koeficienta K_{obj}, transportkavējuma laika τ_{obj} un laika konstantes T_{obj}.

Vispirms pēc Lernera diagrammas izvēlas vadības algoritmu. Pēc tam izvēlas pārejas procesa veidu - aperiodisku; ar maksimālo pārregulējumu, kas nepārsniedz 20% vai pēc minimālā integrālā kvalitātes kritērija I_{min}, kur ε (t) ir regulēšanas dinamiskā relatīvā kļūda. Pēc tam veic regulatora parametru iestatījumu aprēķinu.

Augstāku kārtu inerciāliem statiskiem objektiem kā optimālu parasti izvēlas pārejas procesu ar vienu pārregulējumu, kurš mazāks par 20%. Ja pārregulējums nepārsniedz 10%, tad pārejas procesa kvalitāte ir atbilstoša kā no stabilitātes, tā ātrdarbības viedokļa.

Ņemot vērā to, ka tehnoloģiskā objekta modelis nav ideāls, arī aprēķinātie vadības algoritma iestatījumi nebūs optimāli. Tādēļ sistēmas modelēšanas procesā tie ir vairākkārt jāprecizē, vadoties pēc pārejas procesa kvalitātes rādītājiem.

4.3. tabula

Vadības algoritma parametru iestatīšanas kritēriji un aprēķina formulas

Regulatora tips	Pārejas procesa veids		
	aperiodisks	ar 20% pārregulējumu	ar minimālu integrālo kritēriju $I_{\min}=\int_0^\infty \varepsilon^2(t)dt$
P	$K_p=\dfrac{0.3\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$	$K_p=\dfrac{0.7\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$	$K_p=\dfrac{0.9\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$
I	$k_i=\dfrac{1}{4.5K_{obj}T_{obj}}$	$k_i=\dfrac{1}{1.7K_{obj}T_{obj}}$	$k_i=\dfrac{1}{1.7K_{obj}T_{obj}}$
PI	$K_p=\dfrac{0.6\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$, $T_{iz}=0.6T_{obj}$	$K_p=\dfrac{0.7\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$, $T_{iz}=0.7T_{obj}$	$K_p=\dfrac{1\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}, T_{iz}=T_{obj}$
PID	$K_p=\dfrac{0.95\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$, $T_{iz}=2.4\tau,\ T_a=0.4\tau$	$K_p=\dfrac{1.2\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$, $T_{iz}=2\tau,\ T_a=0.4\tau$	$K_p=\dfrac{1.4\cdot T_{obj}}{K_{obj}\tau_{obj}}$, $T_{iz}=1.3\tau,\ T_a=0.5\tau$

5. Automātiskās vadības sistēmu stabilitāte un darbības kvalitāte

Automātiskās vadības sistēmas labumu raksturo divas kategorijas: **stabilitāte** un darbības **kvalitāte**.

AVS dinamiskās analīzes pirmais uzdevums ir sistēmas novērtēšana no stabilitātes viedokļa. Ja pārejas procesa beigās sistēma ieņem sākuma līdzsvara stāvokli, tad tā ir stabila. Turpretī, ja pārejas process izraisa sistēmas nepārtrauktu attālināšanos no stacionārā sākuma stāvokļa, tad tā ir nestabila. Nestabila sistēma nav praktiski izmantojama.

Projektējot (sintezējot) jaunu AVS, vispirms nodrošina tās stabilitāti, t.i., izvēlas atbilstošu sistēmas struktūru un tās komponentu parametrus, pamatojoties uz noteiktiem stabilitātes kritērijiem. Pēc tam risina AVS optimizāciju, kuras mērķis – nodrošināt nepieciešamo uzdoto sistēmas pārejas procesa kvalitāti.

Turpmāk galvenokārt apskatīsim AVS stabilitātes un darbības kvalitātes analīzi, galvenos stabilitātes un kvalitātes novērtēšanas kritērijus un kvalitātes rādītāju uzlabošanas iespējas.

5.1. AVS brīvās kustības vienādojums un stabilitātes modeļi

Automātiskās vadības sistēma ir stabila, ja tā spēj galīgā laika intervālā atgriezties sākuma līdzsvara stāvoklī pēc tam, kad perturbācija, kas to izvirzīja no šī stāvokļa, beigusi darboties.

Vispārīgi jebkuras AVS pārejas procesa raksturlīkne $X_{iz}(t)$ sastāv no divām komponentēm – uzspiestās komponentes $X_{iz_u}(t)$ un brīvās komponentes $X_{iz_{br}}(t)$, kur $X_{iz}(t) = X_{iz_u}(t) + X_{iz_{br}}(t)$.

Linearizētām AVS, kas sastāv no lineārām un linearizētām komponentēm (sk. 2.nodaļu), pārejas procesa raksturs maz atkarīgs no perturbācijas lieluma. Tāpēc par šādu sistēmu stabilitāti var spriest pēc to brīvās kustības. Ja mainīgā perturbācija, kas izjauc sistēmas līdzsvara stāvokli, pēc tam tiek ātri noņemta, tad sistēmas kustību nosaka tikai brīvā komponente: $X_{iz_u}(t)=0 \; un \; X_{iz}(t)=X_{iz_{br}}(t)$. Pamatojoties uz šo nosacījumu, linearizētas slēgtas AVS ar negatīvu atgriezenisko saiti brīvās kustības pētīšanai var izmantot tās raksturīgo vienādojumu:

$$D(s) = a_o s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + ... + a_{n-1} s + a_n = 0, \qquad (5.1)$$

kur a_0, a_1, a_2,..., a_{n-1}– konstanti koeficienti ar laika dimensiju; a_n – nenosaukts konstants koeficients; s – Laplasa arguments ar apgriezta laika dimensiju;

n – sistēmas raksturīgā vienādojuma kārta.

Reāla AVS parasti satur kādu nelineāru posmu. Determinētas AVS nelineārais posms tiek linearizēts un tā darbību apskata ierobežotā apgabalā. Tad saka, ka dotā sistēma realizē procesa vadību „mazumā”.

Adaptīva AVS var nodrošināt nelineāra procesa vadību visā tā parametru izmaiņas apgabalā. Tad saka, ka dotā sistēma realizē procesa vadību „lielumā”.

Stabilas AVS modelis parādīts 5.1.a. attēlā. Tas sastāv no piltuvveidīga trauka ar stāvām gludām malām, kurā ievietota metāla lodīte. Stacionārā līdzsvara stāvoklī lodīte atrodas pozīcijā 0`- 0. Pieliekot lodītei īslaicīgu spēka impulsu F_i, kas darbojas kā perturbācija, tā novirzās no līdzsvara stāvokļa ar maksimālo amplitūdu A_{max}. Neatkarīgi no perturbācijas lieluma lodīte cenšas atgriezties līdzsvara stāvoklī smaguma spēka iespaidā. Taču šī atgriešanās var notikt dažādi atkarībā no inerces spēku un pretestības spēku samēra.

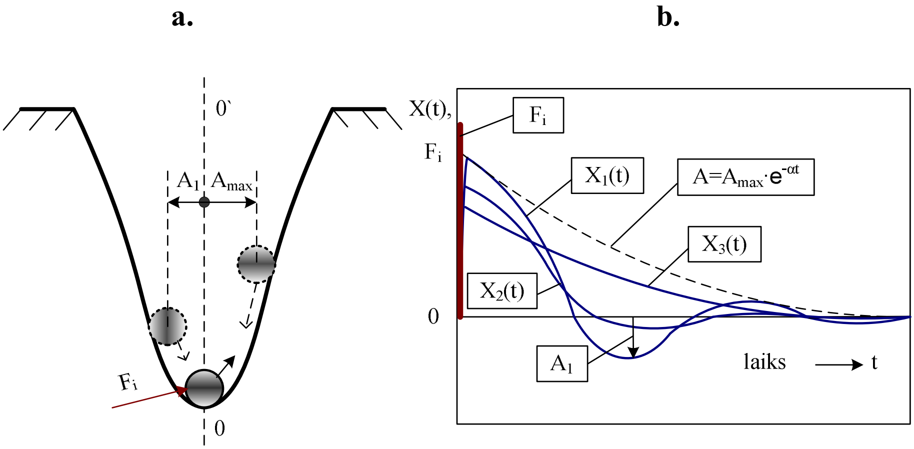
Pieņemsim, ka traukā atrodas gaiss. Tad lodītes inerces spēki ir ievērojamā pārsvarā pār vides pretestības spēkiem. Inerces spēku iespaidā lodītes pārejas process ir svārstīgs ar rimstošu amplitūdu (raksturlīkne $X_1(t)$, 5.1.b. att.). Pārejas procesa beigās lodīte ieņem stacionāro sākuma stāvokli (0` - 0). Svārstību amplitūda norimst pēc eksponenciālas sakarības $A = A_{max} \cdot e^{-\alpha t}$, kur α– svārstību rimšanas koeficients, s^{-1}.

Ieliesim traukā mazas viskozitātes šķidrumu, piemēram, spirtu vai ūdeni. Tad lodītes inerces spēki būs samērojami ar vides pretestības spēkiem. Pieliekot lodītei tādu pašu spēka impulsu, kā iepriekšējā gadījumā, tās maksimālās novirzes no līdzsvara stāvokļa amplitūda būs mazāka un pārejas process noritēs lēnāk. Taču, salīdzinājumā ar iepriekšējo gadījumu, lodīte ātrāk atgriezīsies līdzsvara stāvoklī 0`- 0, jo būtiski samazināsies procesa svārstīgums. Pārejas process ar vienu pārregulējumu (raksturlīkne $X_2(t)$, 5.1.b. att.) bieži vien tiek pieņemts kā optimāls no kvalitātes viedokļa, jo tajā ir sabalansēta sistēmas ātrdarbība ar dinamisko precizitāti.

Ja pārejas process ir rimstoši svārstīgs ar vienu vai vairākiem pārregulējumiem, tad AVS raksturīgā vienādojuma (5.1) saknes ir kompleksas $\left(s_i = -\alpha_i \pm j\omega_i\right)$, kur i = 1...n – saknes kārtas skaitlis; α_i – svārstību rimšanas koeficienti, s^{-1}; ω_i – svārstību leņķiskās frekvences, s^{-1}. Tad raksturīgā vienādojuma (5.1) atrisinājumu, kas apraksta sistēmas pārejas procesu, iegūstam sekojošā formā:

$$X_{iz}(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \, e^{-\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i), \tag{5.2}$$

kur A_i – i-tās komponentes amplitūda; φ_i - sākuma fāze, rad.



5.1. att. **Stabila sistēma: a – modelis; b - pārejas procesa raksturlīknes**
(F_i – spēka impulss, $X_1(t)$ – rimstošs svārstīgs pārejas process, $X_2(t)$ – pārejas process ar vienu pārregulējumu, $X_3(t)$ – monotons aperiodisks pārejas process)

Ja $\alpha_i \ll \omega_i$, tad pārejas process ir izteikti svārstīgs (raksturlīkne $X_1(t)$). Ja $\alpha_i \approx \omega_i$, tad pārejas process ir tuvs aperiodiskam (raksturlīkne $X_2(t)$). Jāatzīmē, ka visu komplekso sakņu **reālās daļas** (svārstību rimšanas koeficienti) **ir negatīvi skaitļi**.

Apskatīsim trešo gadījumu, proti, ieliesim traukā (5.1.a. att.) lielas viskozitātes šķidrumu, piemēram, eļļu. Tad vides pretestības spēki būs pārsvarā pār lodītes inerces spēkiem. Pieliekot lodītei tādu pašu spēka impulsu, kā iepriekšējā gadījumā, tās maksimālās novirzes no līdzsvara stāvokļa amplitūda būs vēl mazāka un pārejas process noritēs vēl lēnāk. Taču, salīdzinājumā ar iepriekšējo gadījumu, lodīte atgriezīsies līdzsvara stāvoklī (0`-0) monotoni (aperiodiski) bez pārregulējuma (raksturlīkne $X_3(t)$, 5.1.b. att.). Kaut gan pārejas process notiek bez pārregulējuma, tomēr tas ir kļuvis ievērojami lēnāks. Tā kā sistēmas ātrdarbība ir viens no tās kvalitātes kritērijiem, tad aperiodisku pārejas procesu izvēlas reti.

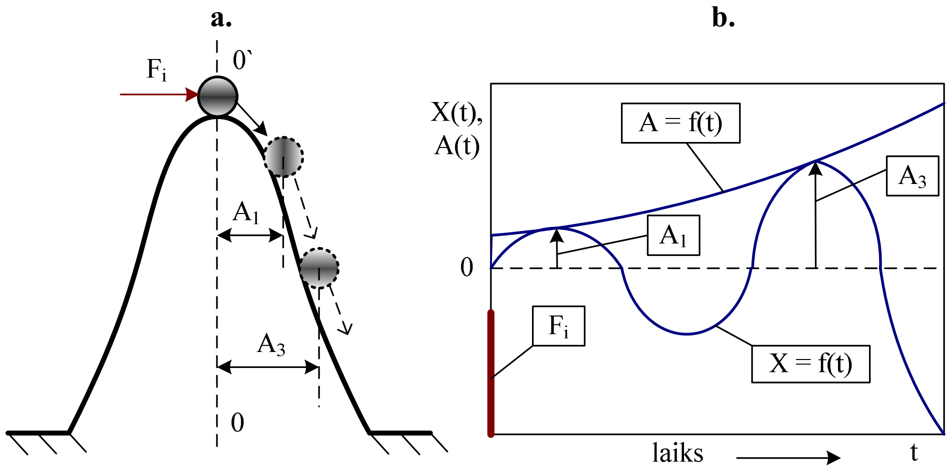
Ja pārejas process ir aperiodisks, tad AVS raksturīgā vienādojuma (5.1) saknes ir reāli negatīvi skaitļi $(s_i = -\alpha_i)$, kur α_i – AVS izejas lieluma $X_{iz}(t)$ novirzes no līdzsvara stāvokļa (0`- 0) rimšanas koeficienti, s^{-1}.

Raksturīgā vienādojuma (5.1) atrisinājumu, kas apraksta sistēmas pārejas procesu, iegūstam sekojošā formā:

$$X_{iz}(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \, e^{-\alpha_i t} \, . \tag{5.3}$$

Pamatojoties uz iepriekš veikto analīzi, formulēsim vienu no AVS stabilitātes pamatnosacījumiem: **AVS ir stabila, ja tās raksturīgā vienādojuma visas reālās saknes un visu komplekso sakņu reālās daļas ir negatīvi skaitļi**.

Nestabilas sistēmas modelis parādīts 5.2.a. attēlā. Pieliekot lodītei spēka impulsu F_i, tā novirzās no līdzsvara stāvokļa (0\` - 0) un, ripojot pa slīpo virsmu, arvien vairāk attālinās no tā. Lodītes atgriešanās līdzsvara stāvoklī nav iespējama. Pieaugošās novirzes amplitūdas izmaiņu laikā vispārīgi attēlo raksturlīkne A = f(t) (5.2.b. att.).



5.2. att. **Nestabila sistēma: a – modelis; b - pārejas procesa raksturlīknes**
(X = f (t) – nerimstošs svārstīgs pārejas process ar augošu amplitūdu, A = f(t)– regulējamā lieluma augošās novirzes no līdzsvara stāvokļa amplitūda)

Reālās sistēmās šāds režīms ir maz varbūtisks. Tas var rasties vienīgi avārijas gadījumos. Kā piemēru var minēt AVS, kuras izpildiekārtā izmantots līdzstrāvas elektrodzinējs ar paralēlo ierosmi. Ja sistēmas darbības laikā kaut kādu iemeslu dēļ pārtrūkst ierosmes ķēde, elektrodzinējs var sākt joņot, jo nekontrolēti pieaug tā rotācijas ātrums. Taču tas iespējams vienīgi tad, ja elektrodzinējs darbojas tukšgaitā. Noslogots elektrodzinējs nosprūdīs un nekāda tā ierosināšanās nenotiks.

Modelējot augstākas kārtas AVS, kuras parametri izvēlēti nestabilitātes apgabalā, iegūst svārstīgu pārejas procesa raksturlīkni X = f(t) ar augošu amplitūdu (5.2.b. att.).

Ja pārejas process ir nerimstoši svārstīgs ar augošu amplitūdu, tad AVS raksturīgā vienādojuma (5.1) saknes ir kompleksas $\left(s_i = \pm\alpha_i \pm j\omega_i\right)$ un vismaz vienas saknes reālā daļa ir pozitīvs skaitlis. Pieņemsim, ka sakne $s_1 = \alpha_1 + j\omega_1$. Tad atbilstošo sistēmas pārejas procesa raksturlīknes komponenti $X_1(t)$ iegūsim sekojošā formā:

$$X_1(t) = A_1 \cdot e^{\alpha_1 \cdot t} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1), \tag{5.4}$$

kur A_1 – sākuma amplitūda; ω_1 – leņķiskā frekvence, s^{-1}; φ_1- sākuma fāze, rad.

Tā kā α_1 ir pozitīvs skaitlis, tad, augot laikam, svārstību amplitūda aperiodiski palielinās:

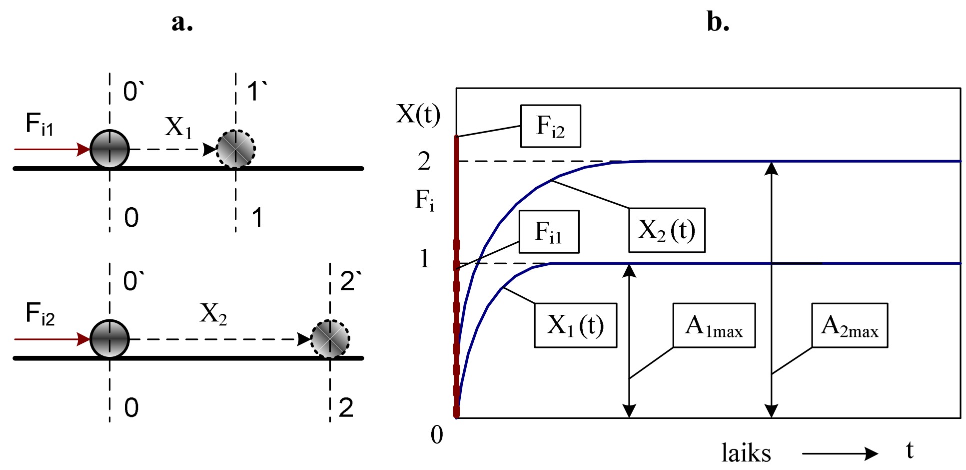
$$A_1(t) = A_1 \cdot e^{\alpha_1 \cdot t}. \tag{5.5}$$

Neskatoties uz to, ka raksturīgā vienādojuma visas pārējās komponentes ir rimstošas, galīgo pārejas procesu nosaka augošā komponente $X_1(t)$.

Rezumējot veikto analīzi, varam formulēt AVS nestabilitātes nosacījumus. **Ja kaut viena AVS raksturīgā vienādojuma reālā sakne, vai kompleksās saknes reālā daļa ir pozitīvs skaitlis, tad sistēma ir nestabila un jebkuras perturbācijas iespaidā tā attālinās no uzdotā līdzsvara stāvokļa.**

Ja lodīti novieto uz horizontālas virsmas stāvoklī (0\`-0), kam atbilst uzdotais līdzsvara stāvoklis, un uz to iedarbojas ar spēka impulsu $F_{i1}$, tad notiek pārejas process un lodīte ieņem jaunu līdzsvara stāvokli (1\`-1). Šāds modelis apraksta indiferentu sistēmu (5.3. att.). Ja sākuma stāvoklī (0\`-0) uz lodīti iedarbosies ar lielāku spēka impulsu $F_{i2}$, tad lodītes novirzes amplitūda būs lielāka ($A_{2max} > A_{1max}$) un tā ieņems citu līdzsvara stāvokli (2\`-2). Tātad indiferentas sistēmas līdzsvara stāvokli nosaka perturbācijas lielums.

Ar indiferentas sistēmas modeli definē AVS, kas atrodas uz stabilitātes robežas. Mainot sistēmas parametrus, resp., ieliecot horizontālo virsmu uz leju vai izliecot uz augšu, iegūstam stabilas vai nestabilas sistēmas modeļus.



5.3. att. **Indiferenta sistēma: a – modelis; b - pārejas procesa raksturlīknes**
(X_1 (t) – pāreja jaunā līdzsvara stāvoklī „1” , pieliekot spēka impulsu F_{i1}; X_2 (t) – pāreja jaunā līdzsvara stāvoklī „2” , pieliekot spēka impulsu F_{i2} , kur $F_{i2} > F_{i1}$)

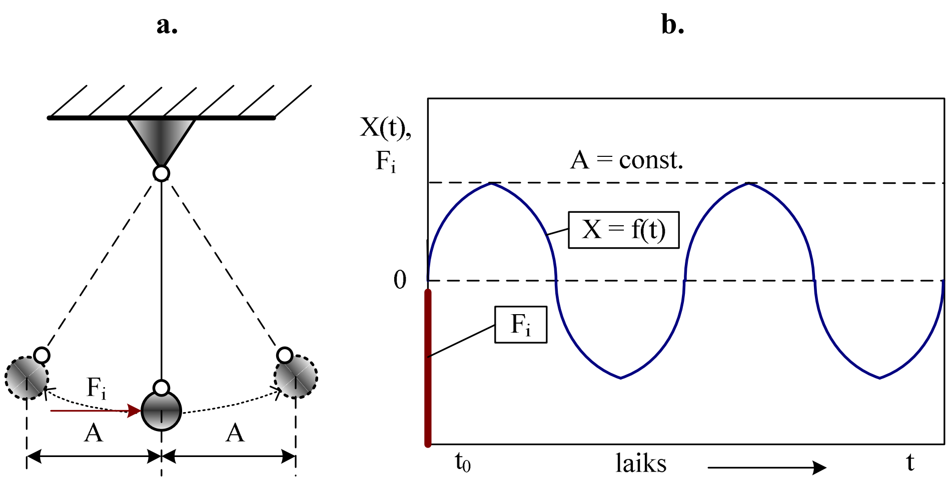
Reālas AVS stabilitātes robežu atbilstošāk un precīzāk definē svārstīgs modelis, piemēram, idealizēts mehāniskais svārsts, kura inerces spēki ir ievērojamā pārsvarā pār pretestības spēkiem (5.4.a. att.). Iedarbojoties ar spēka impulsu F_i, tiek ierosinātas nerimstošas sinusoidālas svārstības ($X=A \sin \omega t$) ar konstantu amplitūdu ($A = const.$) (5.4.b. att.).

Ja pārejas process ir nerimstoši svārstīgs ar konstantu amplitūdu, tad svārstību rimšanas koeficients $\alpha = 0$ un AVS raksturīgā vienādojuma (5.1) saknes ir imagināras $\left(s_i = \pm\, j\omega_i\right)$. Līdz ar to raksturīgā vienādojuma (5.1) atrisinājumu, kas apraksta sistēmas pārejas procesu, iegūstam sekojošā formā:

$$X_{iz}(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot \sin\left(\omega_i\, t\right), \qquad (5.6)$$

kur A_i – i-tās komponentes amplitūda; ω_i – i-tās komponentes leņķiskā frekvence, s^{-1}.

Var definēt sekojošus AVS stabilitātes robežnosacījumus. **Sistēma atrodas uz stabilitātes robežas, ja tās raksturīgā vienādojuma saknes ir imagināri skaitļi.**



5.4. att. **Sistēma uz stabilitātes robežas:**
a – mehāniskā svārsta modelis; b – nerimstoši svārstīgs pārejas process X = f(t) ar konstantu svārstību amplitūdu A = const.

Projektējot automātiskās vadības sistēmas, to parametrus izvēlas stabilitātes apgabalā un pietiekami tālu no stabilitātes robežas, lai nodrošinātu nepieciešamo stabilitātes rezervi gadījumos, kad perturbācijas sasniedz kritiskus lielumus un sistēma var kļūt nestabila vai tās darbības kvalitāte neapmierina minimālās prasības.

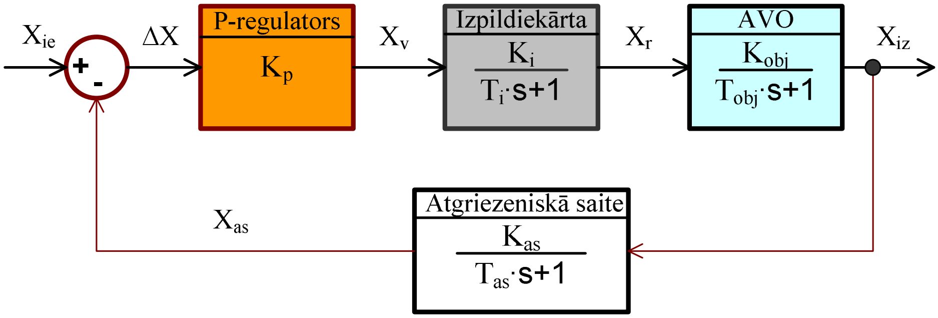
5.2. AVS pārvades funkcija un raksturīgais vienādojums

Kā piemēru apskatīsim lineāru AVS ar inerciālu negatīvu atgriezenisko saiti, kas sastāv no proporcionālā regulatora ar pārvades koeficientu K_p, inerciālas izpild-iekārtas ar pārvades koeficientu K_i un laika konstanti T_i, statiska automātiskās vadības objekta (AVO) ar pārvades koeficientu K_{obj} un laika konstanti T_{obj}. Atgriezeniskajā saitē slēgts inerciāls mērīšanas pārveidotājs ar pārvades koeficientu K_{as} un laika konstanti T_{as} (5.5. att.). Diferenciālā ieejas shēma formē novirzes signālu $\Delta X = X_{ie} - X_{as}$.

Sastādīsim vaļējas sistēmas pārvades funkciju W(s). Šai nolūkā pārtraucam atgriezenisko saiti. Tad iegūstam vaļēju sistēmu, kas sastāv no trim virknē slēgtiem blokiem: P – regulatora, izpildiekārtas un AVO. Izmantojot AVS posmu virknes slēguma īpašības, sastādām vaļējas sistēmas pārvades funkciju:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{\Delta X(s)} = \frac{K_p \cdot K_i \cdot K_{obj}}{(T_i \cdot s + 1)(T_{obj} \cdot s + 1)} = \frac{K}{(T_i \cdot s + 1)(T_{obj} \cdot s + 1)}, \qquad (5.7)$$

kur $K = K_p \cdot K_i \cdot K_{obj}$ – vaļējas sistēmas pārvades koeficients.



5.5. att. **Lineāras AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti algoritmiskā blokshēma**

Sastādīsim slēgtas sistēmas pārvades funkciju Φ(s). Šai nolūkā atjaunojam atgriezenisko saiti. Tad iegūstam slēgtu sistēmu, kas sastāv no trim virknē slēgtiem blokiem (P – regulatora, izpildiekārtas, AVO) un atgriezeniskās saites bloka. Izmantojot atgriezeniskās saites slēguma īpašības, sastādām slēgtas sistēmas pārvades funkciju:

$$\Phi(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{W(s)}{1 + W(s)\cdot W_{as}(s)} = \frac{1}{\dfrac{1}{W(s)} + W_{as}(s)}, \tag{5.8}$$

kur $W_{as}(s) = K_{as}/(T_{as}\cdot s+1)$ – atgriezeniskās saites pārvades funkcija.
Uzrakstīsim izteiksmi (5.8) izvērstā veidā:

$$\Phi(s) = \frac{1}{\dfrac{(T_i\cdot s+1)(T_{obj}\cdot s+1)}{K} + \dfrac{K_{as}}{T_{as}+1}} = \frac{K(T_{as}\cdot s+1)}{(T_i\cdot s+1)(T_{obj}\cdot s+1)(T_{as}\cdot s+1) + K_{as}\cdot K}. \tag{5.9}$$

Izdarot matemātiskus pārveidojumus un ievedot jaunus apzīmējumus, iegūstam sekojošu izteiksmi:

$$\Phi(s) = \frac{b_0\cdot s + b_1}{a_0\cdot s^3 + a_1\cdot s^2 + a_2\cdot s + a_3} = \frac{Q(s)}{D(s)}, \tag{5.10}$$

kur $Q(s) = b_0\cdot s + b_1$ – slēgtas sistēmas iedarbes operators;
$D(s) = a_0\cdot s^3 + a_1\cdot s^2 + a_2\cdot s + a_3$ - slēgtas sistēmas pašoperators;
$b_0 = K\cdot T_{as}$, $b_1 = K$, $a_0 = T_i\cdot T_{obj}\cdot T_{as}$, $a_1 = T_i\cdot T_{obj} + T_i\cdot T_{as} + T_{obj}\cdot T_{as}$,
$a_2 = T_i + T_{obj} + T_{as}$, $a_3 = 1 + K_{as}\cdot K$ – konstanti koeficienti.

Pielīdzinot nullei iedarbes operatoru Q(s), iegūst vienādojumu, kura saknes sauc par „nullēm”. Dotajai sistēmai ir viena „nulle” ($b_0\cdot s + b_1 = 0$, $s_0 = - b_1/ b_0 = - 1/T_{as}$).

Pielīdzinot nullei slēgtas sistēmas pašoperatoru D(s), iegūst tās raksturīgo vienādojumu, kura saknes sauc par „poliem”. Dotajai sistēmai ir trīs „poli”- s_1, s_2 un s_3, kurus iegūst atrisinot algebrisku vienādojumu: $a_0\cdot s^3 + a_1\cdot s^2 + a_2\cdot s + a_3 = 0$.

Veiktā analīze ļauj izdarīt secinājumu, ka aptverot otrās kārtas vaļēju AVS ar negatīvu inerciālu atgriezenisko saiti iegūst trešās kārtas slēgtu AVS. Tātad inerciāla atgriezeniskā saite izmaina slēgtas AVS dinamiskās īpašības.

5.3. AVS algebriskie stabilitātes un kvalitātes kritēriji

Analizējot AVS stabilitātes modeļus (5.1. nodaļa) noskaidrojām, ka lineāras sistēmas stabilitāti nosaka tās raksturīgā vienādojuma saknes (poli). Pamatojoties uz iegūtajiem rezultātiem, formulējām sekojošu stabilitātes nosacījumu: **AVS ir stabila, ja tās raksturīgā vienādojuma visas reālās saknes un komplekso sakņu reālās daļas ir negatīvi skaitļi.**

Augstāku kārtu AVS raksturīgais vienādojums parasti satur kompleksas saknes. Tad AVS stabilitāti var novērtēt pēc tās raksturīgā vienādojuma sakņu izvietojuma kompleksajā plaknē, ko sauc arī par s-plakni.

Turpmāk, kā pirmo, apskatīsim AVS stabilitātes algebrisko kritēriju, kas balstās uz raksturīgā vienādojuma sakņu (polu) izvietojumu s-plaknē.

Lai izmantotu AVS polu izvietojuma s-plaknē kritēriju, nepieciešams atrisināt sistēmas raksturīgo vienādojumu. Vācu matemātiķis Rauss un šveiciešu matemātiķis Hurvics, neatkarīgi viens no otra, 19. gs. beigās izveda AVS stabilitātes kritērijus, kas neprasa sistēmas raksturīgā vienādojuma atrisināšanu. Tie pamatojas uz algebrisku determinantu analīzi, kuri tiek sastādīti no sistēmas pašoperatora koeficientiem, izmantojot formālus algoritmus.

Turpmāk, kā otro, apskatīsim AVS stabilitātes algebrisko kritēriju, kas balstās uz Hurvica determinanta analīzi.

5.3.1. AVS polu izvietojuma s-plaknē kritēriji

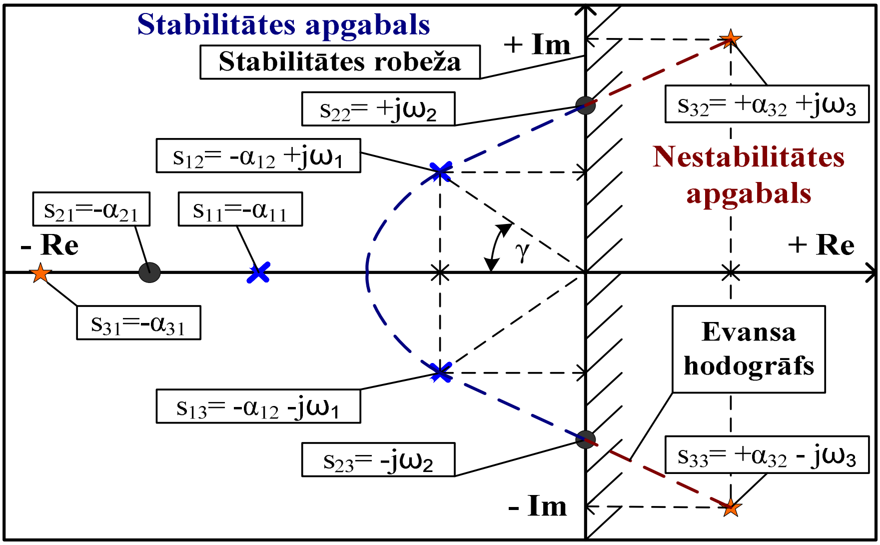
Apskatīsim trešās kārtas slēgtu AVS, kuras brīvo kustību apraksta raksturīgais vienādojums: $a_0 \cdot s^3 + a_1 \cdot s^2 + a_2 \cdot s + a_3 = 0$, kur a_0, $a_1$un a_2 – konstanti koeficienti; $a_3 = 1+K_{as} \cdot K$ – brīvais loceklis, kurš mainās atkarībā no vaļējas AVS pārvades koeficienta K. Vispārīgi trešās kārtas raksturīgajam vienādojumam ir viena reāla sakne un divas kompleksi saistītas saknes. Analizēsim trīs variantus pie dažādām koeficienta K vērtībām.

1. Ja $K = K_1$, AVS ir stabila. Tad raksturīgā vienādojuma reālā sakne un komplekso sakņu reālā daļa ir **negatīvi** skaitļi: $\mathbf{s_{11} = -\alpha_{11}; s_{12} = -\alpha_{12} + j\,\omega_1; s_{13} = -\alpha_{12} - j\,\omega_1}$, kur α_{11}, α_{12} – rimšanas koeficienti, s^{-1}; ω_1- svārstību leņķiskā frekvence, s^{-1}.
2. Ja $K = K_2 = K_{kr} > K_1$ (K_{kr} – kritiskā vērtība), AVS ir uz stabilitātes robežas. Tad raksturīgais vienādojums satur **imagināras** saknes: $\mathbf{s_{21} = -\alpha_{21}; s_{22} = +j\,\omega_2; s_{23} = -j\,\omega_2}$. Sistēmā rodas nerimstošas svārstības.
3. Ja $K = K_3 > K_{kr}$, AVS ir nestabila. Tad raksturīgā vienādojuma komplekso sakņu reālā daļa ir **pozitīvs** skaitlis: $\mathbf{s_{31} = -\alpha_{31}; s_{32} = +\alpha_{32} + j\,\omega_3; s_{33} = +\alpha_{32} - j\,\omega_3}$. Sistēmā rodas svārstības ar augošu amplitūdu.

Attēlosim iegūtās saknes kompleksajā s-plaknē. Uz imaginārās ass (Im) atliekam sakņu imaginārās komponentes, uz reālās ass (Re) – reālās komponentes (5.6.att.). Formulēsim AVS stabilitātes nosacījumus atkarībā no raksturīgā vienādojuma sakņu (sistēmas polu) izvietojuma kompleksajā s-plaknē.

Slēgta AVS ir stabila, ja tās poli izvietojas kompleksās s-plaknes kreisajā pusplaknē.

Ja kaut viens pols izvietojas uz imaginārās ass - AVS atrodas uz stabilitātes robežas, ja pa labi no imaginārās ass – AVS ir nestabila.



5.6. att. **Stabilas (✗), uz stabilitātes robežas (●) un nestabilas (★) trešās kārtas AVS polu izvietojums kompleksajā s-plaknē**

Mainot kādu AVS parametru, piemēram, pārvades koeficientu K, kas iespaido sistēmas stabilitāti un darbības kvalitāti, iegūst polu saimi, kas attēlojas kompleksajā s-plaknē. Savienojot AVS polus, iegūstam trajektoriju, ko sauc par sakņu (Evansa) hodogrāfu. Hodogrāfs attēlo sakarību: $s_i = f(K_i)$, kur K_i – mainīgais AVS pārvades koeficients; s_i – tam atbilstošā raksturīgā vienādojuma sakne (pols), kas atrodas vistuvāk stabilitātes robežai un nosaka sistēmas pārejas procesa raksturu un stabilitāti (5.6. att.).

Evanss izstrādāja grafoanalītisku metodi, kas deva iespēju uzskatāmā veidā pētīt AVS stabilitāti un darbības kvalitāti, kā arī aprēķināt korekcijas iekārtas AVS darbības kvalitātes uzlabošanai, izmantojot sakņu hodogrāfu.

Metode pamatojas uz AVS pārvades funkciju izmantošanu. Apskatot vaļējas un slēgtas AVS pārvades funkcijas un raksturīgos vienādojumus, var atrast sakarības starp sistēmas nullēm un poliem pie dažādām kāda sistēmas parametra vērtībām.

Neiedziļinoties metodes būtībā, kas prasa padziļinātas zināšanas automātiskās vadības teorijā, apskatīsim tās izmantošanas piemēru. Noteiksim dažus trešās kārtas AVS stabilitātes un darbības kvalitātes kvantitatīvos rādītājus stabilai sistēmai.

Stabilas AVS ar pārvades koeficientu $K = K_1$ (5.6. att.) **stabilitātes pakāpi** $\boldsymbol{\eta}$ raksturo attālums no imaginārās ass **Im** līdz tuvākajai saknei, kas dotajā gadījumā ir komplekso sakņu pāris: $\mathbf{s_{12} = -\alpha_{12} + j\ \omega_1;\ s_{13} = -\alpha_{12} - j\ \omega_1}$. Tā kā Im asij tuvākais ir komplekso sakņu pāris, tad stabilitātes pakāpe ir svārstīga.

Tātad $\boldsymbol{\eta = \alpha_{12}}$ **,** kur α_{12} **-** svārstību rimšanas koeficients, s^{-1}. Jo lielāks $\boldsymbol{\alpha_{12}}$ salīdzinājumā ar svārstību leņķisko frekvenci $\boldsymbol{\omega_1}$**,** jo augstāka AVS stabilitāte.

Trešās kārtas AVS polu izvietojums s-plaknē dod iespēju aptuveni novērtēt arī galvenos kvalitātes rādītājus: svārstīgumu – **m**; svārstību rimšanas pakāpi – $\boldsymbol{\psi}$; svārstību periodu – **T**; maksimālo pārregulējumu – $\boldsymbol{\sigma_{max}}$; pārejas procesa laiku – $\mathbf{t_p}$.

Novērtējumu iegūst pietiekami precīzu pie nosacījuma, ja reālā sakne ir ievērojami lielāka par komplekso sakņu reālo daļu pēc absolūtās vērtības $|\boldsymbol{\alpha_{11}}| \gg |\boldsymbol{\alpha_{12}}|$**,** jo tad aperiodiskā komponente strauji norimst un AVS pārejas procesu nosaka tikai svārstīgā komponente.

1. **Svārstīgums:** $m = tg\gamma = \omega_1 / \alpha_{12}$ - mainīgā izejas lieluma $X_{iz}(t)$ pāreju skaits pār stacionāro līdzsvara stāvokli līdz ieiešanai 5 % stabilizācijas zonā .
2. **Svārstību rimšanas pakāpe:** $\psi = ctg\gamma = 1/m = \alpha_{12} / \omega_1$ - raksturo svārstību amplitūdas ($A = A_{max} \cdot e^{-\alpha 12t}$) rimšanas ātrumu (pie nulles sākuma nosacījumiem $A_{max} = X_{izs}$, kur X_{izs} – regulējamā parametra nostabilizējusies beigu vērtība).
3. **Svārstību periods:** $T = 2\pi / \omega_1$ - izsaka vienas pilnas svārstības vidējo laiku, s.
4. **Maksimālais pārregulējums:** $\sigma_{\max} = A_1 / X_{izs} \cdot 100\% \approx e^{-\frac{\pi \cdot \alpha_{12}}{\omega_1}} \cdot 100\%$ - pirmā pārregulējuma amplitūdas A_1 attiecība pret regulējamā izejas parametra nostabilizējušos statisko lielumu X_{izs}.
5. **Pārejas procesa laiks:** $t_p \approx -\frac{1}{\alpha_{12}} \cdot \ln(1 - \frac{X_{iztp}}{X_{izs}})$, kur X_{iztp} – izejas parametra lielums pārejas procesa beigās (izvēlamies $X_{iztp} = 0.95 \cdot X_{izs}$, tad $t_p \approx -\frac{\ln 0.05}{\alpha_{12}}$).

Palielinot stabilitātes pakāpi **η**, samazinās AVS svārstīgums **m**. Samazinās arī maksimālais pārregulējums $\boldsymbol{\sigma_{max}}$ un pārejas procesa laiks $\mathbf{t_p}$. Tātad uzlabojas visi minētie darbības kvalitātes rādītāji.

Jāievēro, ka kvalitātes rādītāju vienkāršotās izteiksmes izmantojamas tikai otrās un trešās kārtas AVS analīzē. Augstāku kārtu AVS kvalitātes analīzei jāizmanto turpmāk apskatītās frekvenču metodes vai modelēšanas ceļā iegūtas pārejas procesa raksturlīknes.

Palielinot pārvades koeficientu K, AVS kļūst jutīgāka un svārstīgāka. Līdz ar to pasliktinās tās stabilitāte. Samazinot K, palielinās statiskā kļūda. Izvēloties koeficientu K, jāmeklē kompromiss starp sistēmas stabilitāti un precizitāti.

5.3.2. Trešās kārtas slēgtas AVS analīzes piemērs

Lai veiktu AVS analīzi, izmantojam slēgtas sistēmas pārvades funkciju (5.10).
Dots: $\mathbf{T_i=0.1s}$; $\mathbf{T_{obj}=0.5s}$; $\mathbf{T_{as}=0.05s}$; $\mathbf{K_{as}= 0.5}$; **K = 10,** kur s – laika mērvienība, sekunde. Pieļaujamais pārregulējums $\sigma_{max} \leq 20\%$, statiskā kļūda $\varepsilon \leq 10\%$.

Aprēķinām pārvades funkcijas (5.10) koeficientus:

$\mathbf{b_0=K \cdot T_{as} = 10 \cdot 0.05 = 0.5\ s;\ b_1=K = 10;\ a_0 = T_i \cdot T_{obj} \cdot T_{as} = 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.05=0.0025\ s^3;}$

$\mathbf{a_1 = T_i \cdot T_{obj} + T_i \cdot T_{as} + T_{obj} \cdot T_{as} = 0.1 \cdot 0.5 + 0.1 \cdot 0.05 + 0.5 \cdot 0.05 =0.08\ s^2;}$

$\mathbf{a_2 = T_i + T_{obj} + T_{as} = 0.1 + 0.5 + 0.005 = 0.65\ s;\ a_3 = 1 + K_{as} \cdot K = 1 + 0.5 \cdot 10 = 6.}$

Ievietojot skaitliskos koeficientus, iegūstam sekojošu pārvades funkciju:

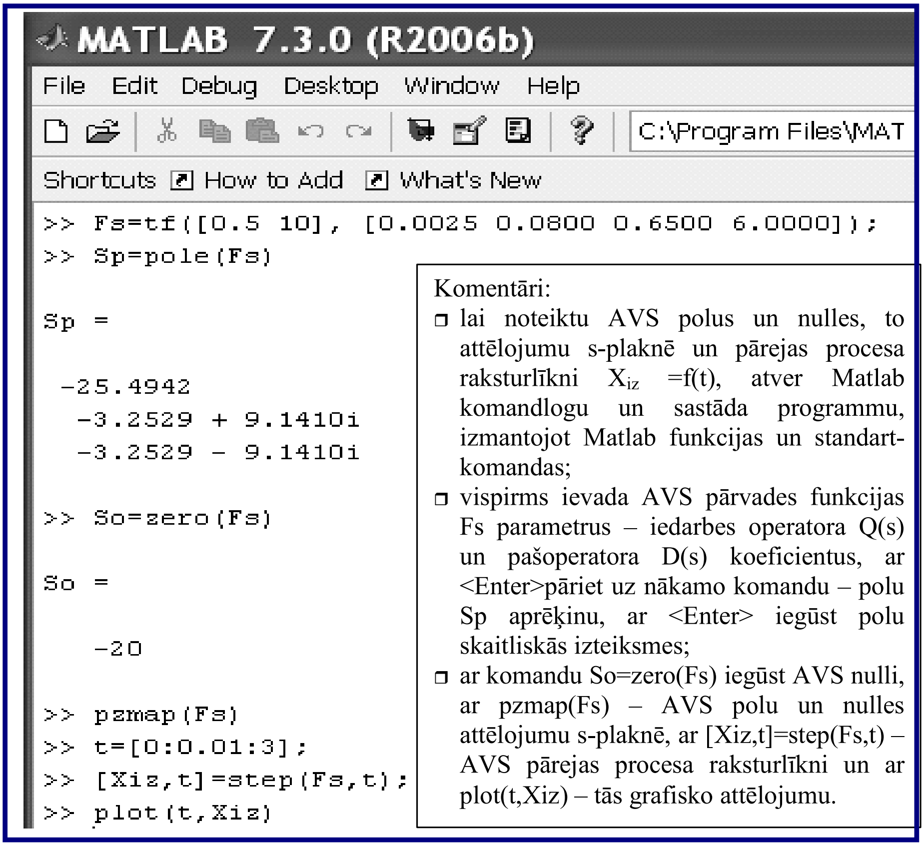
$$\Phi(s) = \frac{0.5 \cdot s + 10}{0.0025 \cdot s^3 + 0.08 \cdot s^2 + 0.65 \cdot s + 6}.$$

Aprēķinus veicam, izmantojot Matlab. Atveram Matlab komandlogu un sastādām AVS analīzei nepieciešamo programmu (5.7. att.), paredzot sekojošus soļus:

- AVS polu un nuļļu aprēķinu;
- polu un nuļļu attēlojumu s-plaknē (5.8. att.);
- AVS pārejas procesa raksturlīknes aprēķinu;
- pārejas procesa raksturlīknes grafisku attēlojumu (5.9. att.).

Pielīdzinot nullei sistēmas iedarbes operatoru - Q(s) = 0.5s + 10 = 0, iegūst vienu sakni (nulli): $s_0 = - \alpha_0 = - 20$.

Atrisinot raksturīgo vienādojumu, iegūst trīs saknes (polus): $s_1 = -\alpha_1 = -25.5$; $s_2 = -\alpha_2 + j\omega = -3.25 + j\,9.14$; $s_3 = -\alpha_2 - j\omega = -3.25 - j\,9.14$, no kurām viena sakne ir reāla, bet divas – kompleksi saistītas.

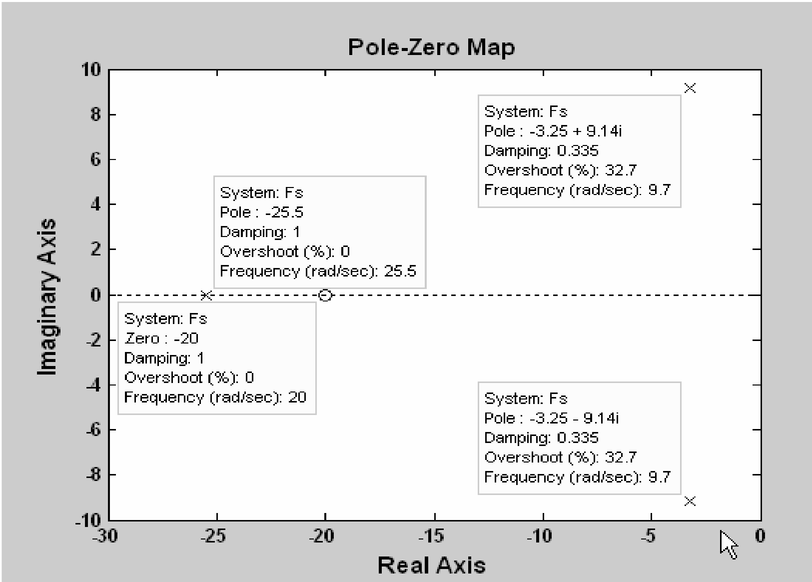


5.7. att. **Matlab programma trešās kārtas slēgtas AVS stabilitātes analīzei pēc pārvades funkcijas polu un nuļļu izvietojuma kompleksajā s-plaknē**

Piezīme. Tekstā pieturamies pie iepriekš pieņemtās komplekso skaitļu pieraksta formas ar „j”.

Nuļļu iespaids uz AVS stabilitāti un pārejas procesu ir sarežģīts. To nosaka vairāki faktori, piemēram, sākuma nosacījumi (nulles vai nenulles), perturbāciju lielums un iedarbes raksturs, AVS veids (statiska vai astatiska). Kopumā nulles pasliktina AVS darbības kvalitāti, sevišķi, ja tās izvietojas tuvu stabilitātes robežai. Taču ir arī izņēmumi, piemēram, iekļaujot sistēmā diferencējošo filtru kā virknes korekcijas ķēdi, kas palielina nuļļu skaitu, AVS darbības kvalitāte būtiski uzlabojas.

Dotajā gadījumā nulle s_0 tāpat kā pols s_1 izvietojas tālu no stabilitātes robežas (5.8. att.), tādēļ praktiski neiespaido AVS pārejas procesu un tos var neņemt vērā.



5.8. att. **Trešās kārtas stabilas AVS polu un nuļļu izvietojums kompleksajā s- plaknē**

AVS pārejas procesu nosaka kompleksie poli s_1 un s_2, kuri atrodas vistuvāk stabilitātes robežai. Balstoties uz šo secinājumu, AVS darbības rādītāju aprēķiniem var izmantot tuvinātas izteiksmes.

1. Svārstīgums: $m = \omega / \alpha_2 = 9.14 / 3.25 \approx 3$.

2. Svārstību rimšanas pakāpe: $\psi = 1/m = 1/3 \approx 0.33$.

3. Svārstību periods: $T = 2\pi / \omega = 2 \cdot 3.14 / 9.14 = 0.69s$.

4. Pārregulējums: $\sigma_{\max} \approx e^{-\frac{\pi \cdot \alpha_2}{\omega}} \cdot 100\% = e^{-\frac{3.14 \cdot 3.25}{9.14}} \cdot 100\% = 32.7\%.$

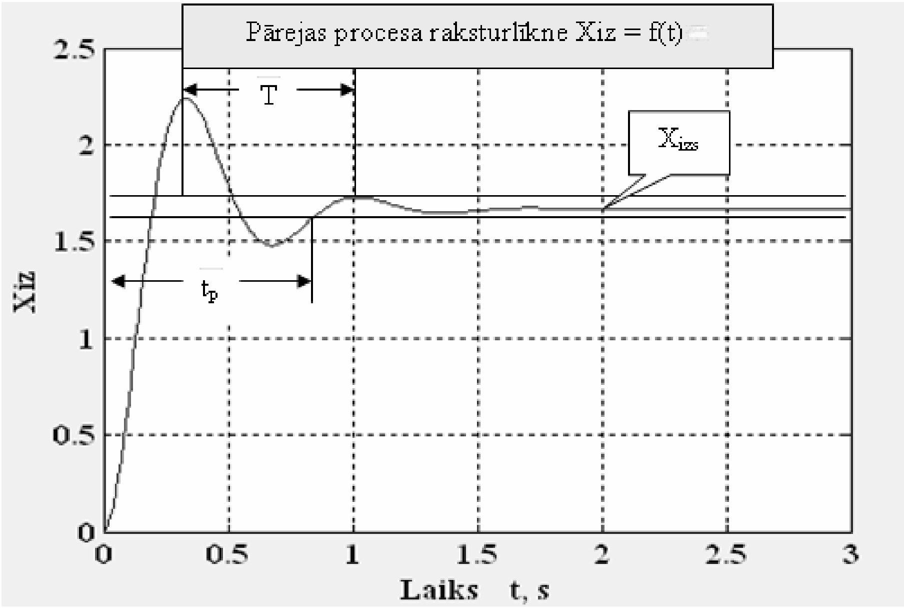
5. Pārejas procesa laiks: $t_p \approx -\dfrac{\ln 0.05}{\alpha_2} = -\dfrac{\ln 0.05}{3.25} = 0.92s.$

Izmantojot slēgtas sistēmas pārvades funkciju, var aprēķināt AVS izejas parametra statisko nostabilizējušos vērtību: $X_{izs} = \lim \ \Phi(s)_{s \to 0} = 10/6 \approx 1.67$.

Var secināt, ka aprēķini, kas iegūti ar tuvinātām izteiksmēm, labi sakrīt ar datora aprēķinu rezultātiem, piemēram, svārstību rimšanas pakāpe (Damping), un maksimālais pārregulējums (Overshoot) (5.8. att.), kā arī svārstību periods T un pārejas procesa laiks t_p (5.9. att.). Ar „Frequency" apzīmēts attiecīgās saknes modulis, piemēram, $|s_2| = \sqrt{3.25^2 + 9.14^2} = 9.7$ (5.8. att.).

Svarīgs AVS kvalitātes rādītājs ir **precizitāte,** ar kādu sistēma iestata regulējamo parametru X_{izs} atbilstoši uzdotajam lielumam X_{iz0} . Reālā lieluma X_{izs} neatbilstību uzdotajam lielumam X_{iz0} raksturo relatīvā statiskā kļūda ε (sk. 2. nodaļu).

Noteiksim dotās AVS relatīvo statisko kļūdu pēc ieejas iedarbes, neņemot vērā perturbācijas: $\varepsilon = \dfrac{100\,\%}{1 + K_{as} \cdot K} = \dfrac{100\,\%}{1 + 0.5 \cdot 10} \approx 17\,\%.$



5.9. att. **Trešās kārtas slēgtas AVS pārejas procesa raksturlīkne: X_{iz} = f(t)**

Kopsavilkums. Analizējamā AVS ir stabila, taču neapmierinoša ir tās darbības kvalitāte:

- maksimālais pārregulējums σ_{max} = 32.7% pārsniedz pieļaujamo – 20%;
- statiskā kļūda ε = 17% ir ievērojami lielāka par pieļaujamo – 10%.

Komentārs. Lai samazinātu maksimālo pārregulējumu, nemainot AVS struktūru, jāsamazina tās pārvades koeficients K. Taču samazinot K, palielināsies statiskā kļūda. Tātad mainot K, nevar nodrošināt nepieciešamo kvalitāti.

Secinājums. Lai būtiski uzlabotu AVS darbības kvalitāti, P-regulators jānomaina ar augstākas klases regulatoru – PI, PD vai PID (sk. 4. nodaļu).

5.3.3. Hurvica kritēriji un stabilitātes robežlīkne

Hurvica kritēriji dod iespēju novērtēt slēgtas AVS stabilitāti, nerisinot tās raksturīgo vienādojumu. Hurvica metodes pamatā ir algebriska determinanta analīze, kurš sastādīts no slēgtas AVS pašoperatora koeficientiem, izmantojot formālu algoritmu.

Apskatīsim Hurvica determinanta Δ_H sastādīšanas metodiku ceturtās kārtas slēgtai AVS, kuras brīvo kustību apraksta ceturtās kārtas pašoperators: D(s) = $a_0 \cdot s^4 + a_1 \cdot s^3 + + a_2 \cdot s^2 + a_3 \cdot s + a_4$. Vispirms aizpilda galveno diagonāli, sākot ar koeficientu a_1 līdz a_4 (5.10. att.). Kolonnās zem galvenās diagonāles raksta koeficientus ar dilstošu indeksāciju, bet virs diagonāles – ar augošu indeksāciju. Trūkstošo koeficientu vietā liek „0”. Determinantu Δ_H sadala diagonālajos minoros: Δ_1; Δ_2; Δ_3; Δ_4.

$$\Delta_H = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \Delta_4 \\ \hline a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ \hline a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ \hline 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ \hline 0 & a_0 & a_2 & a_4 \\ \hline \end{array}$$

5.10. att. **Hurvica determinants slēgtai ceturtās kārtas automātiskās vadības sistēmai**

Hurvics pierādīja un formulēja AVS stabilitātes **nepieciešamo** un **pietiekamo** nosacījumu:

- **nepieciešamais stabilitātes nosacījums** (nav pietiekams) **- visiem AVS pašoperatora koeficientiem jābūt pozitīviem skaitļiem;**
- **pietiekamais stabilitātes nosacījums - visiem Hurvica determinanta** Δ_H **diagonālajiem minoriem jābūt pozitīviem skaitļiem.**

Ja kaut viens AVS pašoperatora koeficients ir negatīvs skaitlis, tad sistēma ir strukturāli nestabila un tās tālākai analīzei nav jēgas. Vispirms jānomaina nestabilais posms un tad var turpināt sistēmas analīzi.

Apskatīsim ceturtās kārtas AVS stabilitātes nosacījumus:

- **nepieciešamais stabilitātes nosacījums –** $a_0>0, a_1>0, a_2>0, a_3>0, a_4>0$;
- **pietiekamais stabilitātes nosacījums** - $\Delta_1 = a_1 > 0$, $\Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$, $\Delta_3 = a_3 \cdot \Delta_2 - a_1^2 \cdot a_4 > 0$, $\Delta_4 = a_4 \cdot \Delta_3 > 0$.

Nav grūti pierādīt, ka, izpildoties nepieciešamajam stabilitātes nosacījumam, jāpārbauda tikai (n-1) kārtas minors. Ja $\Delta_3 > 0$, tad arī (Δ_2 un Δ_4)>**0.** Tas dod iespēju sašaurināt stabilitātes nosacījumus: **AVS ir stabila, ja tās pašoperatora visi koeficienti un Hurvica determinanta (n-1) kārtas diagonālais minors ir pozitīvi skaitļi, kur n –pašoperatora kārta.**

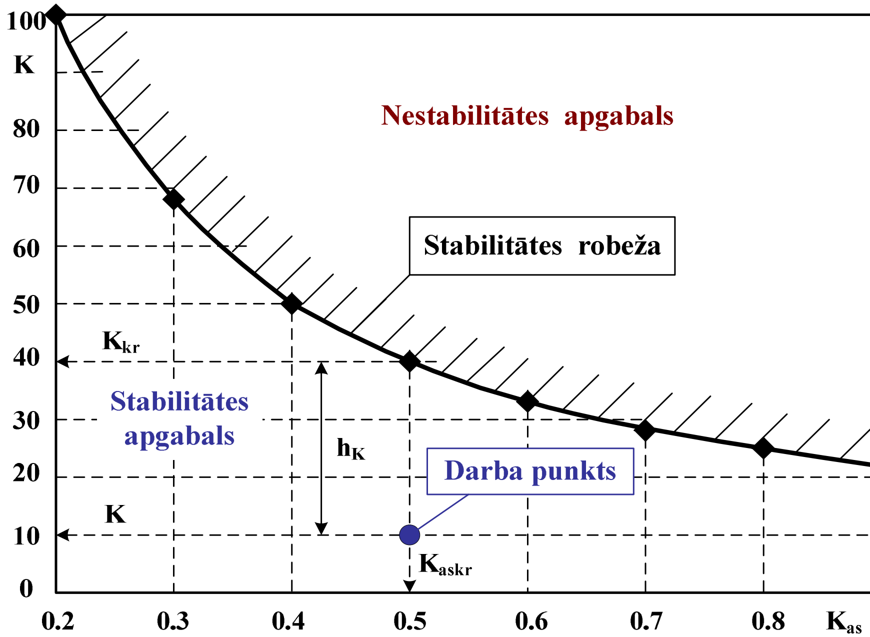
Trešās kārtas slēgtas AVS stabilitātes analīzes piemērs.

Trešās kārtas slēgtas AVS stabilitātes nosacījumi atbilstoši Hurvica kritērijiem ir sekojoši: $a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 > 0$; $\Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 > 0$. Uz stabilitātes robežas $a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 = 0$, no kurienes $a_1 \cdot a_2 = a_0 \cdot a_3$.

Analīzei izmantojam 5.3.2. nodaļas datus: $a_0 = 0.0025\ s^3$; $a_1 = 0.08\ s^2$; $a_2 = 0.65\ s$; $a_3 = 1 + K_{as} \cdot K$, kur $K_{as} = 0.5$ – atgriezeniskās saites pārvades koeficients, $K = 10$ – vaļējas sistēmas pārvades koeficients.

Hurvica kritērijs dod iespēju aprēķināt AVS stabilitātes robežlīkni parametru K un K_{as} plaknē un uzskatāmi parādīt sistēmas stabilitātes rezervi pēc viena no parametriem, piemēram, K. Sistēmas stabilitātes robežnosacījumā ievietojam $a_3 = =1+K_{as} \cdot K$. Veicot vienkāršus matemātiskus pārveidojumus, iegūstam sakarību: $K=f(K_{as})$, **kur** $K = (a_1 \cdot a_2 - a_0)/(a_0 \cdot K_{as})$. Ievietojot koeficientu skaitliskās vērtības, atrodam stabilitātes robežlīknes vienādojumu: $K = 19.8/K_{as}$.

Konstruējot sakarību **$K = f(K_{as})$** (5.11. att.), iegūstam sistēmas stabilitātes robežlīkni, kas sadala parametru **K un K_{as}** plakni stabilitātes un nestabilitātes apgabalos.



5.11. att. **Trešās kārtas slēgtas AVS stabilitātes robežlīkne parametru K un K_{as} plaknē**

Apgabalā virs līknes $K = f(K_{as})$ un pa labi no tās sistēma ir nestabila, bet apgabalā zem līknes un pa kreisi no tās – stabila. Jo tālāk izvēlētais darba punkts atrodas no stabilitātes robežas stabilitātes apgabala iekšienē, jo lielāka sistēmas stabilitātes pakāpe.

Hurvica kritērijs dod iespēju uzskatāmi parādīt AVS darba punkta stāvokli parametru plaknē, taču neļauj novērtēt kvantitatīvi sistēmas stabilitātes pakāpi un darbības kvalitāti. Sistēmas iestatīšanas parametra, piemēram, K izvēle notiek pēc intuīcijas vairāk paļaujoties uz pieredzi, nevis uz precīziem aprēķiniem.

Aptuveni par AVS darbības kvalitāti var spriest pēc sistēmas iestatīšanas parametra K relatīvās rezerves attiecībā pret tā kritisko robežvērtību K_{kr}, ko izsaka procentos: **$h_K = (K_{kr}-K)/ K_{kr} \cdot 100\%$.**

Dotajai AVS : **$h_K = (40-10)/ 40 \cdot 100\% = 75\%$.** Iestatīšanas parametra ($K = 10$) rezerve pret tā kritisko vērtību ($K_{kr} = 40$) liekas ievērojama, taču, kā noskaidrojām iepriekš, pie šādas rezerves AVS darbības kvalitāte ir neapmierinoša.

5.4. AVS stabilitātes un kvalitātes frekvenču kritēriji

Frekvenču metodes automātiskās vadības sistēmu pētīšanā sāk ieviesties 20. gs. 30-tajos gados. To aizsācēji ir Naikvists, Bodē un Mihailovs. Vēlāk frekvenču metodes plaši ieviešas AVS analīzē (stabilitātes un darbības kvalitātes pētījumos), kā arī AVS sintēzē (AVS projektēšanā atbilstoši uzdotiem kvalitātes nosacījumiem).

Frekvenču metožu pamatā ir AVS reakcija uz harmonisku (parasti sinusoidālu) ieejas signālu ar konstantu amplitūdu un mainīgu frekvenci. AVS izejas signālam ir tāda pati frekvence, kā ieejas signālam, bet **sākuma fāzes nobīde** (aizkavēšanās) attiecībā pret ieejas signāla sākuma fāzi **un amplitūda** ir **atkarīgi no sistēmas bloku inerces un jutības, kā arī no ieejas signāla frekvences**. Analizējot izejas harmoniskā signāla parametru atkarību no ieejas harmoniskā signāla frekvences un AVS parametriem var novērtēt tās stabilitāti un darbības kvalitāti.

Nodaļā dota AVS frekvenču funkciju un frekvenču raksturlīkņu sastādīšanas metodika. Apskatīti Mihailova, Naikvista un Bodē frekvenču kritēriji AVS stabilitātes un kvalitātes novērtēšanai. Naikvista un Bodē frekvenču raksturlīkņu pielietojums apskatīts skaitliskos piemēros, izmantojot Matlab programmpaketi.

5.4.1. Vaļējas AVS frekvenču raksturlīknes

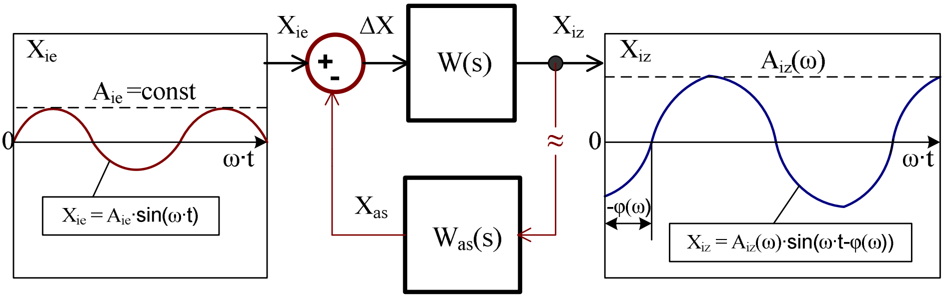
Kā redzēsim vēlāk, pēc vaļējas sistēmas frekvenču raksturlīknes var novērtēt slēgtas sistēmas stabilitāti un arī tās darbības kvalitāti. Lai iegūtu vaļējas AVS frekvenču raksturlīknes, nosacīti pārtraucam galveno atgriezenisko saiti (5.12. att.), kuras īpašības apraksta atgriezeniskajā saitē ieslēgtā bloka pārvades funkcija $W_{as}(s)$.

Pēc statiskajām un dinamiskajām īpašībām atgriezeniskās saites blokus var iedalīt sekojoši:

- cieta bezinerces atgriezeniskā saite: $W_{as}(s) = K_{as} = const.$, kur $K_{as} = X_{as}/X_{izs}$;
- cieta bezinerces vieninieka atgriezeniskā saite: $W_{as}(s) = K_{as} = 1$;
- inerciāla atgriezeniskā saite: $W_{as}(s) = K_{as}/(T_{as}\cdot s+1)$, kur T_{as} - darbības inerces laika konstante, s;
- elastīga atgriezeniskā saite: $W_{as}(s) = K_{as}\cdot(T_d\cdot s+1)/(T_{as}\cdot s+1)$, kur T_d – diferencēšanas laika konstante, s.

Cieta atgriezeniskā saite reaģē uz AVS izejas signāla amplitūdu, bet elastīga – arī uz tā izmaiņas ātrumu. Lai korekti novērtētu slēgtas AVS īpašības pēc vaļējas sistēmas frekvenču raksturlīknēm, nevar neņemt vērā atgriezeniskās saites iespaidu, īpaši, ja tā ir inerciāla vai elastīga. Parasti vaļējas AVS frekvenču raksturlīknes sastāda, pieņemot, ka tā tiek aptverta ar cietu atgriezenisko saiti.

Nosakot slēgtas AVS ar inerciālu vai elastīgu atgriezenisko saiti kvalitātes rādītājus pēc vaļējas AVS frekvenču raksturlīknēm, tuvinātajās pusempīriskajās izteiksmēs jāieved papildus korekcija.



5.12. att. **AVS ar pārtrauktu atgriezenisko saiti reakcija uz harmonisku ieejas signālu**

Analītisko sakarību iegūšanai, apskatīsim vienkāršu piemēru. Dota otrās kārtas statiska AVS ar vieninieka atgriezenisko saiti $W_{as}(s) = K_{as} = 1$, kuras pārvades funkcija:

$$W(s) = \frac{X_{iz}(s)}{X_{ie}(s)} = \frac{K}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + 1}, \tag{5.11}$$

kur $X_{ie}(s)$, $X_{iz}(s)$ – ieejas un izejas signālu attēli;

K – vaļējas sistēmas pārvades koeficients;

a_0, a_1, – konstanti koeficienti, kas ietver sistēmas bloku laika konstantes.

AVS ieejā tiek padots sinusoidāls signāls:

$$X_{ie} = A_{ie} \cdot \sin \omega \cdot t, \tag{5.12}$$

kur A_{ie} = const. – ieejas signāla amplitūda;

ω – leņķiskā frekvence, rad/s(turpmāk tekstā izmantosim saīsinātu pierakstu, s^{-1}).

AVS izejā arī iegūst sinusoidālu signālu ar tādu pašu leņķisko frekvenci ω , bet atšķirīgu amplitūdu un sākuma fāzi (5.12. att.):

$$X_{iz} = A_{iz}(\omega) \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi(\omega)), \tag{5.13}$$

kur $A_{iz}(\omega)$– izejas signāla amplitūda (mainās atkarībā no leņķiskās frekvences ω);

φ(ω) – izejas signāla fāze, rad (mainās atkarībā no leņķiskās frekvences ω).

Izejas signāls atpaliek fāzē no ieejas signāla par leņķi φ(ω). Šo aizkavēšanos rada AVS posmu inerce. Palielinot ieejas signāla leņķisko frekvenci ω, pieaug arī φ(ω).

Ja AVS pārejas process ir nerimstoši svārstīgs, tad raksturīgā vienādojuma saknes ir imagināras(s = ±j ω). Ievietojot pārvades funkcijā (5.11) s = j ω, iegūstam **vaļējas AVS frekvenču funkciju:**

$$W(j\omega) = \frac{X_{iz}(j\omega)}{X_{ie}(j\omega)} = \frac{K}{a_0 \cdot (j\omega)^2 + a_1 \cdot (j\omega) + 1} = \frac{K}{(1 - a_0 \cdot \omega^2) + j(a_1 \cdot \omega)}. \tag{5.14}$$

Redzams, ka frekvenču funkcijas saucējā ir komplekss skaitlis. Dalīt ar kompleksu skaitli nav iespējams. Lai no tā atbrīvotos, skaitītāju un saucēju reizinām ar saistītu kompleksu skaitli: $(1\text{-}a_0\cdot\omega^2) - j(a_1\cdot\omega)$. Kā zināms saistītu kompleksu skaitļu reizinājums ir reāls skaitlis, piemēram, $(a + jb)\cdot (a - jb) = a^2 + b^2$.

Izdarot darbības ar kompleksiem skaitļiem, iegūstam frekvenču funkcijas izvērstu izteiksmi:

$$W(j\omega) = \frac{K \cdot [(1 - a_0 \cdot \omega^2) - j(a_1 \cdot \omega)]}{(1 - a_0 \cdot \omega^2)^2 + (a_1 \cdot \omega)^2} = U(\omega) - jV(\omega) = W(\omega) \cdot e^{-j\varphi(\omega)}, \tag{5.15}$$

kur U(ω) - vaļējas AVS frekvenču funkcijas reālā komponente:

$$U(\omega) = \frac{K \cdot (1 - a_0 \cdot \omega^2)}{(1 - a_0 \cdot \omega^2)^2 + (a_1 \cdot \omega)^2}; \tag{5.16}$$

V(ω) - vaļējas AVS frekvenču funkcijas imaginārā komponente:

$$V(\omega) = \frac{K \cdot a_1 \cdot \omega}{(1 - a_0 \cdot \omega^2)^2 + (a_1 \cdot \omega)^2}; \tag{5.17}$$

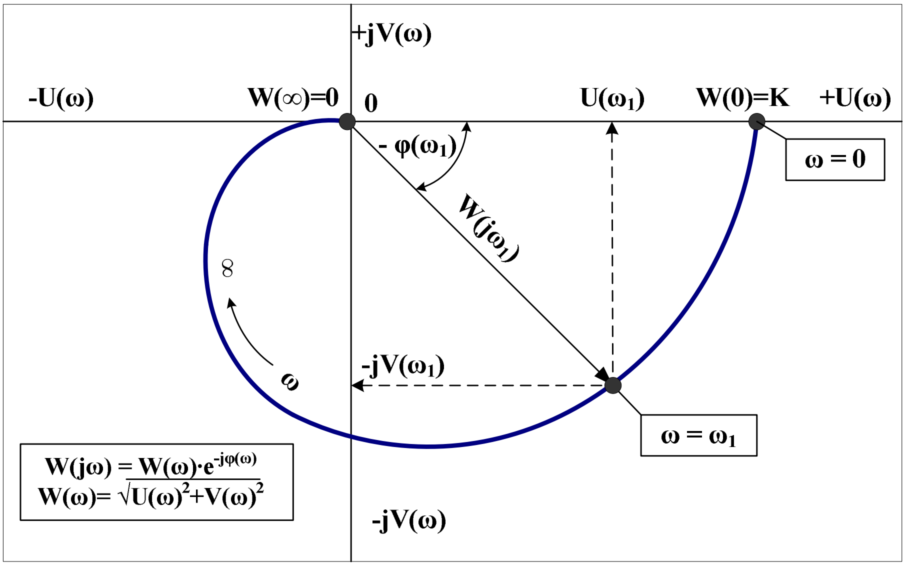
W(ω) – vaļējas AVS frekvenču funkcijas modulis (izejas un ieejas signālu amplitūdu attiecība, pastiprinājuma koeficients pēc amplitūdas):

$$W(\omega)=\sqrt{U(\omega)^2+V(\omega)^2}=\frac{A_{iz}(\omega)}{A_{ie}}; \qquad (5.18)$$

φ(ω) - vaļējas AVS frekvenču funkcijas arguments (izejas signāla fāzes leņķis):

$$\varphi(\omega)=-arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)}=-arctg\,\frac{a_1\cdot\omega}{1-a_0\cdot\omega^2}. \qquad (5.19)$$

Frekvenču funkcija (5.15) ir kompleksa funkcija, kuru var attēlot kompleksajā plaknē ar koordinātām [±U(ω), ±jV(ω)]. Ievietojot izteiksmē (5.15) AVS parametrus (K, a_0, a_1) un mainot ieejas signāla leņķisko frekvenci ω no 0 līdz ∞, iegūst **vaļējas AVS amplitūdas – fāzes frekvenču raksturlīkni (AFFR)** (5.13. att.).



5.13. att. **Otrās kārtas vaļējas AVS amplitūdas-fāzes frekvenču raksturlīkne (AFFR)**

AFFR trajektoriju apraksta vektora W(j ω) = W(ω)·$e^{-j\cdot\varphi(\omega)}$ galapunkts, vektoram pagriežoties pretēji kompleksās plaknes kvadrantu secībai no reālo pozitīvo skaitļu ass + U(ω) par leņķi φ(ω). Ievietojot izteiksmēs (5.15, 5.19) ω = 0 un ω = ∞ iegūstam, ka otrās kārtas sistēmai, mainoties ieejas signāla leņķiskajai frekvencei no 0 līdz ∞, vektors W(j ω) pagriežas par leņķi φ(∞) = π radiāni (180^0), bet tā modulis W(ω) samazinās no W(0) = K līdz W(∞) = 0. AVS izejas signāla amplitūda samazinās no $A_{iz}(0)$ = W(0)·A_{ie} = K·A_{ie} līdz $A_{iz}(\infty)$ = W(∞)·A_{ie} = 0·A_{ie}= 0.

Vaļējas AVS amplitūdas-fāzes frekvenču raksturlīknes izmanto:

- lai pētītu un novērtētu sistēmas stabilitāti;
- lai noteiktu sistēmas stabilitātes rezervi pēc fāzes un amplitūdas;
- lai noteiktu sistēmas pārejas procesa raksturu un kvalitāti;
- lai sintezētu sistēmas korekcijas ķēdes.

5.4.2. Mihailova hodogrāfs un AVS stabilitāte

Krievu zinātnieks A.Mihailovs izstrādāja kritērijus (1938. g.), kas deva iespēju noteikt slēgtas AVS stabilitāti, analizējot tās **brīvās kustības frekvenču funkciju,** kuras iegūšanai tiek izmantots **slēgtas AVS pašoperators**.

Ja slēgtas AVS ieejā padod harmonisku (sinusoidālu) signālu, tad tajā rodas nerimstošas harmoniskas svārstības. Pie šāda nosacījuma n - tās kārtas slēgtas AVS pašoperatora polinomā $\mathbf{D(s) = a_o s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_{n-1}\, s + a_n}$ var ievietot $\mathbf{s = j}\omega$ un iegūt **kompleksu frekvenču funkciju**:

$$D(j\omega)=a_o\cdot(j\omega)^n+a_1\cdot(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_{n-1}\cdot(j\omega)+a_n=A(\omega)+j\cdot B(\omega), \quad (5.20)$$

kas izsakās kā komplekss skaitlis ar reālo daļu A(ω) un imagināro daļu j·B(ω).

Otrās kārtas slēgtas AVS frekvenču funkcija:

$$D(j\omega)=a_0\cdot(j\omega)^2+a_1\cdot(j\omega)+a_2=A(\omega)+j\cdot B(\omega), \quad (5.21)$$

kur $A(\omega) = a_2 - a_0\cdot\omega^2$; $B(\omega) = a_1\cdot\omega$.

Trešās kārtas slēgtas AVS frekvenču funkcija:

$$D(j\omega)=a_0\cdot(j\omega)^3+a_1\cdot(j\omega)^2+a_2\cdot(j\omega)+a_3=A(\omega)+j\cdot B(\omega), \quad (5.22)$$

kur $A(\omega) = a_3 - a_1\cdot\omega^2$; $B(\omega) = a_2\cdot\omega - a_0\cdot\omega^3$.

Ceturtās kārtas slēgtas AVS frekvenču funkcija:

$$D(j\omega)=a_0\cdot(j\omega)^4+a_1\cdot(j\omega)^3+a_2\cdot(j\omega)^2+a_3\cdot(j\omega)+a_4=A(\omega)+j\cdot B(\omega), \quad (5.23)$$

kur $A(\omega) = a_4 - a_2\cdot\omega^2 + a_0\cdot\omega^4$; $B(\omega) = a_3\cdot\omega - a_1\cdot\omega^3$.

Frekvenču funkcijas (5.21, 5.22 un 5.23) varam attēlot grafiski kompleksajā plaknē ar koordinātām: ±A(ω),±j·B(ω). Uzdodot dažādas ω vērtības ($0 \le \omega < \infty$) un atliekot aprēķinātos lielumus A(ω) uz horizontālās ass, bet B(ω) uz vertikālās ass, iegūsim frekvenču raksturlīkņu trajektorijas, kuras sauc par Mihailova hodogrāfiem (5.14. att.).

Mihailova hodogrāfu apraksta vektora D(jω**)** galapunkts. Mainoties ω no 0 līdz ∞, vektors pagriežas no reālo pozitīvo skaitļu ass +A(ω) pozitīvā virzienā (plaknes kvadrantu secības virzienā) par maksimālo leņķi $\boldsymbol{\varphi_{max} = n\cdot\pi /2}$ radiāni pie $\omega\to\infty$, kur n – slēgtas AVS pašoperatora kārta.

Otrās kārtas sistēmai (n = 2): $\boldsymbol{\varphi_{max} = \pi}$ radiāni (180°).

Trešās kārtas sistēmai (n = 3): $\boldsymbol{\varphi_{max} = 3\cdot\pi/2}$ radiāni (270°).

Ceturtās kārtas sistēmai (n = 4): $\boldsymbol{\varphi_{max} = 2\cdot\pi}$ radiāni (360°).

Definēsim slēgtas AVS stabilitātes nosacījumus atbilstoši Mihailova kritērijiem.

Pirmais formulējums.

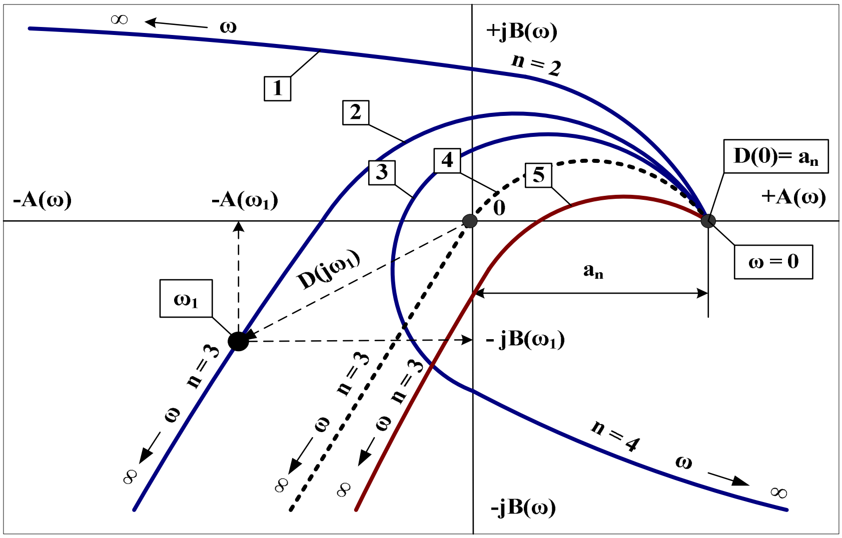
Slēgta AVS ir stabila, ja , mainoties ieejas signāla leņķiskajai frekvencei ω no 0 līdz ∞, vektors D(jω) pagriežas pozitīvā virzienā attiecībā pret reālo pozitīvo skaitļu asi par leņķi $\varphi_{max} = n\cdot\pi /2$ radiāni, kur n – sistēmas pašoperatora kārta.

Otrais formulējums.

Slēgta AVS ir stabila, ja , mainoties ieejas signāla leņķiskajai frekvencei ω ***no 0 līdz ∞, hodogrāfs D(j ω) sākas uz reālo pozitīvo skaitļu ass un secīgi iziet caur n kvadrantiem, kur n – sistēmas pašoperatora kārta*** (5.14. att. 1, 2, 3).

Mihailova kritērijs stabilitātes robežai.
Slēgta AVS ir uz stabilitātes robežas, ja hodogrāfs D(j ω) iziet caur kompleksās plaknes koordinātu nullpunktu (5.14. att. 4).

Mihailova kritērijs nestabilai sistēmai.
Slēgta AVS ir nestabila, ja hodogrāfs D(j ω) neiziet secīgi caur n kvadrantiem.

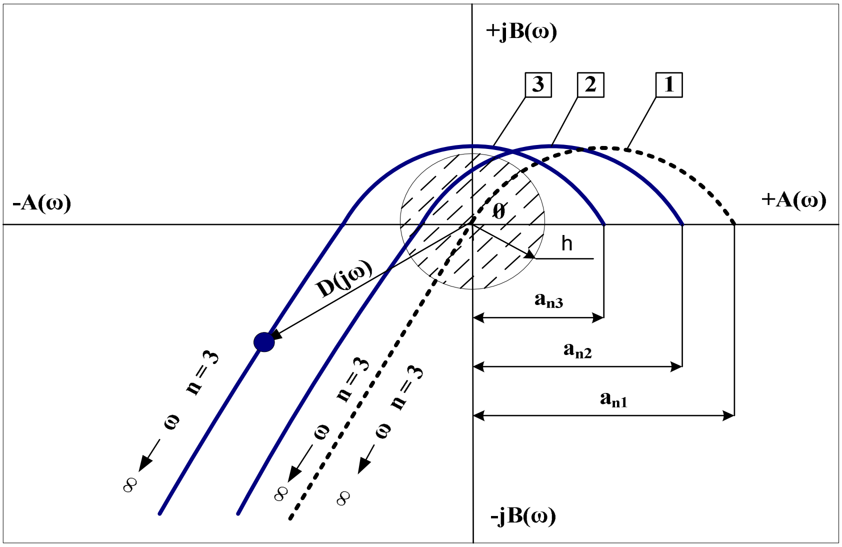


5.14. att. **Mihailova hodogrāfi D(jω):**
1,2,3 – stabilām sistēmām; 4 – sistēmai uz stabilitātes robežas; 5 –nestabilai sistēmai

Nestabilas trešās kārtas AVS hodogrāfs (5.14. att. 5) sākas uz reālo pozitīvo skaitļu ass un, augot ω, nonāk 3. kvadrantā caur 4. kvadrantu, nešķērsojot 2. kvadrantu. Lai nestabila sistēma (5) kļūtu stabila, jāsamazina tās pašoperatora D(s) brīvā locekļa $a_n = a_3$ vērtība. Tādā gadījumā Mihailova hodogrāfs pārbīdās pa reālo skaitļu asi negatīvo vērtību virzienā (pa kreisi) bez deformācijas.

Izvēloties atbilstošu a_3 vērtību, hodogrāfs (5) aptvers punktu ar koordinātām (0; j0) un šķērsos 2. kvadrantu. Līdz ar to sistēma kļūs stabila.

Mihailova hodogrāfi ļauj uzskatāmā veidā parādīt AVS stabilitāti, taču nedod iespēju kvantitatīvi novērtēt stabilitātes pakāpi un kvalitātes rādītājus. Kā piemēru apskatīsim 3. kārtas statiskas AVS frekvenču hodogrāfus pie dažādām brīvā locekļa a_n vērtībām (5.15. att.). Tā kā slēgtai statiskai AVS $a_n=1+K\cdot K_{as}$, tad tās stabilitāti var koriģēt, mainot vaļējas AVS un atgriezeniskās saites pārvades koeficientus K un K_{as}.



5.15. att. **Mihailova hodogrāfi D(jω) trešās kārtas statiskai AVS:**
1 – sistēma uz stabilitātes robežas ; 2 – stabila sistēma ar nepietiekamu stabilitātes pakāpi; 3 –sistēma ar atbilstošu stabilitātes pakāpi

Mihailova hodogrāfa svarīga pozitīva īpašība ir tā, ka, mainot a_n , tas pārbīdās pa reālo skaitļu asi bez deformācijas, proti, nemainās hodogrāfa forma. Tātad, veicot AVS stabilitātes grafo-analītisko novērtēšanu, vienreiz aprēķinātu hodogrāfu var izmantot kā trafaretu, kuru pārbīda gar reālo asi A(ω) atbilstoši a_n vērtībai (5.15. att.). Ja $a_n = a_{n1}$, tad sistēma ir uz stabilitātes robežas. Ja $a_n = a_{n2} < a_{n1}$, tad sistēma ir stabila, bet ar nepietiekamu stabilitātes pakāpi. Samazinot a_n līdz a_{n3} , sistēma ir stabila ar pietiekamu stabilitātes pakāpi, t.i., ar atbilstošu darbības kvalitāti un tās hodogrāfs nešķērso aizliegto apgabalu ar rādiusu h (5.15. att.). Šī apgabala noteikšana vairāk balstās uz intuīciju un zināmu pieredzi, nevis uz objektīviem aprēķiniem, tāpēc nevar būt par pamatu AVS darbības kvalitātes objektīvai novērtēšanai.

Formulēsim Mihailova kritērija galvenās priekšrocības:

- samērā vienkārši var pētīt sarežģītu daudzkontūru AVS stabilitāti;
- frekvenču metodes priekšrocība – vizuālā uzskatāmība;
- mainot AVS komponentu pārvades koeficientus, Mihailova hodogrāfs pārvietojas pa reālo skaitļu asi bez deformācijas (nav jāveic pārrēķins).

Trūkums:

- Mihailova metode, tāpat kā Hurvica metode, nedod iespēju kvantitatīvi novērtēt AVS darbības kvalitātes rādītājus.

5.4.3. Naikvista hodogrāfs un AVS stabilitāte

Amerikāņu radioinženieris G.Naikvists izstrādāja frekvenču kritērijus (1932. g.), kas deva iespēju novērtēt slēgtu AVS stabilitāti pēc vaļējas AVS (ar nosacīti pārtrauktu atgriezenisko saiti) amplitūdas-fāzes frekvenču raksturlīknes (AFFR). Pie kam tika sastādīti slēgtas AVS stabilitātes novērtēšanas kritēriji diviem gadījumiem:

- vaļēja AVS ir stabila;
- vaļēja AVS ir nestabila.

Turpmāk apskatīsim slēgtas AVS stabilitātes novērtēšanas kritērijus, ja vaļēja sistēma ir stabila, proti, tā nesatur strukturāli nestabilus posmus.

Apskatīsim n-tās kārtas statisku AVS ar vieninieka atgriezenisko saiti, kuru nosacīti pārtraucot, iegūstam vaļējas sistēmas pārvades funkciju vispārīgā veidā:

$$W(s)=\frac{b_0\cdot s^m+b_1\cdot s^{m-1}+\cdots+b_{m-1}\cdot s+b_m}{a_0\cdot s^n+a_1\cdot s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}\cdot s+1}=\frac{Q(s)}{D(s)}, \tag{5.24}$$

kur Q(s) un D(s) – vaļējas sistēmas iedarbes operators un pašoperators.

Pieņemsim, ka vaļēja sistēma ir stabila. Tad jāizpildās nosacījumam $m \le n$, proti, iedarbes operatora kārta nedrīkst būt augstāka par pašoperatora kārtu. Pretējā gadījumā sistēma ir nestabila.

Ievietojot pārvades funkcijā (5.24) $s = j\omega$, iegūstam vaļējas sistēmas amplitūdas – fāzes frekvenču raksturlīkni (AFFR):

$$W(j\omega)=\frac{b_o(j\omega)^m+b_1(j\omega)^{m-1}+\cdots+b_{m-1}(j\omega)+b_m}{a_o(j\omega)^n+a_1(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_{n-1}(j\omega)+1}=U(\omega)+jV(\omega)=W(\omega)\cdot e^{-j\varphi(\omega)}, \tag{5.25}$$

kur U(ω) - vaļējas AVS reālā frekvenču raksturlīkne;

V(ω) - vaļējas AVS imaginārā frekvenču raksturlīkne;

$W(\omega)=\sqrt{U(\omega)^2+V(\omega)^2}$ - vaļējas AVS amplitūdas frekvenču raksturlīkne (AFR);

$\varphi(\omega)=-arctg\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}$ - vaļējas AVS fāzes frekvenču raksturlīkne (FFR).

Komplekso funkciju (5.25) var attēlot kompleksajā plaknē ar koordinātām [±U(ω), ±jV(ω)]. Ievietojot izteiksmē (5.25) AVS parametrus un mainot ieejas signāla leņķisko frekvenci ω no 0 līdz ∞, iegūst vaļējas sistēmas amplitūdas – fāzes frekvenču raksturlīkni (AFFR). AFFR trajektoriju, kuru apraksta vektora W(j ω) = $W(\omega)\cdot e^{-j\cdot\varphi(\omega)}$ galapunkts, tam pagriežoties pretēji kompleksās plaknes kvadrantu secībai (negatīvā virzienā) no reālo pozitīvo skaitļu ass + U(ω) par leņķi φ(ω), sauc par vektora W(jω) hodogrāfu jeb **Naikvista hodogrāfu.** Dažādu vaļēju AVS Naikvista hodogrāfi parādīti 5.16. attēlā.

Tā kā sistēmas ieejā tiek padots harmonisks (sinusoidāls) signāls, tad vektora W(jω) modulis jeb vaļējas sistēmas pastiprinājuma koeficients pēc amplitūdas izsakās kā izejas un ieejas harmonisko signālu amplitūdu $A_{iz}(\omega)$ un A_{ie} = const. attiecība: $W(\omega) = A_{iz}(\omega)/ A_{ie}$, kur izejas signāla amplitūda mainās atkarībā no ieejas signāla leņķiskās frekvences ω.

Ja ω = 0, tad $A_{iz}(0) = W(0) \cdot A_{ie}$, kur W(0) = K. Savukārt K = b_m , kur b_m – iedarbes operatora Q(s) brīvais loceklis.

Ja ω → ∞, tad $A_{iz} \to 0$, jo W(∞) = 0. Tātad mainoties leņķiskajai frekvenci ω no 0 līdz ∞, izejas signāla amplitūda samazinās no $A_{iz}(0) = K\cdot A_{ie}$ līdz $A_{iz}(\infty) = 0$.

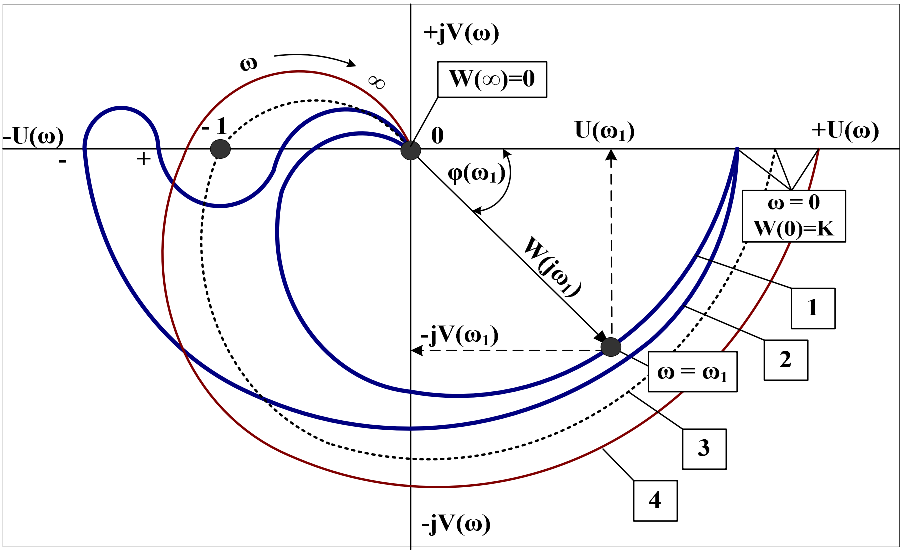
Definēsim bez pierādījuma slēgtas AVS stabilitātes nosacījumus atbilstoši Naikvista frekvenču kritērijiem, ja vaļēja AVS ir stabila.

Pirmais formulējums.

Slēgta AVS ir stabila, ja stabilas vaļējas sistēmas hodogrāfs W(jω) *(amplitūdas-fāzes frekvenču raksturlīkne)**, mainoties ieejas signāla leņķiskajai frekvencei ω no 0 līdz ∞, neaptver punktu ar koordinātām (- 1, j0)*** (skat.5.16. att. 1)**.**

Otrais formulējums.

Slēgta AVS ir stabila, ja stabilas vaļējas sistēmas hodogrāfs W(jω), mainoties ieejas signāla leņķiskajai frekvencei ω no 0 līdz ∞, nešķērso negatīvo reālo skaitļu asi intervālā (- ∞, -1), vai arī to šķērso pāra skaita reižu (skat.5.16. att. 2)**.**



5.16. att. **Naikvista hodogrāfi W(jω) dažādām AVS:**
1,2 – stabilām sistēmām; 3 – sistēmai uz stabilitātes robežas; 4 – nestabilai sistēmai

Naikvista hodogrāfs ar vairākām pārejām ir sarežģītām sistēmām. Negatīva pāreja (-) ir tad, ja hodogrāfs šķērso negatīvo reālo skaitļu asi no apakšas uz augšu, ja otrādi, tad pāreja ir pozitīva (+). Tātad AVS ir stabila, ja negatīvo un pozitīvo pāreju skaits pār negatīvo reālo skaitļu asi intervālā (- ∞, -1) ir vienāds.

Naikvista kritērijs stabilitātes robežai.

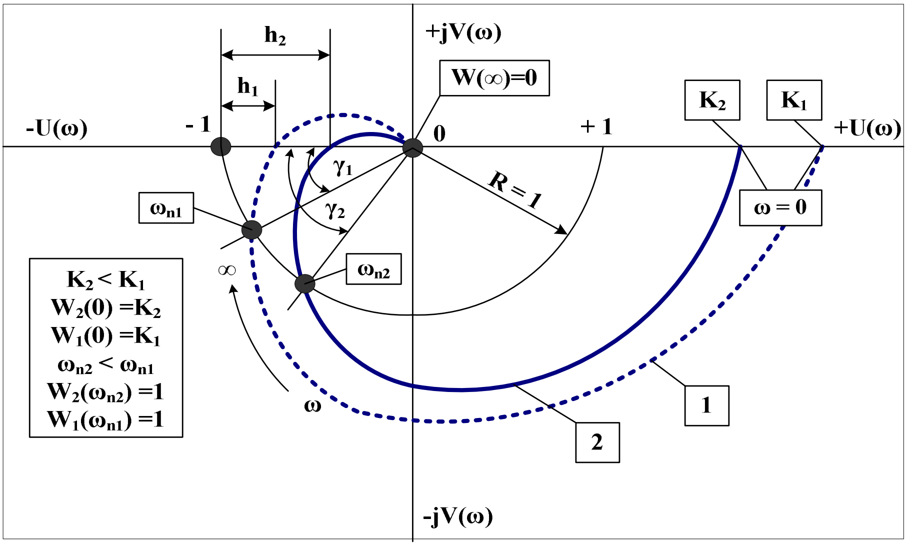
Slēgta AVS ir uz stabilitātes robežas, ja vaļējas sistēmas hodogrāfs W(jω) iet caur punktu ar koordinātām (-1; j0) (skat.5.16. att. 3).

Naikvista kritērijs nestabilai sistēmai.

Slēgta AVS ir nestabila, ja vaļējas sistēmas hodogrāfs W(jω) aptver punktu ar koordinātām (- 1, j0) (skat.5.16. att. 4.).

Naikvista kritērijs dod iespēju novērtēt kvantitatīvi AVS stabilitātes rezervi, kas ir tā galvenā priekšrocība salīdzinājumā ar Mihailova un Hurvica kritērijiem. Jo lielāka stabilitātes rezerve, jo lielāka garantija, ka, neplānoti mainoties AVS parametriem un perturbācijām, sistēma saglabās stabilitāti un nodrošinās darbības kvalitātes minimālās prasības.

Pēc Naikvista kritērija AVS stabilitāti nosaka hodogrāfa W(jω) izvietojums attiecībā pret kritisko punktu (-1, j0). Acīmredzot stabilitāte būs jo lielāka, jo hodogrāfs atradīsies tālāk no šī punkta. Novērtēsim vienas un tās pašas AVS stabilitātes rezervi, salīdzinot bāzes variantu (1) un optimizēto variantu (2) ar uzlabotiem stabilitātes un kvalitātes rādītājiem (5.17. att.).



5.17. att. **Naikvista hodogrāfi stabilai AVS:**
1 – bāzes variantam; 2 – pēc optimizācijas

Nosakot AVS stabilitātes rezervi, izmanto divus tās jēdzienus:

- stabilitātes rezervi pēc amplitūdas jeb moduļa W(ω) - h;
- stabilitātes rezervi pēc fāzes jeb argumenta φ(ω) - γ.

Stabilitātes rezerve pēc amplitūdas ir vienāda ar attālumu no hodogrāfa W(jω) krustpunkta ar negatīvo reālo skaitļu asi līdz kritiskajam punktam (- 1, j0) (5.17. att.).

Stabilitātes rezervi pēc amplitūdas izsaka procentos:

$$h_{\%} = \frac{h}{1} \cdot 100 \quad \%. \tag{5.26}$$

Ja, piemēram, h = 0.6, tad $h_{\%}$ = 60%. Ja h = 0, tad AVS atrodas uz stabilitātes robežas.

Svarīga nozīme ir stabilitātes rezervei pēc fāzes. Augot AVS ieejas signāla leņķiskajai frekvencei ω, palielinās fāze φ(ω), resp., palielinās fāzes nobīdes leņķis starp izejas un ieejas signālu. Ja sistēma ir uz stabilitātes robežas, tad vektors W(j ω)= = U(ω) + jV(ω) = -1+j0, tā modulis W(ω) = │W(j ω)│=1, bet arguments φ(ω) = 180°.
Izejas signāls ir pretfāzē attiecībā pret ieejas signālu. Ja pie moduļa vērtības W(ω) =1, argumenta vērtība ir mazāka par 180°, tad sistēmai ir stabilitātes rezerve pēc fāzes, ko izsaka kā argumenta papildinājumu līdz 180°: γ + φ(ω) = 180°, kur **γ = 180° - φ(ω) ir stabilitātes rezerve pēc fāzes**.

Stabilitātes rezervi pēc fāzes arī izsaka procentos:

$$\gamma_{\%} = \frac{\gamma}{180^{o}} \cdot 100 \ \%. \tag{5.27}$$

Ja, piemēram, γ= 54°, tad $\gamma_{\%}$ = 30%. Ja γ = 0, tad AVS atrodas uz stabilitātes robežas.

Stabilitātes rezervi uzskatāmi var parādīt grafiskā veidā (5.17. att.). Stabilitātes rezervi pēc amplitūdas var attēlot kā nogriežņus h_1 un h_2, no AVS hodogrāfu 1 un 2 krustpunkta ar reālo negatīvo skaitļu asi līdz punktam (-1, j0).

Lai attēlotu AVS stabilitātes rezervi pēc fāzes kā hodogrāfu 1 un 2 argumentu papildleņķus γ_1 un γ_2 līdz 180^o, velkam riņķi ar rādiusu R = 1 un iegūtos krustpunktus savienojam ar koordinātu sistēmas nullpunktu.

Frekvences, pie kurām izejas un ieejas signālu amplitūdas ir vienādas, sauc par nogriešanas frekvencēm ω_{n1} un ω_{n2} (5.17. att.). Tātad, ja ieejas signāla leņķiskā frekvence $\omega = \omega_n$, tad AVS pastiprinājuma koeficients pēc amplitūdas $W(\omega_n) = 1$.

Statisku AVS darbības kvalitāte parasti ir apmierinoša, ja $h_{\%} \geq 60\%$ un $\gamma_{\%} \geq 30\%$.

Redzam, ka optimizētās AVS stabilitātes rezerve pēc amplitūdas un fāzes ir lielāka salīdzinājumā ar bāzes variantu ($h_2 > h_1$ un $\gamma_2 > \gamma_1$). Tas panākts samazinot vaļējas sistēmas pārvades koeficientu ($K_2 < K_1$).

Kvalitātes rādītāju noteikšana. Pēc AVS stabilitātes rezerves rādītājiem var aprēķināt arī dažus galvenos kvalitātes rādītājus, piemēram, maksimālo pārregulējumu $\sigma_{max\%}$ un pārejas procesa laiku t_p. Svārstīgam pārejas procesam ar pārregulējumu $\sigma_{max\%}$ = (10 – 40)% var izmantot tuvinātas pusempīriskas izteiksmes.

Maksimālais pārregulējums, %:

$$\sigma_{\max\%} \approx a - b \cdot \gamma_{\%}, \qquad (5.28)$$

kur $\gamma_{\%}$ – stabilitātes rezerve pēc fāzes, procenti;

a = 49, b = 1.4 - sistēmai ar bezinerces atgriezenisko saiti ($W_{as}(s) = K_{as}$ = const.);

a = 93, b = 2.2 - sistēmai ar inerciālu atgriezenisko saiti ($W_{as}(s) = K_{as} /(T_{as} + 1)$).

Pārejas procesa laiks, s:

$$t_p \approx k_1 \cdot \frac{\pi \cdot (1 + k_2 \cdot \sigma_{\max\%})}{\omega_n}, \qquad (5.29)$$

kur ω_n – vaļējas AVS nogriešanas frekvence, s^{-1};

k_1 = 0.25, k_2 = 0.42 – korekcijas koeficienti bezinerces atgriezeniskajai saitei;

k_1 = 0.2, k_2 = 0.52 – korekcijas koeficienti inerciālai atgriezeniskajai saitei.

Analizējot izteiksmes (5.28 un 5.29), varam izdarīt secinājumus, ka, paaugstinot AVS stabilitātes rezervi, samazinās maksimālais pārregulējums un pārejas procesa laiks. AVS ātrdarbību var arī palielināt, paaugstinot nogriešanas frekvenci.

Naikvista kritērija galvenās priekšrocības:

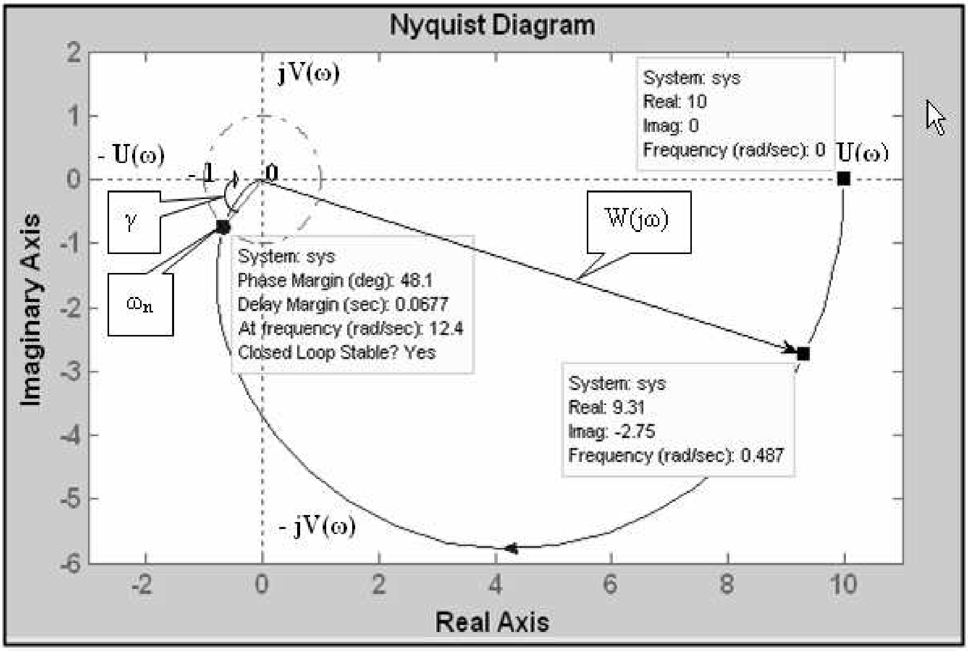
- var pētīt slēgtu AVS stabilitāti, izmantojot vaļēju sistēmu AFFR;
- frekvenču metodes priekšrocība – vizuālā uzskatāmība;
- var noteikt kvantitatīvi AVS stabilitātes rezervi pēc fāzes un amplitūdas, kas dod iespēju aprēķināt arī galvenos kvalitātes rādītājus.

Trūkums:

- Mainot AVS parametrus, Naikvista hodogrāfs deformējas, tādēļ jāveic tā pārrēķins katrai parametru izmaiņai.

Statiskas AVS stabilitātes un darbības kvalitātes analīzes piemērs.

Noteiksim statiskas AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti (5.5. att.) dažus stabilitātes un kvalitātes rādītājus, izmantojot Naikvista hodogrāfu (5.18. att).



5.18. att. **Naikvista hodogrāfs stabilai statiskai AVS ar pārtrauktu atgriezenisko saiti**

Pārtraucot atgriezenisko saiti, iegūstam vaļēju AVS, kuru apraksta pārvades funkcija W(s) (5.7, 185. lpp.). Veicot nelielus algebriskus pārveidojumus, funkciju (5.7) uzrakstām sekojošā formā:

$$W(s) = \frac{K}{T_i \cdot T_{obj} \cdot s^2 + (T_i + T_{obj}) \cdot s + 1} = \frac{K}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + 1}, \qquad (5.30)$$

kur K – vaļējas sistēmas pārvades koeficients;
T_i – izpildiekārtas laika konstante, s;
T_{obj} – vadības objekta laika konstante, s.

Ievietojot izteiksmē (5.30) s = jω , kur ω – AVS ieejas signāla leņķiskā frekvence, iegūstam vaļējas AVS frekvenču funkciju W(j ω) (5.15, 200. lpp.), kas, mainoties ω no 0 līdz ∞, apraksta rotējošu vektoru W(j ω) = W(ω)· $e^{-\varphi(\omega)}$, kura galapunkts attēlo vaļējas AVS amplitūdas fāzes frekvenču raksturlīkni(AFFR) jeb Naikvista hodogrāfu.

Lai iegūtu Naikvista hodogrāfa attēlu kompleksajā plaknē [±U(ω), ±jV(ω)], Matlab komandlogā ievadām vaļējas AVS pārvades funkcijas (5.30) koeficientus n = =[K] un m=[a_0 a_1 1], kā arī Naikvista hodogrāfa aprēķina un vizualizācijas komandfunkcijas sys = tf (n,m) un nyquist (sys) (5.19. att.).

Koeficientu skaitliskos lielumus izvēlamies no iepriekš veiktās analīzes (190. lpp.), kur K = 10; $a_0 = T_i \cdot T_{obj} = 0.1 \cdot 0.5 = 0.05$ s^2; $a_1 = T_i + T_{obj} = 0.1 + 0.5 = 0.6$ s. Veicot simulāciju, Matlab komandlogā iegūstam Naikvista hodogrāfa attēlu (5.18. att.).

Dotā vaļējā AVS ir otrās kārtas statiska sistēma, jo tās pašoperators ir otrās kārtas polinoms: $D(s) = a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + 1$. Vaļēja AVS ir stabila, jo pašoperatora visi koeficienti a_0 un a_1 ir pozitīvi skaitļi un tā kārta (n=2) ir augstāka par iedarbes operatora Q(s) = K kārtu (m =

0). Tā kā vaļējas AVS hodogrāfs neaptver punktu ar koordinātām (-1, j0), tad, atbilstoši Naikvista kritērijam, arī slēgta sistēma ir stabila.

Vaļējas AVS pastiprinājuma koeficients jeb modulis W(ω) ir vienāds ar vektora W(jω) garumu un to var aprēķināt pēc vektora galapunkta koordinātām: $W(\omega)=\sqrt{U(\omega)^2+V(\omega)^2}$. Ja ieejas signāla leņķiskā frekvence ω = 0, tad U(0) = K = 10, V(0)=0 un W(ω)=10. Palielinot ω, W(ω) samazinās. Ja ω→∞, W(ω)→0 (sk. 5.18. att.).

Redzam, ka vaļējās AVS hodogrāfs nešķērso negatīvo reālo skaitļu asi: -U(ω). Līdz ar to dotajai sistēmai stabilitātes rezerve pēc amplitūdas ir maksimāla: $h_{\%}$ = =(1/1)·100% = 100%. Tas nozīmē, ka sistēmas stabilitāti un darbības kvalitāti nosaka nogriešanas frekvence (ω_n = 12.4 s^{-1}), pie kuras W(ω) = 1, un stabilitātes rezerve pēc fāzes: $\gamma_{\%} = (\gamma^0/180^0)\cdot 100\% = (48.1^0/180^0)\cdot 100\% = 26.7\%$ (sk. 5.18. att.).

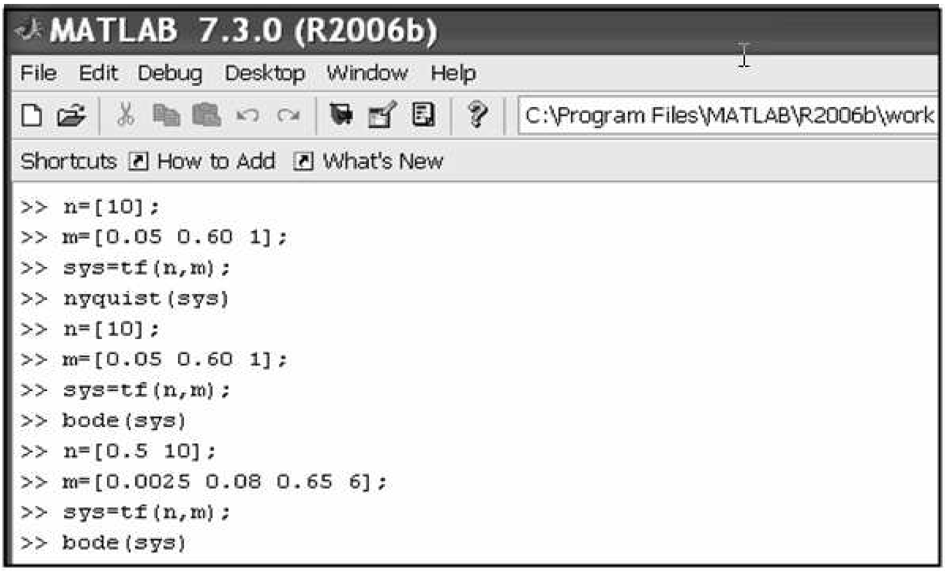
Noteiksim slēgtas AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti kvalitātes rādītājus – maksimālo pārregulējumu $\sigma_{max\%}$ un pārejas procesa laiku t_p, izmantojot tuvinātas pusempīriskas izteiksmes (5.28 un 5.29).

1. Maksimālais pārregulējums: $\sigma_{max\%} \approx 93-2.2\cdot\gamma_{\%} = 93-2.2\cdot 26.7\% \approx 34\%.$

2. Pārejas procesa laiks:

$$t_p \approx 0.2\cdot\frac{\pi\cdot(1+0.52\cdot\sigma_{max\,\%})}{\omega_n} = 0.2\cdot\frac{3.14\cdot(1+0.52\cdot 34)}{12.4} \approx 0.95\,s.$$

Iepriekš noteicām dotās AVS kvalitātes novērtējumus pēc slēgtas sistēmas raksturīgā vienādojuma sakņu izvietojuma kompleksajā plaknē (sk. 193. lpp.), kur ieguvām $\sigma_{max\%} \approx$ 32.7% un $t_p \approx$ 0.92 s. Aprēķinu rezultātiem, kas iegūti izmantojot algebriskos un frekvenču kritērijus ir pietiekami laba sakritība.



5.19. att. **Matlab komandlogā sastādīta programma Naikvista un Bodē frekvenču raksturlīkņu aprēķinam un vizualizācijai**

5.4.4. Bodē logaritmiskās frekvenču raksturlīknes

Hendriks V. Bodē 20. gs. 40-tajos gados izstrādāja AVS analīzes un sintēzes metodoloģiju, kura balstās uz vaļēju un slēgtu automātiskās vadības sistēmu logaritmisko frekvenču raksturlīkņu (LFR) pētīšanu. Iepriekš apskatītā amplitūdas fāzes frekvenču raksturlīkne (AFFR): $\mathbf{W(j\omega) = W(\omega)\cdot e^{-j\varphi(\omega)}}$ saista trīs lielumus – amplitūdu, fāzi un frekvenci. Līdz ar to amplitūdas $\mathbf{W(\omega)}$ un fāzes $\mathbf{\varphi(\omega)}$ atkarība no frekvences $\boldsymbol{\omega}$ ir komplekss rādītājs, kurā katrs no atkarīgajiem mainīgajiem lielumiem iekļauts apslēptā veidā.

Lai uzskatāmi parādītu amplitūdas un fāzes atkarību no frekvences, AFF raksturlīkni sadala divās autonomās raksturlīknēs:

- $\mathbf{W(\omega) = f_1(\omega)}$ – amplitūdas frekvenču raksturlīknē (AFR);
- $\mathbf{\varphi(\omega) = f_2(\omega)}$ **-** fāzes frekvenču raksturlīknē(FFR).

Lai parādītu AVS izejas signāla amplitūdas un fāzes izmaiņu plašā frekvenču diapazonā, leņķisko frekvenci izsaka logaritmiskā mērogā. Papildus leņķiskās frekvences mērvienībai-radiāni/sekundē, lieto arī divas citas mērvienības – oktāvu un dekādi. Oktāvai atbilst divkārtīga frekvences izmaiņa (no $\boldsymbol{\omega}$ līdz $\mathbf{2\omega}$), piemēram, $\omega_1 = 10\ s^{-1}$, $\omega_2 = 20\ s^{-1}$, bet dekādei – desmitkārtīga frekvences izmaiņa (no $\boldsymbol{\omega}$ līdz $\mathbf{10\omega}$), piemēram, $\omega_1 = 10^2\ s^{-1}$, $\omega_2 = 10^3\ s^{-1}$. Kā oktāvas, tā dekādes nogriežņa garums jebkurā abscisas (frekvenču) ass diapazonā ir nemainīgs lielums:

- **oktāva** $\mathbf{= \lg (2\cdot\omega) - \lg \omega = \lg 2 + \lg \omega - \lg \omega = \lg 2 \approx 0.31;}$
- **dekāde** $\mathbf{= \lg (10\cdot\omega) - \lg \omega = \lg 10 + \lg \omega - \lg \omega = \lg 10 = 1}$

kur lg – decimālais logaritms.

Oktāvai un dekādei, kā leņķiskās frekvences mērvienībām, ir nozīmīga loma AVS sintēzes uzdevumu risināšanā, projektējot atbilstošas korekcijas iekārtas.

AVS izejas signāla fāzes nobīdes leņķi $\mathbf{\varphi(\omega)}$ attiecībā pret ieejas signālu izsaka leņķa grādos, bet izejas un ieejas signālu amplitūdu attiecību jeb moduli $\mathbf{W(\omega)=A_{iz}(\omega)/A_{ie}}$ – decibelos.

Logaritmiskās amplitūdas frekvenču raksturlīknes (LAFR) moduļa W(ω) mērvienība - decibels aizgūta no akustikas un sakaru tehnikas. Tajās divu signālu jaudu salīdzināšanai izmanto mērvienības – Bels (B) un decibels (dB):

- divu signālu jaudas P_2 un P_1 atšķiras par vienu Belu, ja **lg (P2/P1) = 1** jeb **P2/P1 = 10;**
- divu signālu jaudas atšķiras par vienu decibelu, ja **lg (P2/P1) = 0.1** jeb **P2/P1= 1.26.**

Tātad viens Bels vienāds ar desmit decibeliem (1B = 10 dB). Šīs akustikā izmantotās mērvienības nosauktas par godu telefona izgudrotājam A. Bellam.

Automātiskās vadības praksē parasti kā informācijas nesējs tiek izmantota signālu amplitūda (strāvas stiprums, spriegums, temperatūra, rotācijas ātrums u.tml.), nevis jauda, t.i.,tiek salīdzinātas AVS un to komponentu izejas un ieejas signālu amplitūdas.

Vienkāršā piemērā varam pārliecināties, ka palielinot signāla amplitūdu 10 – kārtīgi, tā jauda pieaug 100 – kārtīgi. Pieņemsim, ka regulējamas elektriskās krāsns ieejas spriegums ir U_1 (V) un atbilstošā izejas jauda ir $P_1 = U_1^2 / R$ (W), kur R – elektriskā pretestība (Ω). Palielināsim ieejas signāla amplitūdu 10 reizes. Tad $U_2 = =10\cdot U_1$ un $P_2 = U_2^2 / R = 100\cdot U_1^2 / R$.

Izteiksim spriegumu un jaudu attiecību kā logaritmiskas funkcijas:

$$L_U = \lg \frac{U_2}{U_1} = \lg \frac{10 \cdot U_1}{U_1} = \lg 10 = 1B = 10\,dB,$$
$$L_P = \lg \frac{P_2}{P_1} = \lg \frac{100 \cdot P_1}{P_1} = \lg 100 = 2B = 20\,dB. \qquad (5.31)$$

Lai saglabātu akustikā un automātiskās vadības teorijā lietoto mērvienību fizikālo ekvivalenci, logaritmisko amplitūdas frekvenču funkciju **L(ω),** kas apraksta AVS logaritmisko amplitūdas frekvenču raksturlīkni (LAFR), izsaka decibelos izmantojot pārrēķina koeficientu – 20:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg \frac{A_{iz}(\omega)}{A_{ie}} = 20 \cdot \lg W(\omega). \qquad (5.32)$$

Ja AVS iedarbes operators Q(s) = K, tad pie frekvences ω = 0, modulis W (ω) = K un $L(0) = 20 \cdot \lg K$.

Skaitliski piemēri:

- W (ω = 0) = K = 10, L (0) = 20·lg K = 20· lg10 = 20 dB;
- W (ω = ω_n) = 1, L (ω_n) = 20·lg W (ω_n) = 20· lg1 = 0 dB;
- W (ω_1>ω_n) = 0.1, L (ω_1) = 20· lg W (ω_1) = 20· lg0.1 = -20 dB,

kur ω_n – nogriešanas frekvence, s^{-1}.

Lai pārrēķinātu signālu amplitūdu attiecību no decibeliem L (ω) uz absolūtajām vērtībām W (ω), izmantojam sakarību:

$$W(\omega) = 10^{\frac{L(\omega)}{20}}. \qquad (5.32)$$

Skaitliski piemēri:

- L (ω = 0) = 20 dB, W (0) = $10^{L(0)/20}$ = $10^{20/20}$ = 10;
- L (ω = ω_n) = 0 dB, W (ω_n) = $10^{L(\omega n)/20}$ = $10^{0/20}$ = 1;
- L (ω_1>ω_n) = -20 dB, W (ω_1) = $10^{L(\omega 1)/20}$ = $10^{-20/20}$ = 0.1.

Par godu AVS sintēzes frekvenču metožu pamatlicējam H.V.Bodē, logaritmiskās amplitūdas un fāzes frekvenču raksturlīknes tiek sauktas viņa vārdā par Bodē diagrammām jeb raksturlīknēm. Tā kā dotajā kursā netiek apskatīti AVS sintēzes jautājumi, tad pievērsīsimies tikai Bodē raksturlīkņu pielietojumam AVS analīzē.

Vispirms apskatīsim vaļējas otrās kārtas statiskas AVS (5.5. att.) Bodē raksturlīknes (5.20. att.), izmantojot atbilstošas Matlab funkcijas aprēķiniem un vizualizācijai.

Matlab komandlogā ievadām vaļējas AVS pārvades funkcijas (5.30) koeficientus n=[10] un m=[0.05 0.60 1], kā arī Bodē raksturlīkņu aprēķina un vizualizācijas komandfunkcijas sys = tf (n, m) un bode (sys) (5.19. att.).

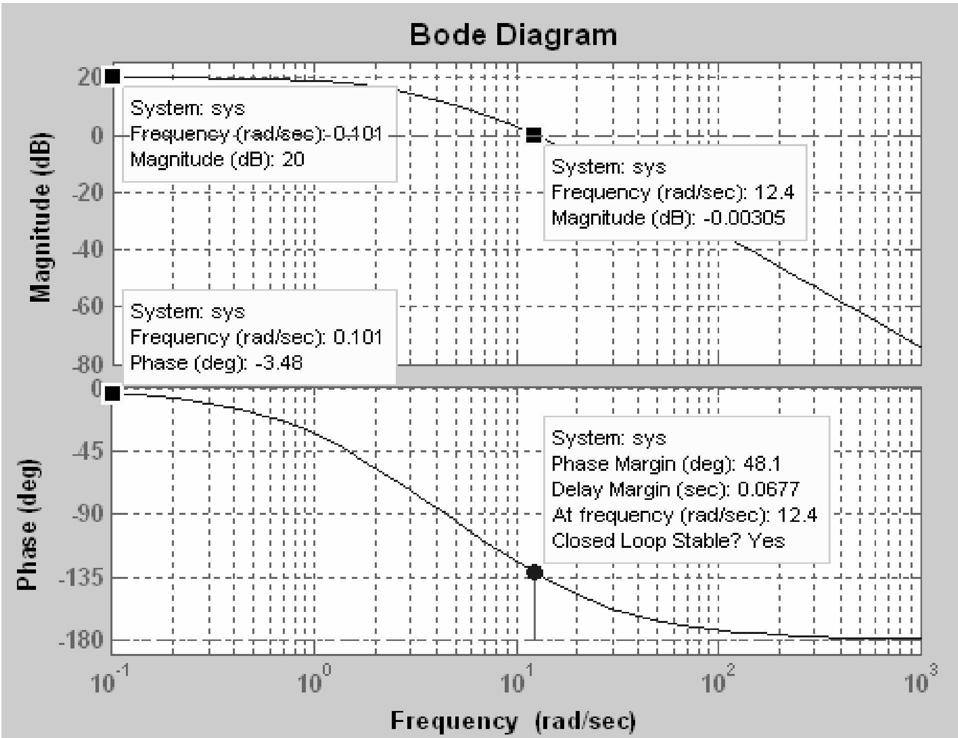
Ar „Enter" iegūstam Bodē frekvenču raksturlīknes (5.20. att.), kas attēlojas Matlab komandlogā. Frekvences-ω (Frequency), amplitūdas-L(ω) (Magnitude) un fāzes–φ(ω) (Phase) diapazoni tiek uzstādīti automātiski atbilstoši AVS inercei un jutībai. Pastāv iespēja Bodē diagrammu apstrādāt, pārveidot un papildināt ar informāciju, izmantojot papildfunkcijas, piemēram, „Properties".

Bodē raksturlīknes tiek iegūtas, izmantojot atbilstošo frekvenču funkciju matemātiskās izteiksmes:

$$L(\omega)=20\lg W(\omega)=20\lg\frac{K}{\sqrt{(1-a_0\omega^2)^2+(a_1\omega)^2}}=20\lg\frac{10}{\sqrt{1+0.26\omega^2+0.0025\omega^4}}, \qquad (5.33)$$

kur $a_0 = 0.05s^2$, $a_1= 0.60s$ – konstanti koeficienti;

$$\varphi(\omega) = -arctg\,\frac{a_1\cdot\omega}{1-a_0\cdot\omega^2} = -arctg\,\frac{0.60\cdot\omega}{1-0.05\cdot\omega^2}. \qquad (5.34)$$



5.20. att. **Bodē logaritmiskā amplitūdas frekvenču raksturlīkne L(ω) un fāzes frekvenču raksturlīkne φ(ω) vaļējai statiskai otrās kārtas vadības sistēmai**

Ievietojot izteiksmēs (5.33 un 5.34) brīvi izvēlētas frekvences ω, iegūsim Bodē raksturlīknes.

Visu frekvenču apgabalu var sadalīt trīs diapazonos- zemo frekvenču diapazonā, vidējo frekvenču diapazonā un augsto frekvenču diapazonā. Zemo frekvenču diapazonu nosacīti izvēlas sākot no $\omega = 0$ līdz frekvencei, pie kuras sistēmas pastiprinājuma koeficients W(ω) samazinās par 3 dB. Dotajā gadījumā varam pieņemt, ka zemo frekvenču diapazons ir $0 < \omega_z < 2$ (s^{-1}).

Zemo frekvenču diapazons faktiski neiespaido AVS pārejas procesu, jo attiecas uz tā beigu posmu, kad sistēma tuvojas stacionāram režīmam. Tas galvenokārt nosaka AVS precizitāti stacionārā stāvoklī, piemēram, statisko kļūdu.

AVS stabilitāti un darbības kvalitāti nosaka vidējo frekvenču diapazons ap nogriešanas frekvenci ω_n. Dotajai sistēmai nogriešanas frekvence, kam atbilst logaritmiskais pastiprinājuma koeficients L (ω_n) = 0 dB ir 12.4 s^{-1} (5.20. att.). Nosacīti izvēlamies vidējo frekvenču diapazonu apgabalā ap nogriešanas frekvenci, piemēram, $3<\omega_v<30$ (s^{-1}). Atzīmējot **nogriešanas frekvencei ω_n = 12.4 s^{-1}** atbilstošo punktu uz fāzes frekvences raksturlīknes, iegūstam sistēmas stabilitātes rezervi pēc fāzes **(Phase Margin): γ = 48.1°**, kam atbilst laika rezerve **(Delay Margin): $t_r = (\pi \cdot \gamma)/(\omega_n \cdot 180^o) = (3.14 \cdot 48.1^o)/(12.4 \cdot 180^o) = 0.0677$s**. Izsakot procentos: **$\gamma_{\%} = (48.1^o/180^o) \cdot 100\% = 26.7\%$**. Rezultāti sakrīt ar tiem, kurus ieguvām izmantojot Naikvista hodogrāfu (5.18. att.). Savukārt sistēmas izejas signāla fāze jeb aizkavēšanās leņķis attiecībā pret ieejas signālu ir **$\varphi(\omega_n) = 180^o - 48.1^o = 131.9^o$**.

Lai noteiktu maksimālo pārregulējumu **$\sigma_{max\%}$** un pārejas procesa laiku **t_p** slēgtai AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti, var izmantot tuvinātās formulas (5.28 un 5.29).

Vaļējas sistēmas LAFR noliece pret abscisas asi pie nogriešanas frekvences dod iespēju novērtēt pārejas procesa raksturu. Šo nolieci izsaka decibelos uz oktāvu vai dekādi. Ja, piemēram, raksturlīknes noliece ir - 20 dB/dekādi, tad pārejas process ir tuvs aperiodiskam vai ar nelielu pārregulējumu. Dotās sistēmas LAFR noliece pie nogriešanas frekvences ir lielāka par - 20 dB/dekādi, tāpēc pārejas process ir svārstīgs.

Augstās frekvences $\omega_a>100$ (s^{-1}) nedaudz iespaido AVS pārejas procesa sākumu, proti, tā aizkavēšanos pirms paātrināšanās, kuru savukārt nosaka vidējās frekvences.

Aptverot otrās kārtas statisku AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti, iegūst trešās kārtas slēgtu sistēmu, kuru apraksta pārvades funkcija (5.10) ar iedarbes operatoru $Q(s)= b_0s + b_1$ un pašoperatoru $D(s)= a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3$, kur $b_0 = 0.5$ s; $b_1 = 10$; $a_0 = 0.0025$ s^3; $a_1 = 0.08$ s^2; $a_2 = 0.65$ s; $a_3 = 6$ – konstanti koeficienti.

Ievietojot pārvades funkcijā (5.10) s = jω un izdarot matemātiskus pārveidojumus, iegūstam slēgtas AVS frekvenču funkciju, kas apraksta slēgtas sistēmas AFFR:
$\Phi(j\omega) = \Phi(\omega) \cdot e^{-j\varphi s(\omega)}$, kur **$\Phi(\omega) = A_{izs}(\omega)/A_{ie}$ –** slēgtas sistēmas modulis jeb pastiprinājuma koeficients; **$A_{izs}(\omega)$ –** slēgtas sistēmas izejas signāla amplitūda; **$\varphi_s(\omega)$ -** slēgtas sistēmas arguments jeb fāze, rad.

Bodē raksturlīknes slēgtai sistēmai parādītas 5.21. attēlā. Lai tās iegūtu, Matlab komandlogā ievadām slēgtas AVS pārvades funkcijas (5.10) koeficientus n=[0.5 10] un m=[0.0025 0.08 0.65 6], kā arī Bodē raksturlīkņu aprēķina un vizualizācijas komandfunkcijas sys = tf (n, m) un bode (sys) (5.19. att.).

Matlab komandlogā iegūstam Bodē diagrammu, kas sastāv no slēgtas sistēmas logaritmiskās amplitūdas frekvenču raksturlīknes (LAFR) – **$L_s(\omega) = 20 \cdot \lg \Phi(\omega)$ (**decibelos) un logaritmiskās fāzes frekvenču raksturlīknes (LAFR) - **$\varphi_s(\omega) = f(\omega)$ (**leņķa grādos), kur leņķiskā frekvence **ω**(rad/s) atlikta logaritmiskā mērogā (5.21. att.).

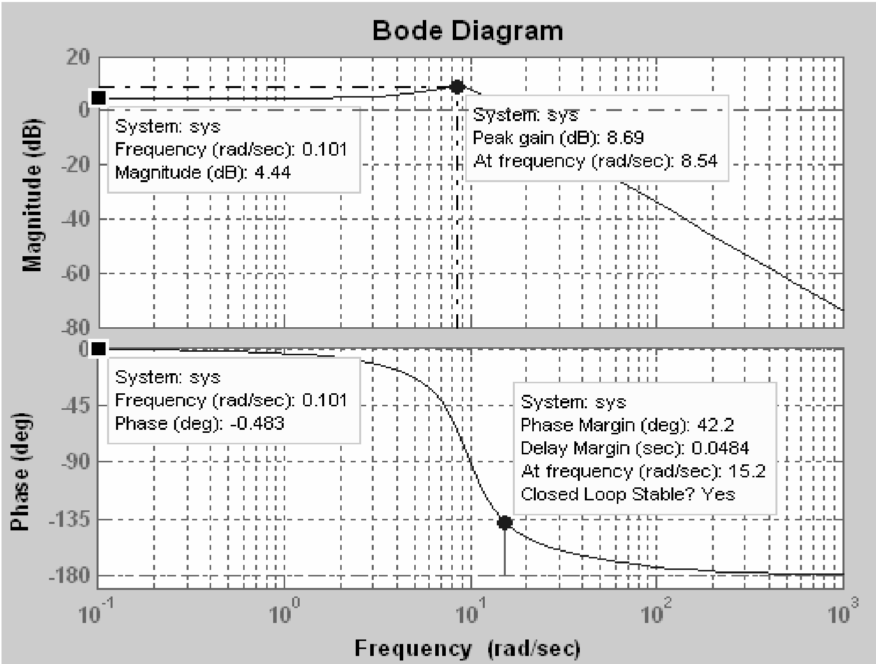
Slēgtas sistēmas LAF raksturlīknei raksturīgs maksimuma pīķis: **$L_s(\omega_r)$ = 8.69 dB** pie frekvences **ω_r = 8.54 s^{-1}**, ko sauc par rezonanses frekvenci. Pie **ω = 0** sistēmas logaritmiskais pastiprinājuma koeficients: **$L_s(0)$ = 4.44 dB** ir minimāls. Izmantojot sakarību (5.32), noteiksim slēgtas AVS absolūtos pastiprinājuma koeficientus:

$$\Phi(0) = 10^{\frac{L_s(0)}{20}} = 10^{\frac{4.44}{20}} = 1.67, \ \Phi(\omega_r) = 10^{\frac{L_s(\omega_r)}{20}} = 10^{\frac{8.69}{20}} = 2.72 .$$

Slēgtas AVS stabilitātes rezervi un kvalitāti var novērtēt ar svārstīguma rādītāju: **$M=\Phi(\omega_r)/\Phi(0) = 2.72/1.67=1.63$.** AVS stabilitātes rezerve ir pietiekama un kvalitāte ir laba, ja $1.1 \le M \le 1.5$. Redzam, ka dotās AVS kvalitāte nav pietiekami laba.

Rezonanses pīķis norāda, ka pārejas process ir svārstīgs. Jo lielāks M, jo AVS ir svārstīgākā. Ja M ≤ 1, pārejas process ir aperiodisks. Izmantojot slēgtas sistēmas LAFR, var aptuveni novērtēt svārstīga pārejas procesa kvalitātes rādītājus:

$$\sigma_{\max}\% \approx \frac{0.8\cdot\Phi(\omega_r)-\Phi(0)}{\Phi(0)}\cdot 100\% \quad un \quad t_p \approx \frac{(0.9-1)\pi\cdot\Phi(\omega_r)}{\omega_r} \tag{5.35}$$



5.21. att. **Bodē logaritmiskā amplitūdas frekvenču raksturlīkne $L_s(\omega)$ un fāzes frekvenču raksturlīkne $\varphi_s(\omega)$ slēgtai AVS ar inerciālu atgriezenisko saiti**

Literatūra

1. A. Šnīders. Kokapstrādes automatizācija. – Rīga: Avots, 1989. – 158 lpp.

2. A. Šnīders. Ripzāģmašīnu automatizācija: Mācību līdzeklis. – Jelgava: LLA, 1990. – 72 lpp.

3. A. Šnīders. Tehnoloģisko procesu automatizācijas teorētiskie pamati: Mācību līdzeklis. – Jelgava: LLA, 1986. – 67 lpp.

4. Automātisko sistēmu elementi un ierīces / sast. A.Šnīders, P.Leščevics, A.Galiņš. - Jelgava: LLU, 2002. - 67 lpp.

5. V. Klimavičius. Automātiskā vadība. – Rīga: RTU, 2002. – 231 lpp.

6. I. Raņķis. Regulēšanas teorijas pamati. – Rīga: RTU, 1998. - 90 lpp.

7. J.Osis. Automātiskā vadība un regulēšana. – R.: Zvaigzne, 1969.- 267 lpp.

8. A.Šulcs. Datortehnika un ražošanas automatizācija. – Rīga: RTU, 1995.- 103 lpp.

9. E. Dzelzītis. Siltuma, gāzes un ūdens inženiersistēmu automatizācijas pamati. - Rīga: Gandrs, 2005. - 414 lpp.

10. J.Greivulis, I. Raņķis. Iekārtu vadības elektroniskie elementi un mezgli. – Rīga: Avots, 1997. – 288 lpp.

11. C.Smith, A.Corripio. Principles and Practice of Automatic Process. Control.- New York: John Willey & Sons Inc., 1997.- 768 p.

12. Луъе Б.Я., Энрайт П.Дж. Классические методы автоматического управления/ Под ред. А.А.Ланнэ. - СПб.: БХВ - Петербург, 2004. – 640с.

13. Наладка средств автоматизации и автоматических систем регулирования - Справочное пособие./ Под ред. А.С.Клюева. - М.: Энергоатомиздат, 1989 - 368с.

14. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. - СПб.: БХВ - Петербург, 2005. – 320с.

15. Черных И.В. SIMULINK : среда создания инженерных приложений. - М.: Диалог - МИФИ, 2004. – 496с.