

**Imants Ziemelis
Aivars Kaķītis
Laimonis Dominieks**

MATERIĀLU PRETESTĪBA

I.ZIEMELIS, A.KAČĪTIS, L.DOMINIEKS

M A T E R I Ā L U P R E T E S T Ī B A

Mācību grāmata

JELGAVA 2008



Mācību grāmata sagatavota un izdota ESF projekta „Inženierzinātņu studiju satura modernizācija Latvijas Lauksaimniecības universitātē” ietvaros, projektu līdzfinansē Eiropas Savienība.

Ziemelis I., Kaķītis A., Dominieks L. **Materiālu pretestība.** Jelgava: LLU, 2008. – 376 lpp.

ISBN 978-9984-784-77-9

© Imants Ziemelis, Aivars Kaķītis, Laimonis Dominieks

© LLU Tehniskā fakultāte

SATURS

Priekšvārds.....	6
1. nodaļa. Pamatjēdzieni	7
1.1. Materiālu pretestības priekšmets un tā pamatuzdevumi	7
1.2. Reālais objekts un aprēķina shēma	8
1.3. Materiālu pretestības pamathipotēzes	9
1.4. Ārējie un iekšējie spēki	10
1.5. Šķēluma metode	11
1.6. Iekšējo spēku faktoru epīras pamatslogojumiem	15
1.7. Diferencialsakarības liecē	16
1.8. Spriegumu jēdziens un to iedalījums	45
1.9. Šķēlumu laukumu ģeometriskie raksturotāji	48
1.9.1. Šķēluma laukums	48
1.9.2. Laukumu statiskie momenti	48
1.9.3. Laukumu aksiālie inerces momenti	51
1.9.4. Sakarības starp inerces momentiem dažādās koordinātu sistēmās	52
1.9.5. Galvenās asis un galvenie inerces momenti	56
1.9.6. Inerces rādiusi un pretestības momenti	59
2. nodaļa. Stiepes (spiedes) slogojums	64
2.1. Spriegumi un deformācijas	64
2.2. Stiepes (spiedes) diagramma plastiskiem materiāliem	67
2.3. Huka likums	73
2.4. Virsmas spiede	75
2.5. Pieļaujamie spriegumi	76
3. nodaļa. Saliktais spriegumstāvoklis	77
3.1. Jēdziens par spriegumstāvokli	77
3.2. Spriegumi stiepta stieņa šķēlumos	78
3.3. Spēku darbības neatkarības likums	81
3.4. Plaknes un telpas spriegumstāvokļi	82
3.5. Galvenie spriegumi	84

3.6. Vispārinātais Huka likums	86
3.7. Deformācijas tīrās bīdes slogojumā	88
3.8. Cīrpes (bīdes) slogojums	91
3.9. Stiprības teorijas	92
3.10. Deformāciju un spriegumu mērīšana	96
4. nodaļa. Vērpe	107
4.1. Apaļstieņu vērpe	107
4.2. Deformācijas apaļstieņu vērpē	111
4.3. Neapaļu stieņu vērpe	115
4.4. Statiski nenoteicami uzdevumi vērpē	127
4.5. Plānsienu noslēgta un nenaslēgta profila stieņu vērpe	129
5. nodaļa. Liece	132
5.1. Tīrās lieces slogojums	132
5.2. Lieces normālie spriegumi	133
5.3. Lieces tangenciālie spriegumi	136
5.4. Stiprības aprēķini liecē	141
5.5. Racionāls sijas šķērsriezuma izveidojums	145
5.6. Vienādas pretestības siju liece	149
5.7. Salikto siju aprēķins	152
5.8. Lieces centrs	157
5.9. Līkas sijas liece	161
5.10. Sijas liektās ass diferenciālvienādojums un tā integrēšana	165
6. nodaļa. Elastīgie pārvietojumi	181
6.1. Sistēmas potenciālā enerģija	181
6.2. Maksvela teorēma par pārvietojumu savstarpīgumu	184
6.3. Kastiljano teorēma	187
6.4. Kastiljano formula	189
6.5. Mora integrālis	191
6.6. Vereščagina paņēmieni	198
6.7. Pārvietojumu noteikšana ar Simpsona formulu	205
6.8. Deformācijas no temperatūras izmaiņas	223

7. nodaļa. Saliktie slogojumi	226
7.1. Greizā liece	227
7.2. Ekscentriskā spiede (stiepe)	233
7.3. Vienlaicīga lieces un vērpes darbība apaļstieņos	248
8. nodaļa. Statiski nenoteicamas sistēmas	264
8.1. Statiskā nenoteicamība	264
8.2. Spēku metodes kanoniskie vienādojumi	265
8.3. Epūru zīmēšana statiski nenoteicamām sistēmām	269
9. nodaļa. Ļodze	277
9.1. Konstrukciju stabilitāte	277
9.2. Kritiskā spēka noteikšanai	278
9.3. Šķēsgriezuma izvēle pēc noturības nosacījuma (projekta aprēķins)	283
9.4. Vienlaicīgs lieces un ļodzes slogojums	303
10. nodaļa. Dinamiskās slodzes	306
10.1. Inerces spēku ievērtēšana aprēķinos	306
10.2. Elastīgās svārstības	309
10.3. Stiprības aprēķini elastīgu svārstību slogojumā	315
10.4. Trieciena slodze	317
11. nodaļa. Laikā mainīgi spriegumi	321
11.1. Jēdziens par materiāla nogurumu	321
11.2. Materiālu izturība pie laikā mainīgiem spriegumiem	322
11.3. Nogurums simetriskā ciklā	325
11.4. Nogurums nesimetriskā ciklā	327
11.5. Aprēķini saliktā slogojumā	328
1. pielikums. Karsti velmētā tērauda profilu sortiments	331
2. pielikums. Auksti velmētā tērauda profilu sortiments	348
3. pielikums. Eiropas normatīvu profili	366
Literatūra	376

PRIEKŠVārds

Grāmata paredzēta kā mācību līdzeklis Latvijas Lauksaimniecības universitātes tehnisko fakultāšu studentiem. Tā var būt noderīga arī citu augstskolu studentiem un inženiertehniskajiem darbiniekiem, kuriem ir saskare ar konstrukciju aprēķiniem, un būt par pamatu tādu inženiertehnisko priekšmetu apguvei kā mašīnu elementi, būvkonstrukcijas u.c.

Grāmatā līdzās teorētiskā materiāla izklāstam doti virkne praktisku piemēru biežāk sastopamo konstrukcijas elementu slogojumu shēmu aprēķiniem, kas var būt sevišķi noderīgi nepilna laika studentiem mācību vielas patstāvīgai apguvei. Skaitlisko lielumu mērīšanai pamatā lietota starptautiskā mērvienību sistēma SI. Apskatītas tikai raksturīgākās un konstruktoru praksē plašāk lietotās konstrukciju elementu aprēķinu metodes.

Autori ir centušies ieturēt iepriekšējās latviešu valodā izdotās mācību grāmatas (E.Lavendelis, A.Valdmanis. Materiālu pretestība. Rīga, Zvaigzne, 1970., 495 lpp.) izklāsta stilu, materiāla iedalījumu un lielumu apzīmējumus, izņemot tādus kā spēks, šķēluma laukums, vērpes moments un vēl dažus citus. Grāmatā nav iekļautas tās nodaļas, kuras saskaņā ar LLU inženierzinātņu specialitāšu studentu materiālu pretestības programmām, neapskata.

Grāmatu sarakstījuši LLU Mehānikas institūta mācībspēki Imants Ziemeļis - 1., 2., 6. un 8. nodaļu, Aivars Kaķītis - 3., 10. un 11. nodaļu, pārējās – Laimonis Dominieks.

1. nodaļa

PAMATJĒDZIENI

1.1. MATERIĀLU PRETESTĪBAS PRIEKŠMETS UN TĀ PAMATUZDEVUMI

Materiālu pretestība pieder pie inženiertehniskām pamatdisciplīnām. Tā ir viens no sarežģītākajiem tehniskajās fakultātēs apgūstamajiem mācību priekšmetiem.

Materiālu pretestība ir zinātne par mašīnu un būvkonstrukciju elementu stiprību. Ar jēdzienu stiprība apzīmē visu to īpašību kopumu, kur izpaužas konstrukcijas elementu pretestība ārējo spēku iedarbībai. Tādēļ lieto arī otro nosaukumu – materiālu stiprība. Materiālu stiprība mašīnu vai būvkonstrukciju elementā izpaužas: izturībā, stingumā un noturībā. Ķermeni sauc par izturīgu, ja tas var izturēt doto slodzi ar noteiktu drošību. Ķermenim ir nepieciešamais stingums, ja tā deformācijas atrodas noteiktās robežās. Ķermenim ir nepieciešama noturība, ja pie dotās slodzes tas saglabā savu līdzsvara sākotnējo formu. Piemēram, gari spiesti stieņi var izļodzīties, ja spiedes spēks ir pārāk liels.

Materiālu pretestības atziņas dod iespēju izvēlēties detaļu izgatavošanai racionālāko materiālu, aprēķināt konstrukciju elementu nepieciešamos izmērus, garantējot tās drošību pie minimālā svara. Konstrukcijas drošības un ekonomijas prasības ir savstarpēji pretrunīgas. Konstrukcija būs izturīgāka un līdz ar to drošāka, ja tās elementi būs ar lielākiem izmēriem un izgatavoti no izturīgāka materiāla, kas parasti ir dārgāks, un otrādi. Pretruna starp konstrukcijas drošību un materiāla taupīšanu veicina materiālu stiprības zinātnes attīstību, liek konstruktoriem meklēt izdevīgākus atrisinājumus konkrētos ražošanas apstākļos.

Materiālu pretestība ir cieši saistīta ar teoriju un praksi. Savā teorētiskajā daļā tā balstās uz teorētisko mehāniku, sevišķi statiku (spēku noteikšana), un matemātiku (diferenciālrēķini, integrālrēķini, rindas, diferenciālvienādojumi), bet praktiskajā – uz fiziku (cietu ķermeņu uzbūve) un materiālu zinību (materiālu īpašības). Materiālu pretestība savukārt noder par pamatu mašīnu elementu kursam u. c. speciālām

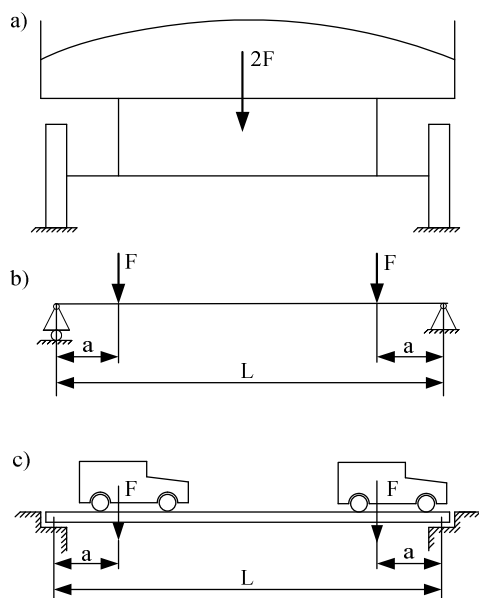
disciplīnām. Materiālu pretestības uzdevumu risināšanā plaši tiek izmantota modernā skaitļošanas tehnika.

Materiālu pretestības pamatzdevums ir izmantojot teorētiskajā mehānikā iegūtās zināšanas par spēkiem, to saskaitīšanu, sadalīšanu komponentēs, balstu reakciju aprēķināšanu pēc zināmas pieliktās ārējās slodzes, u.c. likumus, dot metodes konstrukciju elementu materiālu racionālai izvēlei un to nepieciešamo izmēru noteikšanai. Ja teorētiskajā mehānikā materiāli tika uzskatīti par absolūti cietiem, tad materiālu pretestība apskata reālus, pieliktās ārējās slodzes darbības rezultātā deformējošos materiālus.

Materiālu pretestība, kā zinātne, nepārtraukti attīstās saistībā ar matemātikas, fizikās, materiālu zinātnes, skaitļošanas tehnikas u.c. zinātnes nozaru sasniegumiem.

1.2. REĀLAIS OBJEKTS UN APRĒĶINA SHĒMA

Par reālo objektu sauc aprēķināmo konstrukciju vai tās elementu. Aprēķinos bieži vien nav nepieciešama zināt visas reālā objekta īpatnības (piemēram, krāsu, virsmas



1.1. att. Reālais objekts
(a) un (c), aprēķina shēma (b).

apstrādes gluduma pakāpi u.c.), tāpēc reālo objektu aizstāj ar t.s. aprēķina shēmu. Aprēķina shēmā uzrāda visu nepieciešamo konstrukcijas vai tās elementa aprēķinam (ārējo slodzi, balstus un to reakcijas, attālumus). Atkarībā no aprēķina uzdevuma, vienam reālam objektam var būt vairākas aprēķina shēmas, un otrādi, viena aprēķina shēma var noderēt vairāku reālo objektu aprēķiniem. Tāpēc materiālu pretestība apskata un izstrādā aprēķinu metodes un metodikas dažādām praksē visbiežāk sastopamām aprēķina shēmām, kuras var pielietot konkrēto reālo objektu aprēķiniem (1.1. att.). Kombinējot dažādas

aprēķina shēmas iespējams veikt visus nepieciešamos konstrukcijas aprēķinus. Izvēloties aprēķina shēmu ir rūpīgi jāpārdomā, kādus reālā objekta parametrus konkrētajā aprēķinā var neievērot, lai nerastos kļūdas un tiktu ievērota nepieciešamā aprēķina precizitāte.

Konstrukciju pamatelementi ir stieņi, plāksnes un masīvi. Par stieni sauc konstrukcijas elementu, kura šķērsriezuma izmēri daudzkārt mazāki par tā garumu. Stieņi var būt ar taisnu, telpā liektu vai lauztu asi. Stieni vai tā posmus aprēķina shēmās parasti attēlo ar vienu līniju – stieņa asi. Par stieņa asi sauc līniju, kas savieno visus tā šķēlumu laukumu smagumcentrus. Stienis ir materiālu pretestības pētīšanas galvenais objekts. Par plāksni sauc konstrukcijas elementu, kas veidots no divām savstarpēji paralēlām virsmām, attālums starp kurām ir neliels, salīdzinot ar pārējiem izmēriem. Par masīvu sauc konstrukcijas elementu, kura lineārie izmēri ir vienas kārtas.

1.3. MATERIĀLU PRETESTĪBAS PAMATHIPOTĒZES

Materiālu pretestība ir zinātne ar teorētiski praktisku ievirzi. Tā dod projektēšanas praksei ērti izmantojamas metodes un formulas visdažādāko konstrukciju un to elementu aprēķiniem. Lai aprēķinus vienkāršotu, materiālu pretestībā nereti izmanto vairākus pieņēmumus jeb hipotēzes, kuras aprēķinus ļauj vienkāršot to precizitāti praktiski nesamazinot. Tiek pieņemts, ka

- konstrukciju un to elementu materiāls ir ar nepārtrauktu uzbūvi. Īstenībā jebkurš materiāls tā molekulārās uzbūves dēļ nav gluži nepārtraukts. Ar šo pieņēmumu tiek ignorēta vielu atomārā struktūra, bet tā kā konstrukciju izmēri daudzkārt pārsniedz attālumus starp atsevišķiem atomiem, tad kļūda, kas veidojas, ir neliela. Šis pieņēmums nozīmē, ka materiāla īpašības nemainās, lai arī cik maza materiāla daļiņa tiek apskatīta, un tas, savukārt, dod iespēju reālu deformējamu ķermeņu aprēķinu veikšanai pielietot matemātiskā pazīstamās bezgalīgi mazu lielumu analīzes metodes;
- materiāls ir viendabīgs (izotrops). Šī hipotēze dod iespēju uzskatīt, ka materiāla īpašības visos tā punktos un virzienos ir vienādas. Tas labi attiecināms uz

metāliem ar smalkgraudainu struktūru, bet tādiem materiāliem, kā koks, dzelzsbetons, plastmasas, akmens, u.c. šo hipotēzi var pielietot ne vienmēr, jo šie materiāli ir anizotropi;

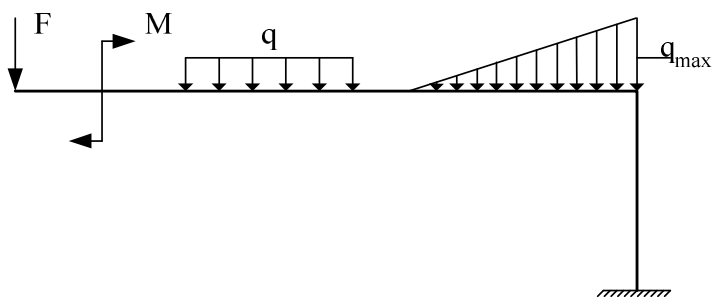
- ķermenī pirms slodzes pielikšanas nav iekšējās sākuma piepūles. Taču ir zināms, ka, piemēram, nepareizas žāvēšanas rezultātā kokmateriāli plaisā un deformējas. Arī nepareiza tērauda detaļu rūdīšana izsauc to deformēšanos. Strauji žāvējot betona lējumi plaisā utt. Šīs deformācijas izsauc materiālā esošie iekšējie spēki;
- ja materiālu slogo ar ārējos slodzi, tad tajā parādās t.s. iekšējie vai elastības spēki, kuri pretojas konstrukcijas vai tās elementa deformācijām – izmēru un formas maiņai.

Ir sastopamas vēl citas hipotēzes vai pieņēmumi, tādi kā koncentrētas slodzes jēdziens, spēku darbības neatkarības princips u.c., taču vajadzīgās aprēķinu precizitātes nodrošināšanai, kur tas nepieciešams, šīs hipotēzes radītā neatbilstība tiek novērsta izmantojot speciālas aprēķina metodes vai attiecīgus koeficientus.

1.4. ĀRĒJIE UN IEKŠĒJIE SPĒKI

Spēka jēdziens kvantitatīvi raksturo viena ķermeņa iedarbības intensitāti uz otru ķermeni vai kāda ķermeņa atsevišķo daļu savstarpējo iedarbību. Pirmajā gadījumā spēkus sauc par ārējiem spēkiem vai slodzēm, bet otrajā gadījumā – par iekšējiem vai elastības spēkiem. No teorētiskās mehānikas zināms, ka dabā sastopami tikai virsmas un tilpuma spēki. Ķermeņi savstarpēju iedarbojas tieši saskaroties (virsmas spēki) vai ar spēku lauku (tilpuma spēki) palīdzību. Šo spēku intensitāti parasti apzīmē ar burtu q . Virsmas spēki var būt izkliedēti pa līniju (nesošās griestu un grīdas sijas, dzelzceļa sliede u.c.) vai virsmu (sniega sega uz jumta, vēja iedarbība uz ēkas sienu, ūdens spiediens uz trauka dibenu utt.). To mērvienība ir attiecīgi N/m , kN/m , ..., N/m^2 , kN/m^2 . Tilpuma spēki iedarbojas uz visu ķermeņa tilpumu (gravitācijas spēks, magnētiskais lauks). To mērvienība ir N/m^3 , kN/m^3 . Izkliedētā slodze pa līniju un laukumu var būt sadalīta vienmērīgi vai nevienmērīgi. Piemēram, sniega segas spiediens uz plakanas virsmas var būt vienmērīgs vai nevienmērīgs. Ūdens spiediens uz trauka dibenu būs

vienmērīgs, bet uz tā sienām – nevienmērīgs. Materiālu pretestībā, tāpat kā mehānikā, bieži izmanto koncentrētas slodzes jēdzienu, kuru apzīmē ar burtiem F , P , R , G , Q vai citiem. Par koncentrētu slodzi sauc pa ļoti mazu virsmas laukumu darbojošās izkliedētas slodzes kopspēku. Piemēram, lodīšu gultņa lodītes spiediens uz gultņa gredzenu, dzelzceļa vagona rietņa spiediens uz sliedi u.c. Kā redzam, koncentrēta spēka jēdziens ir nosacīts lielums. Taču, ja izkliedētās slodzes iedarbības laukums ir neliels, salīdzinot ar kontaktā esošo objektu izmēriem, tad šāds pieņēmums ir pieļaujams. Kādā konkrētā šķēlumā pielikta lieces momenta radīto slodzi parasti attēlo ar spēkpāri un apzīmē ar burtu M (1.2. att.).



1.2. att. Ārējo slodžu veidi:

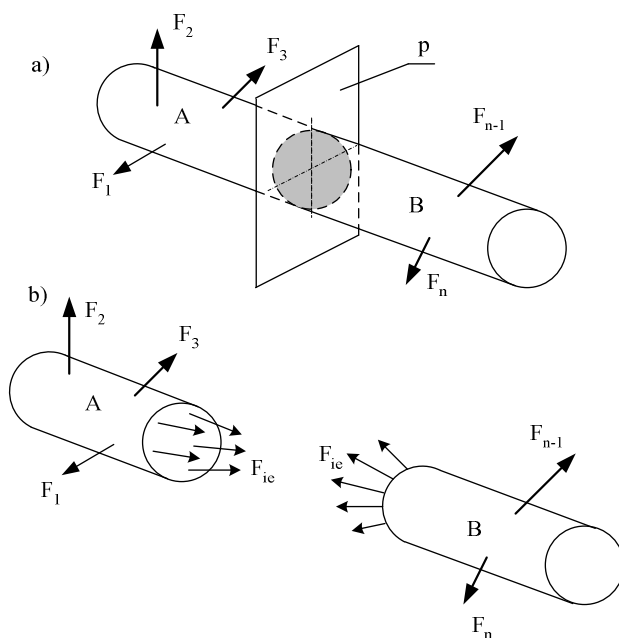
F - koncentrēta slodze, M - lieces moments (spēkpāris), q - pa līniju vienmērīgi izkliedētās slodzes intensitāte, $q_{\max}$ - pa līniju nevienmērīgi izkliedētās slodzes maksimālā vērtība.

1.5. ŠĶĒLUMA METODE

Jebkuras konstrukcijas elementa stiprību – spēju nesabrūkot pretoties ārējās slodzes iedarbībai, nosaka savstarpējās iedarbības iekšējie spēki un momenti starp atsevišķām šī elementa daļām. Iekšējos spēkus un momentus sauc par iekšējo spēku faktoriem. Tos izraisa ārējā slodze. Ārējo slodzi noņemot, iekšējo spēku faktori izzūd. Iekšējo spēku faktoru noteikšanai pielieto t.s. šķēluma metodi. Lai ar to iepazītos, apskatām stieni, slogotu ar ārējo slodzi - spēkiem $F_1 \dots F_n$ (1.3. att. a). Saskaņā ar šķēluma metodi rīkojas sekojoši:

1. Stieni iedomāti šķeļ ar plakni p perpendikulāri stieņa asij vietā, kur jānosaka iekšējo spēku faktori.

2. Nosacīti atmet vienu no atšķeltajām daļām. Lai aprēķins būtu vienkāršāks, atmet to daļu, uz kuru darbojas sarežģītāka ārējo spēku sistēma.
3. Atmestās daļas iedarbību uz palikušo daļu aizstāj ar iekšējo spēku faktoriem.
4. Sastāda statikas līdzsvara vienādojumus palikušajai daļai un tos atrisinot, atrod iekšējo spēku faktorus.



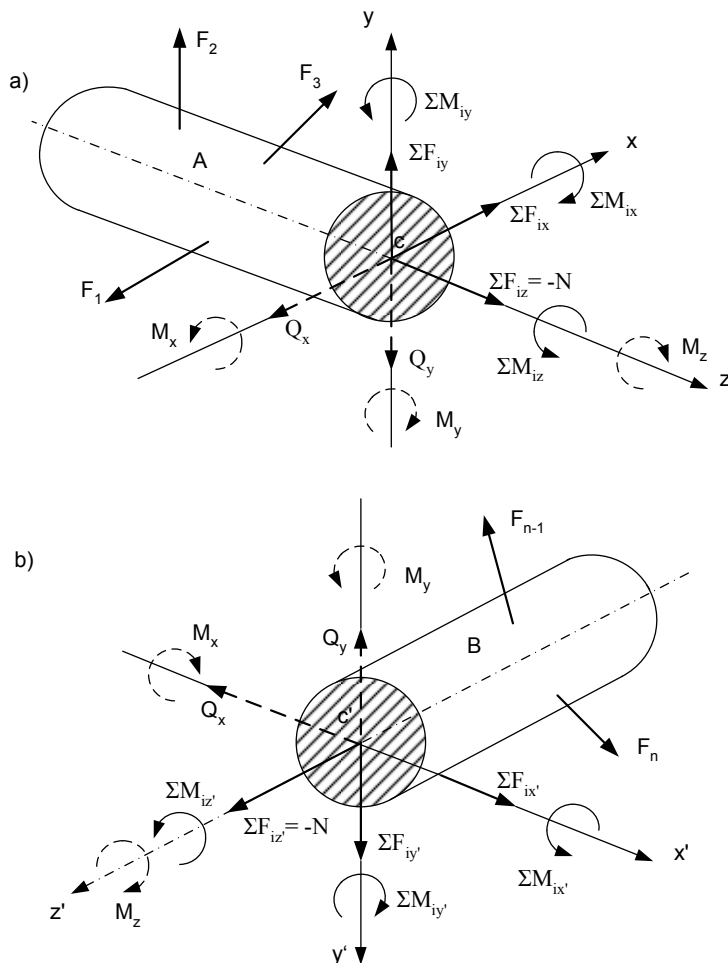
1.3. att. **Šķēluma metode:**
a) - stieņa šķēlums ar plakni; b) - iekšējie spēki.

Ja no ķermeņa, kas atrodas līdzsvarā, ar šķēluma metodi iedomāti atdalām kādu no daļām, un atšķeltās daļas iedarbību uz palikušo ievērojam pieliekot šķēlumos iekšējo spēku faktorus, tad līdzsvarā atrodas arī iedomāti atšķeltā daļa (1.3. att. b).

No apskatāmās daļas līdzsvara noteikumiem nosaka iekšējo spēku rezultējošā spēka projekcijas uz asīm x , y un z , kā arī lieces un vērpes momentus ap šīm asīm.

Apskatām sijas daļu A , atmetot no šķēluma plaknes p pa labi esošo daļu B (1.4. att. a). Atmestās daļas B iedarbību uz palikušo daļu A aizstājam ar iekšējo spēku

faktoriem. Lai sastādītu iekšējo spēku faktoru aprēķina izteiksmes (līdzsvara vienādojumus), apskatāmās daļas šķēluma smagumcentrā zīmē taisnleņķa labās vītnes koordinātu sistēmas x, y, z sākpunktu.



1.4. att. Šķēluma metode:

a) - ārējā slodze un iekšējo spēku faktori stieņa daļai A; b) - ārējā slodze un iekšējo spēku faktori stieņa daļai B.

Asis novieto tā, ka z ass virziens sakrīt ar šķēluma ārējās normāles virzienu, bet x un y asu virzieni – ar šķēluma galvenajām inerces asīm (par galvenajām asīm skat. apakšnodaļu 1.8). Sadalot iekšējo spēku F_{ie} sistēmas galveno vektoru un galveno

momentu komponentēs uz koordinātu asīm, iegūstam trīs iekšējos spēkus un trīs iekšējos momentus – iekšējo spēku faktoros. Tie ir: N - aksiālais spēks, Q_x un Q_y – šķērsspēki attiecīgi x un y asu virzienos, M_z – vērpes moments, M_x un M_y – lieces momenti ap x un y asīm. Ārējās slodzes F_n projekcijas asu x un y pozitīvajos virzienos var līdzsvarot tikai pretēji, attiecīgi x un y asu negatīvajos virzienos, vērsti šķērsspēki Q_x un Q_y . Ārējo spēku momentus M_x , M_y un M_z , kas tiecas apskatāmo stieņa daļu pagriezt ap asīm x , y un z to pozitīvajos virzienos, var līdzsvarot tikai pretēji vērsti momenti – lieces momenti M_x un M_y ap x un y asīm, un vērpes moments M_z ap z asi.

Ja ārējo spēku projekciju vai momentu summa uz koordinātu asīm ir negatīva, tad arī iekšējo spēku faktori ir negatīvi. Atšķirībā no iekšējiem spēkiem un momentiem pieņemam, ka aksiālais spēks N ir pozitīvs, ja to izraisošie ārējie spēki stieņa šķēlumā rada stiepi, un negatīvs, ja ārējie spēki šķēlumā rada spiedi.

Saskaņā ar Ņutona trešo likumu, iekšējie spēki un momenti, kas darbojas stieņa šķēlumā uz tā daļām A un B , ir vienādi un pretēji vērsti. Tāpēc apskatot stieņa daļu B tās smagumcentrā C' jānovieto kreisās vītnes koordinātu sistēmas x' , y' , z' sākumpunkts. Šo asu pozitīvie virzieni ir pretēji asu x , y , z pozitīvajiem virzieniem (1.4. att. b). Tas nozīmē, ka savienojot kopā abas atšķeltās daļas A un B iekšējo spēku faktori savstarpēji līdzsvarojas. No abu daļu statikas līdzsvara vienādojumiem iegūstam, ka aksiālais spēks z ass virzienā:

$$N = -\sum_{i=1}^n F_{iz} , \quad (1.1)$$

šķērsspēki x un y asu virzienos:

$$Q_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}$$

un

$$Q_y = \sum_{i=1}^n F_{iy} , \quad (1.2)$$

lieces momenti ap x un y asīm:

un

$$M_y = \sum_{i=1}^n M_{iy} , \quad (1.3)$$

vērpes moments ap z asi:

$$M_z = \sum_{i=1}^n M_{iz} . \quad (1.4)$$

Šķēluma metodi iekšējo spēku faktoru skaitlisko vērtību un zīmju noteikšanai var izmantot kā taisniem, tā līkiem, telpiski liektiem un laužtiem stieņiem.

Atkarībā no tā, kādi iekšējo spēku faktori darbojas stieņa šķēlumā, ir četri raksturīgi stieņa pamatslogojuma veidi: stiepe (spiede), bīde (cirpe), vērpe un liece:

- Ja stieņa šķēlumā darbojas tikai aksiālais spēks N , tad atkarībā no tā virziena stienis ir stiepts vai spiests.
- Ja stieņa šķēlumā darbojas tikai šķērsspēks Q_x vai Q_y vai abi kopā, stienis ir slogots bīdē (cirpē).
- Ja stieņa šķēlumā darbojas tikai vērpes moments M_z , stienis ir pakļauts vērpei.
- Ja stieņa šķēlumā darbojas tikai kāds no lieces momentiem M_x vai M_y , tad stienis ir slogots tīrā liecē attiecīgi yz vai xz plaknē.

Ja stieņa šķēlumā darbojas divi vai vairāki pamatslogojumi vienlaicīgi, tad tādu slogojumu sauc par saliktu slogojumu.

Ja ārējā slodze darbojas tikai vienā plaknē, piemēram, yz plaknē, tad vispārīgā gadījumā stieņa šķēlumā darbosies tikai aksiālais spēks N , šķērsspēks Q_x un lieces moments M_x .

1.6. IEKŠĒJO SPĒKU FAKTORU EPĪRAS PAMATSLOGOJUMIEM

Lai varētu aprēķināt nepieciešamos stieņa izmērus, jāzina, kā mainās iekšējo spēku faktoru vērtības dažādos tā šķēlumos stieņa ass virzienā. Šo izmaiņu parasti parāda grafiski zīmējot diagrammas, kuras sauc par epīrām. Epīras rāda iekšējo spēku faktoru vērtību sadalījumu stieņa ass virzienā. Katras epīras ordināta rāda iekšējo spēku faktora vērtību attiecīgā šķēlumā. Ordinātas atliek perpendikulāri stieņa asij.

Epīru laukumu iesvītro ordinātu virzienā. Epīru raksturīgiem punktiem pieraksta to skaitliskās vērtības.

Stieņa daļu, kurā iekšējo spēku faktoru vērtības nemainās, sauc par posmu. Stieni, kurš slogots galvenokārt liecē sauc par siju. Iekšējo spēku faktoru vērtības aprēķina izmantojot šķēlumu metodi. Zīmējot epīras iekšējo spēku faktoru vērtības atliek saskaņā ar 1.1.tabulu.

1.1. tabula. **Iekšējo spēku faktoru vērtību atlikšanas virziens**

Iekšējo spēku faktors	Pozitīvo vērtību atlikšanas virziens uz asīm
Aksiālais spēks N un vērpes moments M_z	+ y vai + x
Šķērsspēks Q_x un lieces moments M_x	+ y
Šķērsspēks Q_x	+ x
Lieces moments M_y	- x

Ievērojot šos norādījumus iegūsim, ka lieces momentu epīras būs atliktas uz stieņa spiestajām šķiedrām. Būvmehānikā pieņemts lieces moments pozitīvās vērtības atlikt pretējā virzienā - uz stieņa stieptajām šķiedrām.

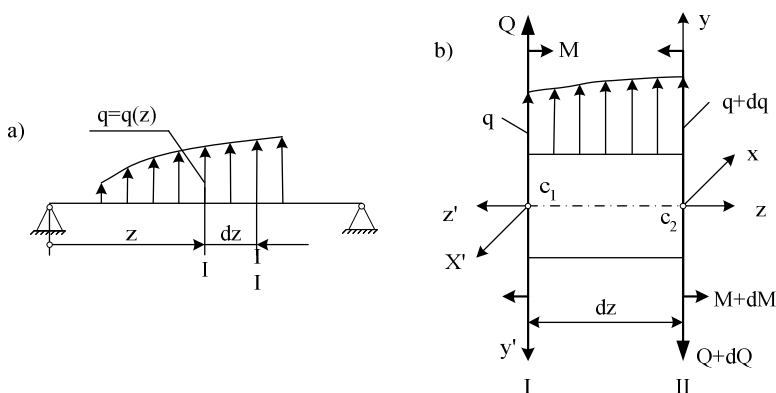
1.7. DIFERENCIĀLSAKARĪBAS LIECĒ

Apskatam divbalstu siju, kura slogota ar brīvi izklienētu slodzi $q = q(z)$, kur z ir šķēluma abscisa, koncentrētu slodzi F un spēkpāri ar momentu M (1.8. att.). Ar diviem paralēliem un sijas asij perpendikulāriem šķēlumiem I un II iedomāti izgriežam bezgala īsu sijas gabalu garumā dz (1.8. att. a). Iedomāti atmetam pa labi un kreisi no šķēlumiem esošās sijas daļas un to iedarbību uz apskatāmo sijas garumu dz aizstājam ar iekšējo spēku faktoriem – šķērsspēkiem un lieces momentiem, kurus šķēlumos I un II uzskatam kā pozitīvus (1.8. att. b).

Ja pieņemam, ka šķēlumā I darbojas šķērsspēks Q un lieces moments M , tad šķēlumā II to vērtības būs attiecīgi $Q+dQ$ un $M+dM$. Uz sijas elementu garumā dz izklienētās slodzes kopspēks ir qdz . Ārējās slodzes un iekšējo spēku faktoru darbības

rezultātā apskatāmais sijas elements ar garumu dz atrodas līdzsvarā. Varam uzrakstīt tā līdzsvara nosacījumus. Projicējam visus uz elementu dz darbīgos spēkus uz y asi:

$$\Sigma Y_i = 0; Q + qdz - (Q + dQ) = 0. \quad (1.5)$$



1.8. att. **Diferenciālsakarības liecē:**
a) sijā slogota ar ārējo slodzi; b) sijas elements garumā dz .

Momentu summa pret punktu C_2 :

$$\Sigma M_{i(C_2)} = 0$$

un

$$M + Qdz + qdz \frac{dz}{2} - (M + dM) = 0. \quad (1.6)$$

No vienādojuma (1.5) seko, ka

$$\frac{dQ}{dz} = q. \quad (1.7)$$

Ignorējot otrās kārtas bezgalīgi mazo lielumu $\frac{dz^2}{2}$ vienādojumā (1.6) iegūstam,

ka

$$\frac{dM}{dz} = Q. \quad (1.8)$$

No formulām (1.7) un (1.8) seko, ka

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = q. \quad (1.9)$$

Izteiksmes (1.7), (1.8) un (1.9) sauc par diferenciālsakarībām liecē. Tās izsaka dažas šķērsspēka un lieces momenta epīru ģeometriskās īpašības, kuras var izmantot šo epīru zīmēšanai un uzzīmēto epīru pareizības pārbaudei.

No sakarības (1.7) seko, ka šķērsspēka Q izteiksmes atvasinājums pēc šķēluma abscisas ir vienāds ar izkliedētās slodzes intensitāti šķēlumā q . Tas nozīmē, ka šķērsspēka Q epīras ordinātas ir proporcionālas Q epīras pieskares leņķa tangensam.

No formulas (1.8) seko, ka šķērsspēks Q ir lieces momenta M izteiksmes atvasinājums pēc šķēluma abscisas dz . Tas norāda, ka šķērsspēka Q epīras ordinātas ir proporcionālas lieces momenta M epīras pieskares leņķa tangensam.

No diferenciālsakarību liecē (1.7), (1.8) un (1.9) analīzes var definēt dažas šķērsspēka Q un lieces momenta M epīru vispārīgās ģeometriskās īpašības:

- Šķēlumos, kur šķērsspēks $Q = 0$, lieces momenta M epīras pieskares leņķim zīme mainās uz pretējo. Šo īpašību var izmantot lieces momenta ekstrēmās vērtības noteikšanai apskatāmajā sijas posmā.
- Sijas posmā, kur nav pielikta izkliedēta slodze q ($\frac{dQ}{dz} = q = 0$), šķērsspēka vērtība nemainās ($Q = const$). Šķērsspēka Q epīra ir norobežota ar sijas asij paralēlu taisni, bet lieces momenta M epīra šai posmā ir norobežota ar slīpu taisni. Šķēlumā, kur darbojas koncentrēta ārējā slodze F , šķērsspēka Q epīrā ir lēcieni par spēka F vērtību, bet lieces momenta epīrā ir lūzums. Sijas posmā, kur šķērsspēks vienāds ar nulli, bet lieces momenta vērtība nemainās ($M = const$), darbojas t.s. tīrā liece. Ja sijas posmā bez lieces momenta M darbojas arī šķērsspēks Q , tad tādu lieci sauc par šķērslieci (vairāk sk. 5. nodaļā. Liece).
- Sijas posmā, kur darbojas vienmērīgi izkliedēta slodze ($q = const$), šķērsspēka Q epīra ir norobežota ar slīpu taisni, bet lieces momenta M epīra - ar kvadrātisku parabolu.

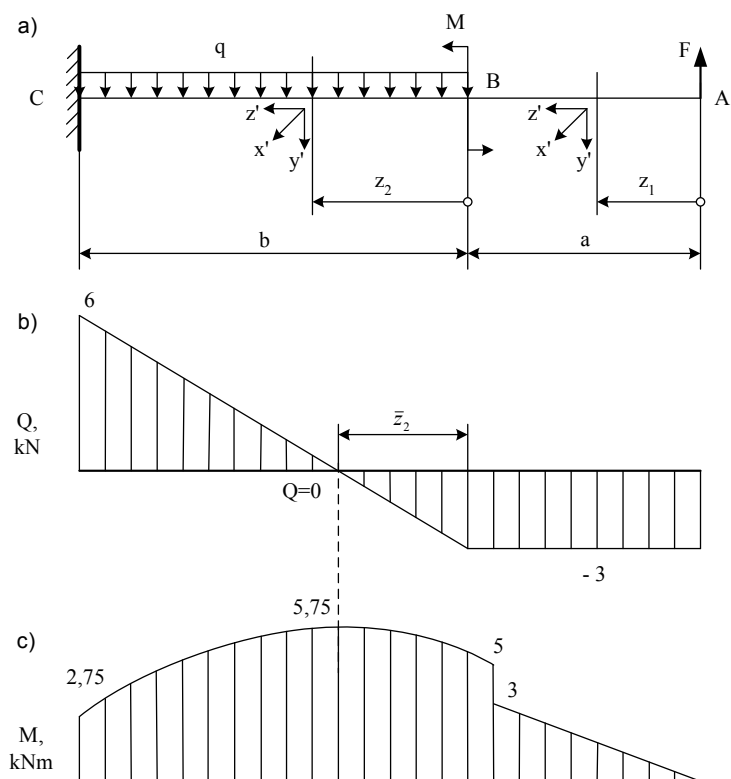
Tālāk apskatīsim dažus piemērus, kā praktiski izmantot šķēlumu metodi iekšējo spēku faktoru epīru zīmēšanai.

1.1. piemērs. Epīras konsolsijai.

Dotajai konsolsijai (sija, kuras viens gals nostiprināts trešā veida balstā, bet otrs brīvs) konstruēt šķērsspēka un lieces moments epīras, ja $F = 3 \text{ kN}$, $M = 2 \text{ kNm}$, $q = 6 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$, $a = 1 \text{ m}$, $b = 1,5 \text{ m}$ (1.9. att. a).

Atrisinājums

Sijai ir divi posmi: $A-B$ un $B-C$. Lai nebūtu jārēķina balsta C reakcijas, sijas apskatu sākam no tās brīvā gala. Katrā no posmiem izvēlamies šķēlumus, attiecīgi attālos z_1 un z_2 no posmu sākumpunktiem A un B . Apskatīsim sijas daļas no šķēlumiem pa labi, nosacīti atmetot no šķēlumiem pa kreisi esošās daļas. Katra šķēluma smagumcentrā novietojam kreisās koordinātu sistēmas x' y' z' sākumpunktu (1.9. att. a).



1.9. att. Epīras konsolsijai:

a) – konsolsija ar ārējo slodzi, b) – šķērsspēka epīra, c) – lieces momenta epīra.

Posms A-B, ($0 \leq z_1 \leq a$):

Šķērsspēks

$$Q_{yI} = -F = -3 \text{ kN}.$$

Lieces moments ap x asi

$$M_{xI} = F \cdot z_1.$$

Ja $z_1 = 0$, tad

$$M_A = 0.$$

Ja $z_1 = a$, tad

$$M_B = F \cdot a = 3 \cdot 1 = 3 \text{ kNm}.$$

Posms B- C, ($0 \leq z_2 \leq b$):

Šķērsspēks

$$Q_{yII} = -F + q \cdot z_2.$$

Lieces moments ap x asi

$$M_{xII} = F(a + z_2) + M - q \frac{z_2^2}{2}.$$

Ja $z_2 = 0$, tad

$$Q_B = -F = -3 \text{ kN},$$

$$M_B = F \cdot a + M = 3 \cdot 1 + 2 = 5 \text{ kNm}.$$

Ja $z_2 = b$, tad

$$Q_C = -F + q \cdot b = -3 + 6 \cdot 1,5 = 6 \text{ kN},$$

$$M_C = (a + b) + M - q \frac{b^2}{2} = 3(1 + 1,5) + 2 - 6 \cdot \frac{1,5^2}{2} = 2,75 \text{ kNm}.$$

Pēc aprēķinātām šķērsspēka un lieces momenta vērtībām atsevišķos posmos un šķēlumos, zīmējam to epīras (1.9. att. b un c).

Kā redzams, otrajā posmā šķērsspēka epīra krusto sijas asi. Šajā punktā $Q = 0$. Tas nozīmē, ka momenta epīrā šajā šķēlumā būs ekstrēma vērtība, salīdzinot ar pārējiem šķēlumiem. Lai atrastu šī šķēluma attālumu no posma sākuma ($\bar{z}_2$), šķērsspēka izteiksmi šajā posmā pielīdzinām nullei un aprēķinām lielumu $\bar{z}_2$:

$$-F + q \cdot \bar{z}_2 = 0,$$

no kurienes

$$\bar{z}_2 = \frac{F}{q} = \frac{3}{6} = 0,5 \text{ m.}$$

Ievietojot šo vērtību otrā posma lieces momenta izteiksmē z_2 vietā, atrodam momenta vērtību šķēlumā $\bar{z}_2$:

$$M_{\bar{z}_2} = F(a + \bar{z}_2) + M - \frac{q\bar{z}_2^2}{2} = 3(1 + 0,5) + 2 - 6 \frac{0,5^2}{2} = 5,75 \text{ kNm.}$$

Tagad varam nobeigt lieces momenta epīras zīmēšanu arī otrajā posmā. Kā redzam, epīra ir norobežota ar kvadrātisko parabolu un tās izliekums ir pret vienmērīgi izklieģto slodzi norādošam bultiņām.

Epīru pareizību pārbaudām pēc lēcieniem (skat. Apakšnodaļu: 17. Diferenciālsakarības liecē). Šķēļumos, kur pielikta koncentrēta ārējā slodze, šķērsspēka epīrā ir lēcienš par šīs slodzes vērtību (šķēļumi A un C). Arī lieces momenta epīrā koncentrēta momenta pielikšanas vietā ir lēcienš par šī momenta vērtību (šķēļums C).

1.2. piemērs. Epīras divbalstu sijai.

Apskatīsim piemēru, kad divbalstu sija AB balstīta uz balstiem A un B slogota ar vienmērīgi izklieģtu slodzi, kuras intensitāte $q = 1 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$, koncentrētu spēku $F = 1 \text{ kN}$ un spēkpāri ar momentu $M = 8 \text{ kNm}$ (1.10. att.) $a = 2 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $c = 2 \text{ m}$, $l = a + b = 10 \text{ m}$. Konstruēt Q_y un M_x epīras.

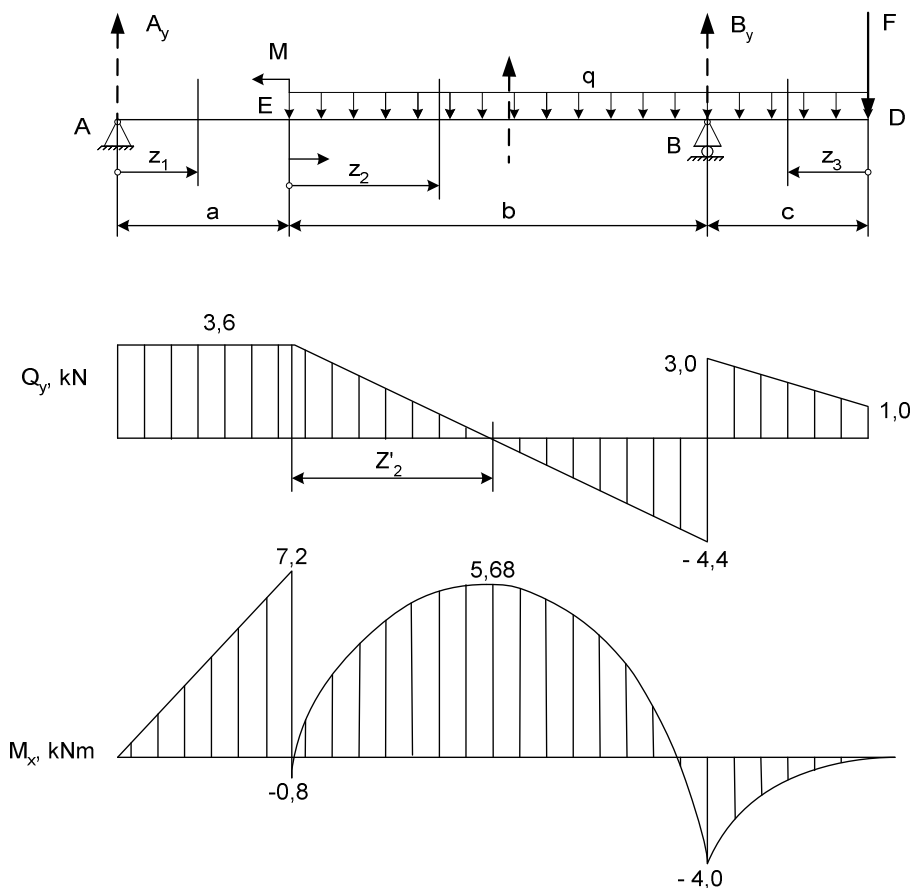
Atrisinājums

Vispirms aprēķinām reakcijas A_y un B_y attiecīgi balstos A un B . Tā kā ārējā slodze darbojas tikai vertikāli, tad arī reakcijas virzam vertikāli ar pozitīviem virzieniem uz augšu. Ja reakciju vērtības iegūsim ar negatīvu zīmi, tas nozīmēs, ka to faktiskais vērsums ir pretējs. Sastādām statikas līdzsvara vienādojumus un no tiem aprēķinām reakcijas. Balstam A :

$$\sum M_{ib} = 0; -A_y l + M_0 + q(b+c) \cdot \frac{b+c}{2} - Fc = 0,$$

no kurienes

$$A_y = \frac{M_0 + q \frac{b^2 - c^2}{2} - Fc}{l} = \frac{8 + 1 \cdot \frac{8^2 - 2^2}{2} - 1 \cdot 2}{10} = 3,6 \text{ kN}.$$



1.10. att. Slogojuma shēma, šķērsspēka un lieces momenta epīras.

Balstam B:

$$\sum M_{iA} = 0; -F(l+c) + B_y l + M_0 - q(b+c) \left(a + \frac{b+c}{2} \right) = 0$$

vai

$$B_y = \frac{F(l+c) - M_0 + q(b+c) \left(a + \frac{b+c}{2} \right)}{l} = \frac{1 \cdot 12 - 8 + 1 \cdot 10 \cdot 7}{10} = 7,4 \text{ kN}.$$

Reakciju aprēķina pareizības kontrolei projicējam visus spēkus uz y asi. To summai jābūt vienādei ar nulli:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad A_y + B_y - F - q(b+c) = 0$$

un ievietojot skaitliskās vērtības iegūstam

$$3,6 + 7,4 - 1 - 1 \cdot 10 = 0 \text{ vai } 0 = 0.$$

Tātad balstu reakcijas aprēķinātas pareizi. Tālāk konstruējam šķērsspēka un lieces momenta epīras. Aprēķināsim iekšējos spēku faktoros – šķērsspēku Q_y un lieces momentu ap x asi M_x visos trīs sijas posmos: $A-E$, $E-B$ un $D-B$ (1.10. att.).

Vispirms apskatām posmu $A-E$ (1.10. att. a), kuram

$$0 \leq z_1 \leq a.$$

Izmantojam labo koordinātu sistēmu.

Šķērsspēks:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad A_y - Q_{y1} = 0;$$

$$Q_{y1} = A_y = 3,6 \text{ kN}.$$

Tā kā šķērsspēka vērtība ir konstanta visā posma garumā, epīra būs norobežota ar horizontālu taisni. Lieces momenta izteiksme:

$$\sum M_{il} = 0; \quad -A_y z_1 + M_{x1} = 0;$$

$$M_{x1} = A_y z_1.$$

Iegūtā izteiksme ir taisnes vienādojums. Lieces momenta izteiksme satur mainīgo lielumu z_1 . Aprēķinam šķērsspēka un lieces momenta vērtības posma galos – sākumā un beigās.

Ja $z_1 = 0$, tad

$$Q_{y1} = 3,6 \text{ kN}$$

un

$$M_{x1} = 0.$$

Ja $z_1 = a$, tad

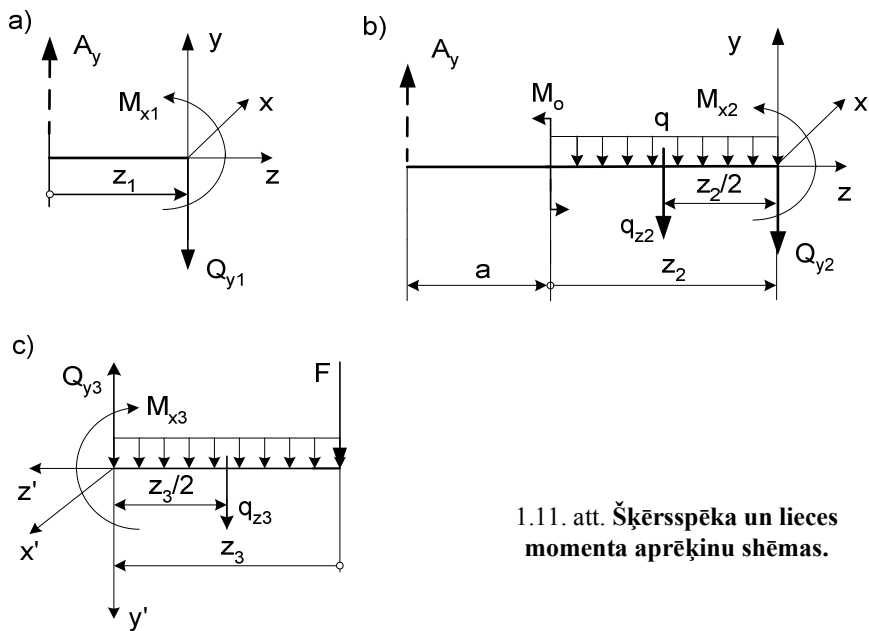
$$Q_{y1} = 3,6 \text{ kN}$$

un

$$M_{x1} = 3,6 \cdot 2 = 7,2 \text{ kNm}.$$

Tālāk apskatam posmu $E-B$ (1.11. att. b). Arī šeit ir lietderīgi nosacīti atnest sijas daļu pa labi no šķēluma un tā smagumcentrā novietot labo koordinātu sistēmu x, y, z . Šeit mainīgais lielums z_2 mainās robežās no nulles līdz lielumam b :

$$0 \leq z_2 \leq b.$$



1.11. att. Šķērsspēka un lieces momenta aprēķinu shēmas.

Šķērsspēks:

$$\sum F_{iy} = 0;$$

$$A_y - qz_2 - Q_{y2} = 0,$$

tad

$$Q_{y2} = A_y - qz_2.$$

Kā redzam, šķērsspēka aprēķinam esam ieguvuši taisnes vienādojumu. Lieces moments:

$$\sum M_{i2} = 0;$$

$$-A_y(a + z_2) + M_0 + qz_2 \frac{z_2}{2} + M_{x2} = 0;$$

$$M_{x2} = A_y(a + z_2) - M_0 - \frac{qz_2^2}{2}.$$

Aprēķinot lieces momenta vērtību, iegūstam kvadrātiskās parabolas vienādojumu. Tātad lieces momenta epūra būs norobežota ar kvadrātisko parabolu. Aprēķinam vērtības posma sākumā un beigās:

Ja $z_2 = 0$, tad

$$Q_{y2} = 3,6 \text{ kN}$$

un

$$M_{x2} = 3,6 \cdot 2 - 8 = -0,8 \text{ kNm}.$$

Ja $z_2 = a = 2\text{ m}$, tad

$$Q_{y2} = 3,6 - 1 \cdot 8 = -4,4 \text{ kN}$$

un

$$M_{x2} = 3,6(2 + 8) - 8 - \frac{1 \cdot 8^2}{2} = -4 \text{ kNm}.$$

Trešajā posmā $B-D$ sija veido konsoli, kas sijas laidumu $A-B$ atslogo (1.11. att. c). Jo konsole garāka un vairāk slogota, jo tās ietekme ir lielāka. Šo posmu ir lietderīgi apskatīt no konsoles brīvā gala punkta D virzienā uz balstu B . Trešajā posmā lielums z_3 mainās robežās no nulles līdz posma garumam c . Šajā posmā ir lietderīgi atnest sijas daļu pa kreisi no šķēluma, jo uz to darbojas sarežģītāka ārējo spēku sistēma. Mainīgais lielums z_3 mainās:

$$0 \leq z_3 \leq c.$$

Tā kā nosacīti atmetam sijas daļu pa kreisi no šķēluma, tad izmantojam kreiso koordinātu sistēmu x', y', z' . Šo asu pozitīvie virzieni ir vērsti pretēji asu x, y un z pozitīvajiem virzieniem.

$$\sum F_{i3} = 0;$$

$$Q_{y3} = F + qz_3.$$

Šķērsspēka vērtību izsaka taisnes vienādojums. Epīra būs norobežota ar slīpu taisni. Lieces moments:

$$\sum M_{i3} = 0;$$

$$M_{x3} = -Fz_3 - \frac{qz_3^2}{2}.$$

Momenta vērtību izsaka kvadrātiskās parabolas vienādojums. Aprēķinam šķērsspēka un momenta vērtības posma galapunktos.

Ja $z_3 = 0$, tad

$$Q_D = F = 1kN;$$

$$M_D = 0.$$

Ja $z_3 = c$, tad

$$Q_B = F + qc = 1 + 1 \cdot 2 = 3kN;$$

$$M_B = -Fc - \frac{qc^2}{2} = -1 \cdot 2 - \frac{1 \cdot 2^2}{2} = -4kNm.$$

Tālāk, pēc aprēķinātām šķērsspēka un lieces momenta vērtībām raksturīgajos punktos, zīmējam epīras. Kā redzams, otrajā posmā šķērsspēka epīra krusto sijas asi. Šeit šķērsspēks $Q_2 = 0$. No diferenciālsakarībām liecē ir zināms, ka šajā šķēlumā lieces moments iegūst maksimālo vērtību. Lai to aprēķinātu, vispirms atrodam šā šķēluma attālumu no otrā posma sākuma punkta, t.i., aprēķinam koordināti $\bar{z}$, pie kuras $Q_3 = 0$. Lai to izdarītu, šķērsspēka izteiksmi otrajā posmā pielīdzinām nullei:

$$A_y - q\bar{z}_3 = 0,$$

no kurienes

$$\bar{z}_3 = \frac{A}{q} = \frac{3,6}{1} = 3,6 \text{ m.}$$

Ievietojot šo vērtību otrā posma lieces momenta izteiksmē aprēķinam momenta vērtību šajā šķēlumā:

$$M_{x3\max} = A_y(a + \bar{z}_2 - M_0 - \frac{q\bar{z}_2^2}{2}) = 3,6(2 + 3,6) - 8 - \frac{1 \cdot 3,6^2}{2} = 5,68 \text{ kNm.}$$

Atliekot šo lieces momenta vērtību šķēlumā, kur šķērsspēks vienāds ar nulli un izvelkot caur trim punktiem parabolu, iegūstam lieces momenta epīru. No tās redzams, ka maksimālā lieces momenta vērtība ir 7,2 kNm. Pēc maksimālā lieces momenta vērtības kādā no šķēlumiem, aprēķina sijas nepieciešamos izmērus. Tā kā šķērsspēka ietekme uz sijas izturību parasti neliela, tad varam secināt, ka sijas bīstamais šķēlums ir punktā *E*. Uzzīmēto epīru pareizību pārbauda pēc lēcieniem. Šķēlumos, kur darbojas koncentrēta ārējā slodze, šķērsspēka epīrā ir lēcieni par šīs slodze vērtību. Mūsu gadījumā lēcieni ir šķēlumos *A* un *B* par reakciju A_y un B_y vērtībām un šķēlumā *D* par spēka *F* vērtību. Lieces momenta epīrā ir lēcieni šķēlumā *E* par tur pieliktā momenta M_o vērtību. Tātad epīras uzzīmētas pareizi.

1.3. piemērs. Epīras divbalstu sijai.

Uz divbalstu siju darbojas lineāri mainīga izkļiedēta slodze q_y (1.12. att.). Konstruēt šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x epīras.

Atrisinājums

No trīsstūru ABB_1 un ADD_1 līdzības iegūstam, ka

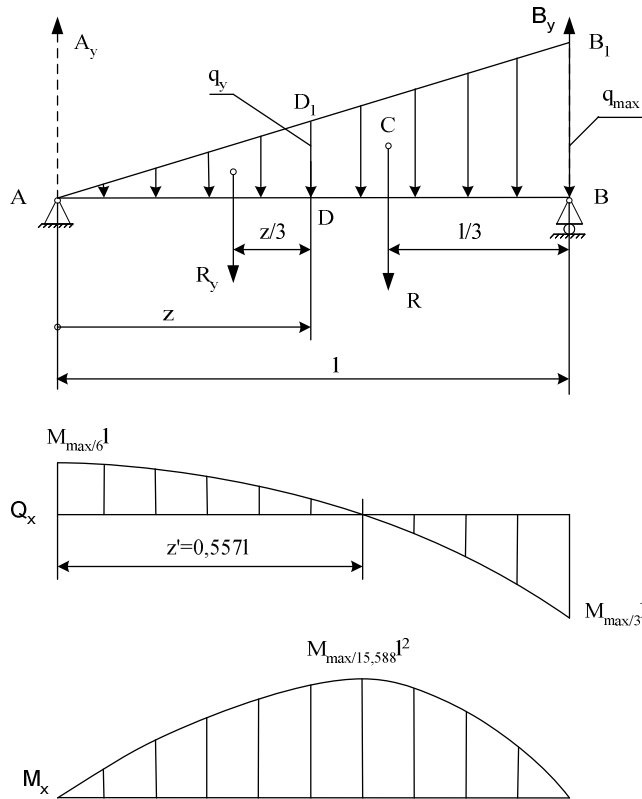
$$\frac{q_y}{q_{\max}} = \frac{z}{l}$$

vai

$$q_y = q_{\max} \frac{z}{l}.$$

Rezultējošais spēks *R* ir vienāds ar izkļiedētās slodzes epīras laukumu un iet caur trīsstūra smagumcentru *C*:

$$R = \frac{1}{2} q_{\max} l.$$



1.12. att. **Slogojuma shēma, šķērsspēka un lieces momenta epīras.**

Balstu reakcijas nosakām no līdzsvara vienādojumiem:

Ja
$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$-A_y l + R \frac{l}{3} = 0$$

vai

$$A_y = \frac{1}{3} R = \frac{1}{6} q_{\max} l.$$

Ja
$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$B_y l - R \frac{2}{3} l = 0$$

vai

$$B_y = \frac{2}{3} R = \frac{q_{\max} l}{3}.$$

Rezultējošā slodze posmā z ($0 \leq z \leq l$):

$$R_y = \frac{1}{2} q_y z$$

vai

$$R_y = \frac{1}{2} q_{\max} \frac{z^2}{l}.$$

Šķērsspēks šķēlumā z :

$$Q_y = A_y - R_y = \frac{q_{\max} l}{6} - \frac{q_{\max} z^2}{2l}.$$

Tā kā mainīgais lielums z šķērsspēka izteiksmē ir otrā pakāpē, epīra būs norobežota ar kvadrātisko parabolu. Lieces moments:

$$M_x = A_y z - R_y \frac{z}{3} = \frac{q_{\max} l}{6} z - \frac{q_{\max}}{6l} z^3.$$

Tā kā mainīgais lielums z lieces momenta izteiksmē ir trešā pakāpē, epīra būs norobežota ar kubisko parabolu.

Ja $z = 0$, tad

$$Q_{yA} = \frac{q_{\max} l}{6}$$

un

$$M_{xA} = 0.$$

Ja $z = l$, tad

$$Q_{yB} = -\frac{q_{\max} l}{3}$$

un

$$M_{xB} = 0.$$

Noteiksim bīstamo šķēlumu, kurā darbojas lielākais lieces moments - $\max M_x$:

$$\frac{dM_x}{dz} = 0;$$

$$\frac{q_{\max} l}{6} - \frac{3q_{\max} \bar{z}^2}{6l} = 0$$

vai

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{l^2}{3}} = \frac{l\sqrt{3}}{3} = 0,557l.$$

Ja $z = \bar{z}$, tad

$$\max M_x = \frac{q_{\max} l}{6} \cdot \frac{l}{\sqrt{3}} - \frac{q_{\max}}{6l} \left(\frac{l}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{q_{\max} l^2}{9\sqrt{3}}.$$

Attālumu $\bar{z}$ var noteikt arī pēc šķērsspēka sakarības. Ja $Q_y = 0$, tad

$$\frac{q_{\max} l}{6} - \frac{q_{\max} \bar{z}^2}{2l} = 0.$$

1.4. piemērs. Iekšējo spēku faktoru epīras sijai ar šarnīru.

Konstruēt iekšējo spēku faktoru epīras sijai ar šarnīru punktā C , kura slogota ar koncentrētu slodzi F , pieliktu zem leņķa $\alpha = 45^\circ$, un izkļiedētu slodzi $q = 10 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$. Atsevišķo posmu garumi: $l_1 = 1 \text{ m}$, $l_2 = 0,5 \text{ m}$, $l_3 = 0,6 \text{ m}$, $l_4 = 0,4 \text{ m}$ (1.13. att. a).

Atrisinājums

Lai uzzīmētu iekšējo spēku faktoru epīras daudzbalstu sijai ar šarnīru, to šarnīra vietā nosacīti sadalām divās daļās un balstu reakcijas aprēķinam apskatot katru no tām atsevišķi. Pēc balstu reakciju aprēķina siju apskata pa posmiem. Izmantojot šķēlumu metodi, katram no posmiem rakstam iekšējo spēku faktoru izteiksmes un, pēc aprēķinātām iekšējo spēku faktoru vērtībām atsevišķos šķēlumos, zīmējam to epīras.

Tā kā šarnīrs ir kustīgs savienojums, tad lieces moments vērtība tā vietā $M_x = 0$.

Apskatam sijas daļu $A-C$ (1.13. att. b). Atmetās daļās $C-D$ iedarbību uz apskatāmo daļu aizstājam ar šarnīra C reakcijām C_v un C_H . Sastādot momentu summas vienādojumu pret punktu C aprēķinam reakciju A_V :

$$\sum M_{iC} = 0,$$

$$-A_V \cdot l_1 + q \frac{l_1^2}{2} = 0,$$

no kurienes balsta A vertikālā reakcija A_V

$$A_V = \frac{q \cdot l_1^2}{2l_1} = \frac{10 \cdot 1}{2} = 5kN.$$

Tā kā izkļiedētā slodze ir simetriska pret abiem balstiem, tad

$$A_V = C_V = 5kN.$$

Rakstot visu spēku projekciju summu uz horizontālu x asi, iegūstam

$$\sum F_{ix} = 0,$$

$$A_H + C_H = 0$$

vai

$$A_H = -C_H.$$

Tālāk apskatam sijas daļu $C-D$ (1.13. att. c). Sastādot momentu summas vienādojumu pret punktu B , aprēķinam reakciju D :

$$\sum M_{iCB} = 0,$$

$$C_V \cdot l_2 - F \sin \alpha \cdot l_3 + D(l_3 + l_4) = 0.$$

No pēdējās sakarības reakcija D :

$$D = \frac{F_V \cdot l_3 - C_V \cdot l_2}{l_3 + l_4} = \frac{14 \cdot 0,6 - 5 \cdot 0,5}{0,6 + 0,4} = 5,9kN.$$

Reakcija B :

$$\sum F_{iy} = 0,$$

$$-C_y + B + D - F \sin \alpha = 0,$$

no kurienes

$$B = C_V - D + F \sin \alpha = 5 - 5,9 + 20 \cdot \sin 45^\circ = 13,1kN.$$

Aprēķinām horizontālās reakcijas:

$$\sum F_{ix} = 0,$$

$$-F \cos \alpha - C_H = 0$$

no kurienes

$$C_H = -F \cos \alpha = -20 \cdot \cos 45^\circ = -14 \text{ kN}.$$

No sijas daļas $A-C$ apskata

$$A_H = -C_H$$

vai

$$A_H = -C_H = -(-14) = 14 \text{ kN}.$$

Pēc reakciju aprēķina izdarām to pārbaudi visai sijai. Tam nolūkam projicējam visus uz siju darbīgos spēkus uz vertikālu asi:

$$\sum F_{iy} = 0,$$

$$A_V - q \cdot l_1 + B - F \sin 45^\circ + D = 0.$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, iegūstam

$$5 - 10 \cdot 1 + 13,1 - 14 + 5,9 = 0$$

vai

$$0 = 0.$$

Tātad balstu reakcijas aprēķinātas pareizi. Tālāk apskatam siju pa posmiem, kuru sijai ir četri (1.13. att. a):

I posms, $0 \leq z_1 \leq l_1$

$$N_I = -A_H = -14 \text{ kN},$$

$$Q_I = A_V - q \cdot z_1,$$

$$M_I = A_V \cdot z_1 - \frac{q z_1^2}{2}.$$

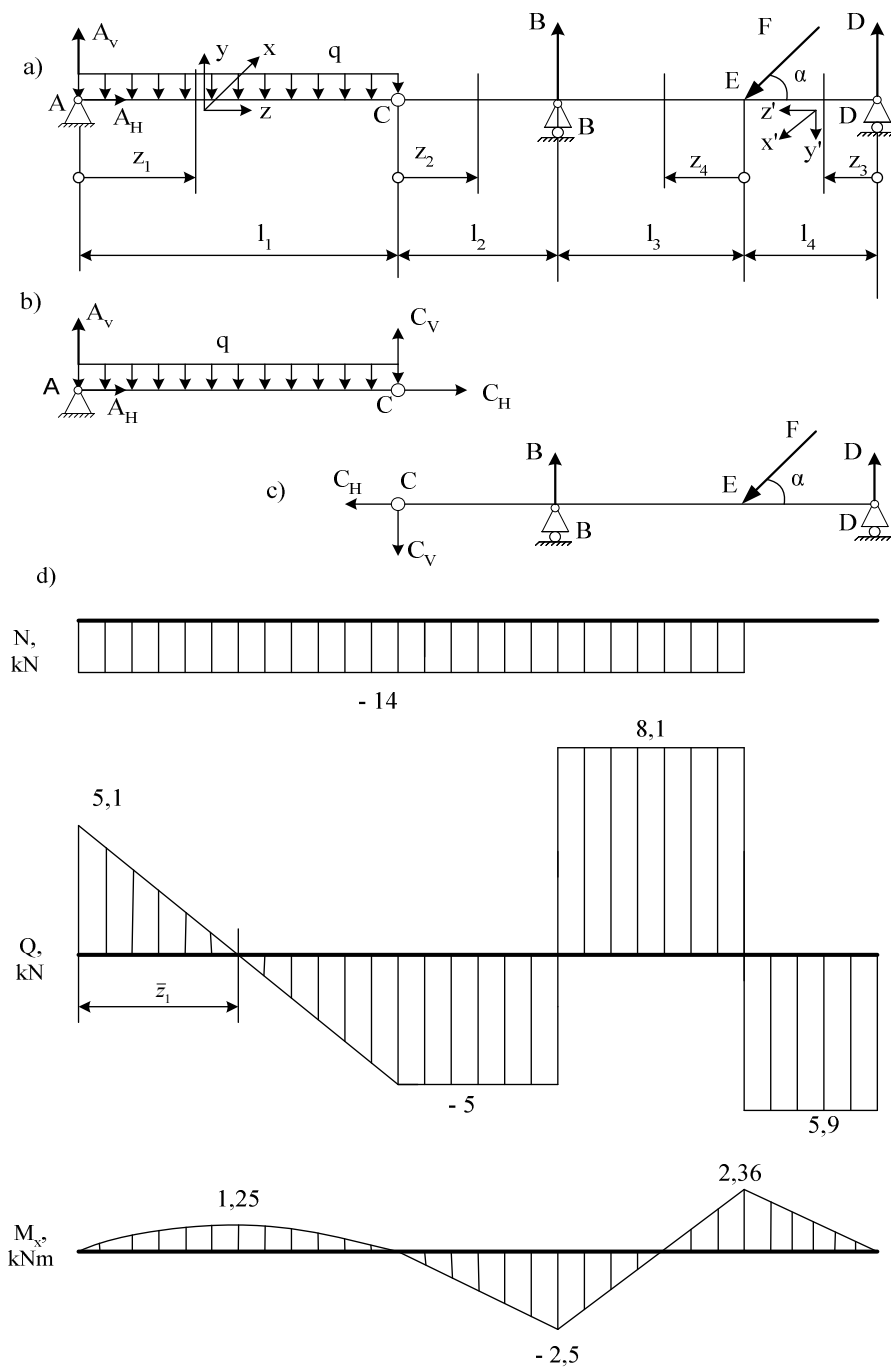
Ja $z_1 = 0$, tad

$$Q_A = A_V = 5 \text{ kN}, M_A = 0.$$

Ja $z_1 = l_1$, tad

$$Q_C = A_V - q \cdot l_1 = -10 \cdot 1 = -5 \text{ kN},$$

$$M_C = A_V \cdot l_1 - \frac{q l_1^2}{2} = 5 \cdot 1 - \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 0.$$



1.13. att. Iekšējo spēku faktoru epīru konstruēšana sijai ar šarnīru.

II posms, $0 \leq z_2 \leq l_2$

$$N_{II} = -A_H = -14kN,$$

$$Q_{II} = A_V - q \cdot l_1 = 5 - 10 \cdot 1 = -5kN,$$

$$M_{II} = A_V(l_1 + z_2) - q \cdot l_1 \left(\frac{l_1}{2} + z_2\right).$$

Ja $z_2 = 0$, tad

$$M_C = A_V \cdot l_1 - \frac{ql_1^2}{2} = 5 \cdot 1 - \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 0.$$

Ja $z_2 = l_2$, tad

$$M_B = A_V(l_1 + l_2) - q \cdot l_1 \left(\frac{l_1}{2} + z_2\right) = 5(1 + 0,5) - 10 \cdot 1 \cdot (0,5 + 0,5) = -2,5kNm.$$

III posms, $0 \leq z_3 \leq l_4$

$$N_{III} = 0,$$

$$Q_{III} = -D = -5,9kN,$$

$$M_{III} = D \cdot z_3.$$

Ja $z_3 = 0$, tad

$$M_D = 0.$$

Ja $z_3 = l_4$, tad

$$M_E = D \cdot l_4 = 5,9 \cdot 0,4 = 2,36kNm.$$

IV posms, $0 \leq z_4 \leq l_3$

$$N_{IV} = -F \cos \alpha = -20 \cdot \cos 45^\circ = -14kN,$$

$$Q_{IV} = -D + F \sin \alpha = -5,9 + 20 \cdot \sin 45^\circ = 8,1kN,$$

$$M_{IV} = D(l_4 + z_4) - F \sin \alpha \cdot z_4.$$

Ja $z_4 = 0$, tad

$$M_E = D \cdot l_4 = 5,9 \cdot 0,4 = 2,36kNm.$$

Ja $z_4 = l_3$, tad

$$M_B = D(l_4 + l_3) - F \sin \alpha \cdot l_3 = 5,1(0,4 + 0,6) - 20 \cdot \sin 45^\circ \cdot 0,6 = -2,5kNm.$$

Pēc aprēķinātajām iekšējo spēku faktoru vērtībām atsevišķos šķēlumos, zīmējam to epīras (1.13. att. d). Pirmajā posmā šķērsspēka epīra krusto sijas asi ($Q = 0$). Tas nozīmē, ka lieces momenta epīrā šajā šķēlumā būs ekstrēma vērtība. Aprēķināsim šī šķēluma attālumu no posma sākuma, t.i., no balsta A , kuru apzīmējam ar $\bar{z}_1$. Lieluma $\bar{z}_1$ atrašanai šķērsspēka izteiksmi pirmajā posmā pielīdzinām nullei ($Q_I = 0$). Tad

$$A_V - q \cdot \bar{z}_1 = 0,$$

no kurienes seko, ka

$$\bar{z}_1 = \frac{A_V}{q} = \frac{5}{10} = 0,5m.$$

Ievietojot šo vērtību pirmā posma momenta izteiksmē z_I vietā, aprēķinam lieces momenta vērtību attālumā $\bar{z}_1$ no posma sākuma:

$$M_{\bar{z}_1} = A_V \cdot \bar{z}_1 - \frac{q \cdot \bar{z}_1^2}{2} = 5 \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,5^2}{2} = 1,25 kNm.$$

Atliekot šo vērtību pirmā posma lieces momenta epīrā, varam nobeigt momenta epīras zīmēšanu arī šajā posmā.

1.5. piemērs. Epīras plakanam rāmim.

Plakans rāmis, slogots ar vienmērīgi izkliedētu slodzi $q = 2 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ un spēku $F = 4kN$ (1.14. att.). Garumu izmēri doti metros. Konstruēt aksiāla spēka N_z , šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x epīras.

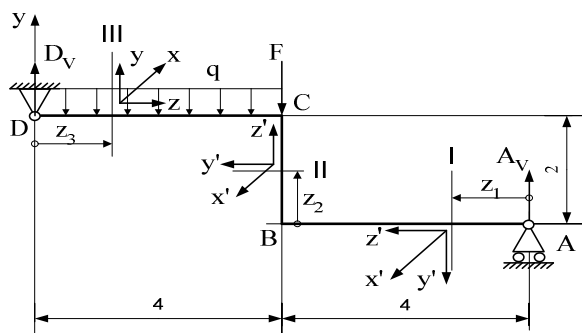
Atrisinājums

Risinājumu sākam ar balstu reakciju aprēķinu (1.14. att.). Kā redzams, abos balstos darbojas tikai vertikālās reakcijas. Sastādot visu spēku radīto momentu summu pret balstu D , atrodam balsta A vertikālo reakciju A_V :

$$\sum M_{ID} = 0, \quad -\frac{q \cdot 4^2}{2} - 4F + 8A_V = 0,$$

no kurienes

$$A_V = \frac{\frac{q \cdot 4^2}{2} + 4F}{8} = \frac{\frac{2 \cdot 4^2}{2} + 4 \cdot 4}{8} = 4kN.$$



1.14. att. Slogojuma shēma.

Sastādot visu spēku radīto momentu summu pret balstu A , atrodam balsta D vertikālo reakciju D_V , iegūstam

$$\sum M_{iA} = 0, \quad -8D_V + 4q \cdot 6 + 4F = 0,$$

no kurienes reakcija

$$D_V = \frac{24q + 4F}{8} = \frac{24 \cdot 2 + 4 \cdot 4}{8} = 8 \text{ kN}.$$

Reakciju aprēķina pareizības pārbaudi veicam projicējot visus spēkus uz vertikālu asi. To summai jābūt vienādei ar nulli.:

$$\sum F_{iy} = 0, \quad D_V - 4q - F + A_V = 0.$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, būs

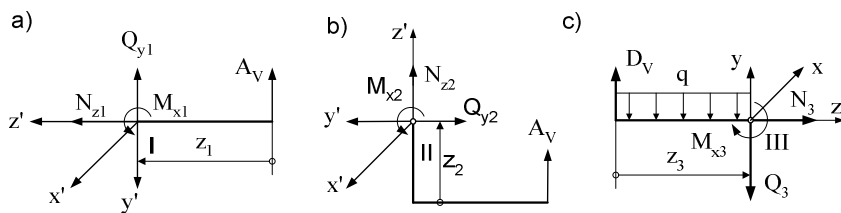
$$8 - 4 \cdot 2 - 4 + 4 = 0$$

vai

$$0 = 0.$$

Tātad balstu reakcijas aprēķinātas pareizi. Tālāk apskatam siju pa posmiem. Kā redzam, sijai ir trīs posmi (1.15. att.).

Pirmais posms $A-B$ (1.15. att. a), kur mainīgais lielums z_1 mainās robežās no 0 līdz 4m ($0 \leq z_1 \leq 4\text{m}$). Tā kā nosacīti esam atmetuši sijas daļu no pirmā šķēluma pa kreisi, tad iekšējo spēku faktoru zīmju noteikšanai izmantojam kreiso koordinātu sistēmu $x' y' z'$.



1.15. att. Atsevišķu posmu slogojumu shēmas.

Aksiālais spēks

$$N_{z1} = 0.$$

Šķērsspēks

$$Q_{y1} = -A_V = -4kN.$$

Lieces moments

$$M_{x1} = A_V z_1.$$

Ja $z_1 = 0$, tad $M_A = 0$, un, ja $z_1 = 4m$, tad $M_B = 4A_V = 4 \cdot 4 = 16kNm$.

Otrajā posmā B-C (1.15. att. b), $(0 \leq z_2 \leq 2m)$:

Aksiālais spēks

$$N_{z2} = -A_V = -4kN.$$

Šķērsspēks

$$Q_{y2} = 0.$$

Lieces moments

$$M_{x2} = 4A_V = 4 \cdot 4 = 16kNm = const.$$

Trešajā posmā (1.15. att. c) iedomāti atmetam sijas daļu pa labi no šķēluma III, tāpēc izmantojam labo koordinātu sistēmu. Šajā posmā $(0 \leq z_3 \leq 4m)$.

Aksiālais spēks

$$N_{z3} = 0.$$

Šķērsspēks

$$Q_{y3} = D_V - qz_3.$$

Lieces moments

$$M_{x3} = D_V z_3 - q \frac{z_3^2}{2}.$$

Kā redzams, lieces momenta izteiksme šajā posmā satur mainīgo lielumu z_3 otrajā pakāpē, tāpēc lieces momenta epīra būs norobežota ar parabolu, bet šķērsspēka epīra – ar slīpu taisni.

Ja $z_3 = 0$, tad

$$Q_D = D_V = 8 \text{ kN}$$

un

$$M_D = 0.$$

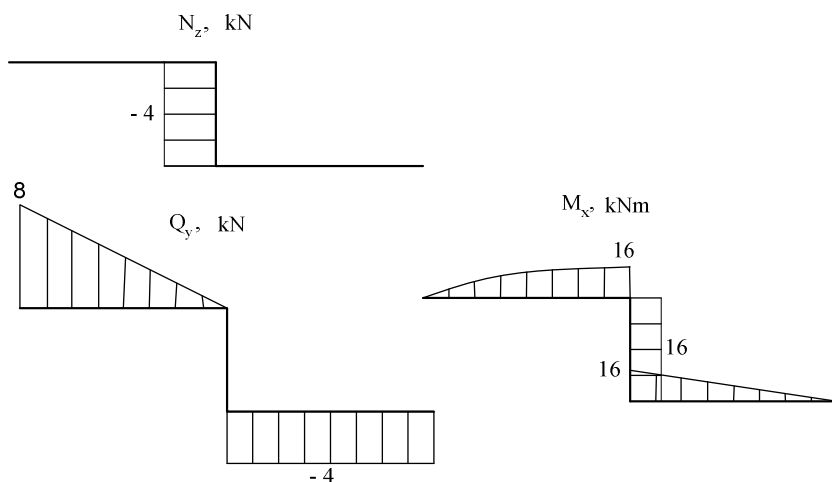
Ja $z_3 = 4 \text{ m}$, tad nonākam punktā C, kur

$$Q_{C3} = 8 - 2 \cdot 4 = 0,$$

bet lieces moments

$$M_{C3} = 8 \cdot 4 - 2 \frac{4^2}{2} = 16 \text{ kNm}.$$

Pēc aprēķinātām iekšējo spēku faktoru vērtībām atsevišķos punktos zīmējam to epīras (1.16. att.).



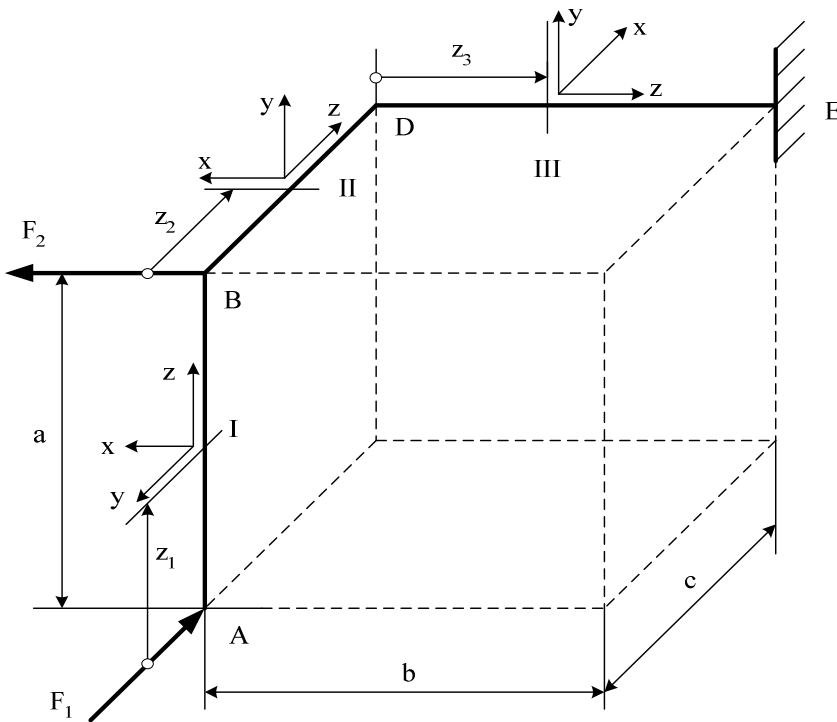
1.16. att. Aksiālā spēka, šķērsspēka un lieces momenta epīras.

1.6. piemērs. Epīras telpiskam rāmim.

Dotajam stienim ar telpā lauztu asi (rāmim) konstruēt iekšējo spēku faktoru epīras, ja $F_1 = 5 \text{ kN}$, $F_2 = 6 \text{ kN}$, $a = b = c = 1 \text{ m}$ (1.17. att.).

Atrisinājums

Kā redzams, dotajam telpiskajam rāmim ir trīs posmi: $A-B$, $B-D$ un $D-E$. Tā galapunkts E ir nostiprināts trešā veida balstā (iespīlēts). Šādām konstrukcijām iekšējo spēku faktoru aprēķinu ir lietderīgi sākt no to brīvā gala, t.i., punkta A , lai nebūtu jārēķina reakcijas balstā E . Apskatam stieni pa posmiem. Izvēlēsimies šķēlumus katrā no tiem un attiecīgi iezīmējam labo koordinātu sistēmu x, y, z .



1.17. att. Telpisks rāmis, slogots ar spēkiem F_1 un F_2 .

I posms, $0 \leq z_1 \leq a$:

Aksiālais spēks

$$N_I = -F_1 = -5 \text{ kN}.$$

Šķērsspēki

$$Q_{xI} = 0, Q_{yI} = -F_I = 5 \text{ kN}.$$

Vērpes moments

$$M_{zI} = 0.$$

Lieces momenti

$$M_{xI} = -F_I \cdot z_I,$$

$$M_{yI} = 0.$$

Ja $z_I = 0$, tad

$$M_{xA} = 0.$$

Ja $z_I = a$, tad

$$M_{xB} = -F \cdot a = -5 \cdot 1 = -5 \text{ kNm}.$$

II posms, $0 \leq z_2 \leq c$:

Aksiālais spēks

$$N_{II} = -F_I = -5 \text{ kN}.$$

Šķērsspēki

$$Q_{xII} = F_2 = 6 \text{ kNm},$$

$$Q_{yII} = 0.$$

Vērpes moments

$$M_{zII} = 0.$$

Lieces momenti

$$M_{xII} = -F_I \cdot a = -5 \cdot 1 = -5 \text{ kNm},$$

$$M_{yII} = -F_2 \cdot z_2.$$

Ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{yB} = 0.$$

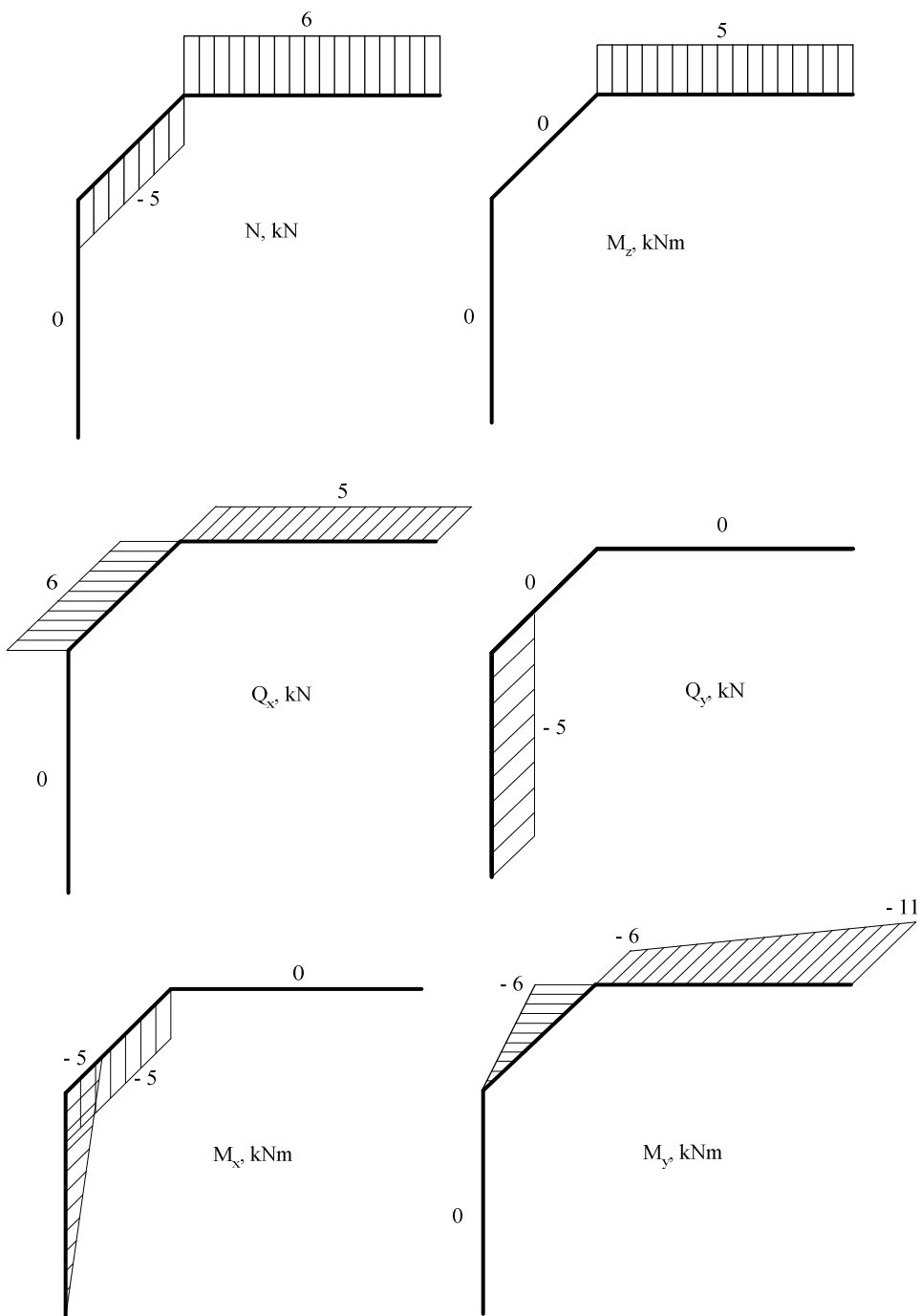
Ja $z_2 = c$, tad

$$M_{yD} = -F_2 \cdot c = -6 \cdot 1 = -6 \text{ kNm}.$$

III posms, $0 \leq z_3 \leq b$:

Aksiālais spēks

$$N_{III} = F_2 = 6 \text{ kN}.$$



1.18. att. Aksiālā spēka N , vērpes momenta M_z , šķērsspēku Q_x un Q_y un lieces momentu M_x un M_y epīras.

Šķērsspēki

$$Q_{xIII} = F_1 = 5 \text{ kNm},$$

$$Q_{yIII} = 0.$$

Vērpes moments

$$M_{zIII} = F_1 \cdot a = 5 \text{ kNm}.$$

Lieces momenti

$$M_{xIII} = 0, \quad M_{yIII} = -F_1 \cdot z_3 - F_2 \cdot c.$$

Ja $z_3 = 0$, tad

$$M_{yD} = -F_2 \cdot c = -6 \cdot 1 = -6 \text{ kNm}.$$

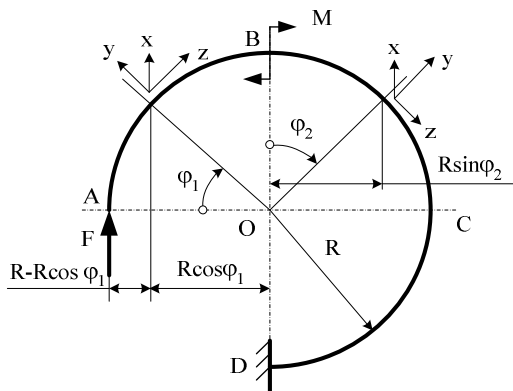
Ja $z_3 = b$, tad

$$M_{yE} = -F_1 \cdot b - F_2 \cdot c = (-6) \cdot (-5) = -11 \text{ kNm}.$$

Pēc iekšējo spēku faktoru vērtību aprēķināšanas katrā no punktiem, ievērojot iekšējo spēku faktoru vērtību atlikšanas kārtību, attiecīgo koordinātu asu virzienos, zīmējam to epīras (1.18. att.).

1.7. piemērs. Epīras līkai sijai.

Konstruēt iekšējo spēku faktoru epīras dotajai sijai ar plaknē liektu asi, ja tās liekuma rādiuss $R=1 \text{ m}$ un tā slogota ar koncentrētu spēku $F=3 \text{ kN}$ un spēkpāri ar momentu $M=3 \text{ kNm}$ (1.19. att.).



1.19. att. Sija ar plaknē liektu asi.

Atrisinājums

Lai nebūtu jārēķina balsta D reakcijas, apskatu sāksim no sijas brīvā galapunkta A . Sijai ir divi posmi (1.19 att.). To aprakstam izmantosim polāro koordinātu sistēmu. Šķēlumu attālumus no posmu sākumpunktiem A un B izteiksim ar attiecīgi ar leņķiem φ_1 un φ_2 . Katra šķēluma laukuma smagumcentrā novietojam labo koordinātu sistēmu x y z , kā tas redzams 1.19. attēlā. Rakstīsim iekšējo spēku faktoru izteiksmes katrā no posmiem un aprēķināsim to vērtības posmu sākumā un beigās.

Pirmais posms $A-B$, ($0 \leq \varphi_1 \leq 90^\circ$):

Aksiālais spēks

$$N = -F \cos \varphi_1.$$

Šķērsspēks

$$Q = F \sin \varphi_1.$$

Lieces moments

$$M = F(R - R \cos \varphi_1) = F \cdot R(1 - \cos \varphi_1).$$

Ja $\varphi_1 = 0^\circ$, tad

$$N_A = -F \cos \varphi_1 = -F \cos 0^\circ = -3 \cdot 1 = -3kN,$$

$$Q_A = F \sin \varphi_1 = F \sin 0^\circ = 3 \cdot 0 = 0,$$

$$M_A = F \cdot R(1 - \cos \varphi_1) = F \cdot R(1 - \cos 0^\circ) = 3 \cdot 1 \cdot 0 = 0.$$

Ja $\varphi_1 = 45^\circ$, tad

$$N = -F \cos 45^\circ = -3 \cdot 0,7 = -2,1kN,$$

$$Q = F \sin 45^\circ = 3 \cdot 0,7 = 2,1kN,$$

$$M = F \cdot R(1 - \cos 45^\circ) = 3 \cdot 1(1 - 0,7) = 0,9kNm.$$

Ja $\varphi_1 = 90^\circ$, tad

$$N_B = -F \cos \varphi_1 = -F \cos 90^\circ = -3 \cdot 0 = 0,$$

$$Q_B = F \sin \varphi_1 = F \sin 90^\circ = 3 \cdot 1 = 3kN,$$

$$M_B = F \cdot R(1 - \cos \varphi_1) = F \cdot R(1 - \cos 90^\circ) = 3 \cdot 1 \cdot 1 = 3kNm.$$

Otrais posms $B-D$, ($0 \leq \varphi_2 \leq 180^\circ$):

Aksiālais spēks

$$N = F \sin \varphi_2.$$

Šķērsspēks

$$Q = F \cos \varphi_2.$$

Lieces moments

$$M = F(R + R \sin \varphi_2) + M = F \cdot R(1 + \sin \varphi_2) + M.$$

Ja $\varphi_2 = 0^\circ$, tad

$$N_B = F \sin 0^\circ = 3 \cdot 0 = 0,$$

$$Q_B = F \cos 0^\circ = 3 \cdot 1 = 3 \cdot 1 = 3kN,$$

$$M_B = F \cdot R(1 + \sin 0^\circ) + M = 3 \cdot 1 \cdot 1 + 2 = 5kNm.$$

Ja $\varphi_2 = 45^\circ$, tad

$$N = F \sin 45^\circ = 3 \cdot 0,7 = 2,1kN,$$

$$Q = F \cos 45^\circ = 3 \cdot 0,7 = 2,1kN,$$

$$M = F \cdot R(1 + \sin 45^\circ) + M = 3 \cdot 1(1 + 0,7) + 2 = 7,1kNm.$$

Ja $\varphi_2 = 90^\circ$, tad

$$N_C = F \sin 90^\circ = 3 \cdot 1 = 3kN,$$

$$Q_C = F \cos 90^\circ = 3 \cdot 0 = 0,$$

$$M_B = F \cdot R(1 + \sin 90^\circ) + M = 3 \cdot 1(1 + 1) + 2 = 8kNm.$$

Ja $\varphi_2 = 135^\circ$, tad

$$N = F \sin 135^\circ = 3 \cdot 0,7 = 2,1kN,$$

$$Q = F \cos 135^\circ = 3 \cdot (-0,7) = -2,1kN,$$

$$M = F \cdot R(1 + \sin 135^\circ) + M = 3 \cdot 1(1 + 0,7) + 2 = 7,1kNm.$$

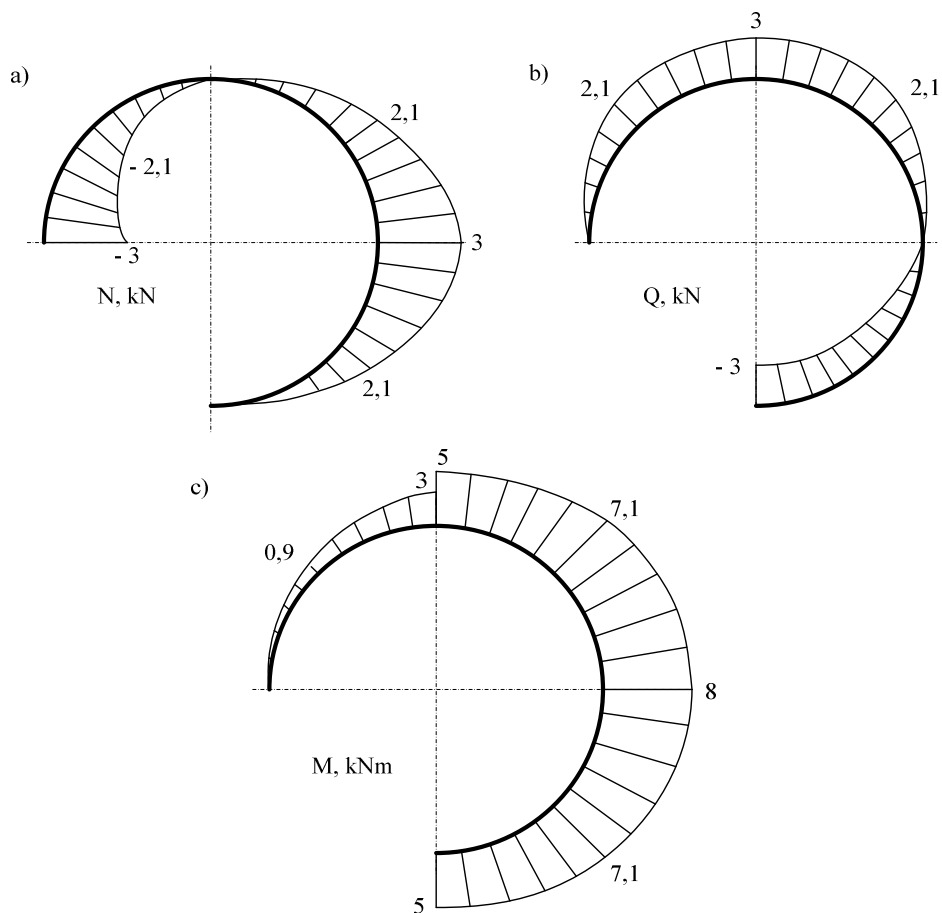
Ja $\varphi_2 = 180^\circ$, tad

$$N_D = F \sin 180^\circ = 3 \cdot 0 = 0,$$

$$Q_D = F \cos 180^\circ = 3 \cdot (-1) = -3kN,$$

$$M_D = F \cdot R(1 + \sin 180^\circ) + M = 3 \cdot 1(1 + 0) + 2 = 5kNm.$$

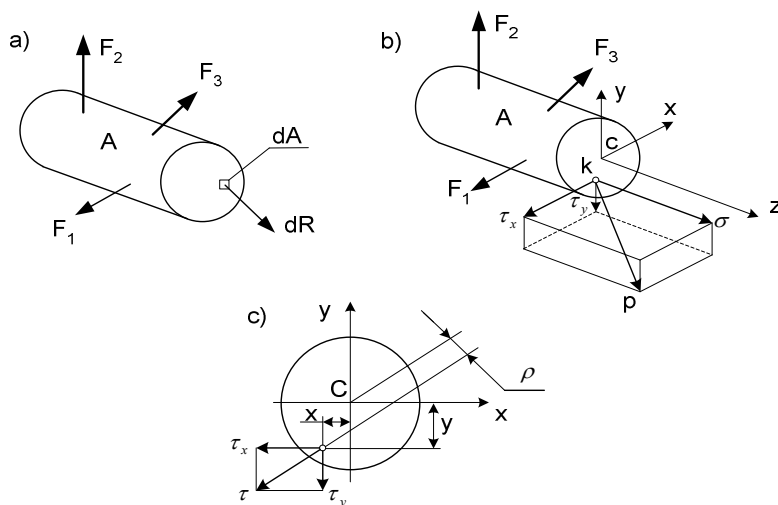
Pēc aprēķinātajām iekšējo spēku faktoru vērtībām atsevišķos posmu šķēlumos, zīmējam to epīras (1.20 att.).



1.20. att. Iekšējo spēku faktoru epīras liektai sijai:
a) – aksiālā spēka epīra, b) – šķērsspēka epīra, c) - lieces momenta epīra.

1.8. SPRIEGUMU JĒDZIENS UN TO IEDALĪJUMS

Uz katru šķēluma elementārlaukumiņu dA (1.21. att.) darbojas iekšējie elementārspēki dR . Ar šķēluma metodi nosaka to kopspēku. Iekšējo spēku sadalījums pa šķēluma laukumu ne vienmēr ir vienmērīgs. Lai raksturotu iekšējo spēku intensitāti elementārlaukumiņā dA , ievieš sprieguma jēdzienu (1.21. att. a).



1.21. att. **Spriegumi:**

a) elementārspēks dR elementārlaukumā dA , b) - pilnais spriegums p un tā sadalījums pa komponentēm, c) - tangenciālais spriegums un tā sadalījums pa komponentēm.

Pilno spriegumu aprēķina dalot iekšējo elementārspēku $d\bar{R}$, kāds darbojas kādā no elementārlaukumiem dA ar šo laukumu un apzīmē ar burtu p :

$$\bar{p} = \frac{d\bar{R}}{dA}. \quad (1.10)$$

Sprieguma mērvienība ir N/m^2 , kN/m^2 , MN/m^2 vai citādi. Pilno spriegumu $\bar{p}$ sadala komponentēs pa koordinātu asīm:

$$\bar{p} = \bar{\sigma} + \bar{\tau}_x + \bar{\tau}_y. \quad (1.11)$$

Spriegumu σ sauc par normālo spriegumu. Tas rodas, ja ārējā slodze cenšas attālināt ($\sigma > 0$) vai tuvināt ($\sigma < 0$) atsevišķas ķermeņa daļas šķēluma normāles z virzienā (stiepe, spiede). Spriegumus τ_x un τ_y sauc par tangenciāliem spriegumiem attiecīgi x un y asu virzienos un tie cenšas nobīdīt vienu ķermeņa daļu attiecībā pret otru šķēluma x un y asu plaknē (vērpe, cirpe/bīde).

Spriegumu σ , τ_x un τ_y pozitīvie virzieni atbilst attiecīgo iekšējo spēku N , Q_x un Q_y pozitīvajiem virzieniem (1.21. att. b un c). 1.21. att. ir parādīts ķermeņa

normālšķēlums, t.i. perpendikulāri stienša asij. Ja ķermeni šķēlšim zem cita leņķa, tad mainīsies pilnā sprieguma $\bar{p}$ vērtība.

Pastāv sakarība starp spriegumiem un iekšējo spēku faktoriem. Reizinot spriegumus σ , τ_x un τ_y ar elementārlaukumu dA , iegūstam iekšējos elementārspēkus:

$$dN = \sigma dA, \\ dQ_x = \tau_x dA \text{ un } dQ_y = \tau_y dA. \quad (1.12)$$

Integrāli summējot šos elementārspēkus pa visu šķēluma laukumu A , iegūstam aksiālo spēku N :

$$N = \int_A \sigma dA \quad (1.13)$$

un šķērsspēkus

$$Q_x = \int_A \tau_x dA \text{ un } Q_y = \int_A \tau_y dA. \quad (1.14)$$

Reizinot katru no elementārspēkiem ar tā attālumu līdz attiecīgai asij, iegūstam iekšējo spēku momentus

$$M_z = (\tau_x dA)y - (\tau_y dA)x = (\tau dA)\rho, \quad (1.15)$$

kur

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}; \quad (1.16)$$

ρ - sprieguma $\bar{\tau}$ plecs pret šķēluma laukuma A smagumcentru C (1.21. att. c).

$$dM_x = (\sigma dA)y \text{ un } dM_y = (\sigma dA)x. \quad (1.17)$$

Summējot šos momentus pa visu šķēluma laukumu A , iegūstam vērpes momentu:

$$M_z = \int_A \rho \tau dA \quad (1.18)$$

un lieces momentus

$$M_x = \int_A y \sigma dA \text{ un } M_y = \int_A x \sigma dA. \quad (1.19)$$

Ja zināma ārējā slodze uz konstrukciju vai tās elementu, tad izmantojot šķēluma metodi aprēķina iekšējo spēku faktorus – iekšējos spēkus un momentus. Pēc tiem

aprēķina spriegumus. Zinot maksimāli pieļaujamos spriegumus konstrukcijas materiālā, aprēķina nepieciešamos konstrukcijas vai tās elementa izmērus.

1.9. ŠĶĒLUMU LAUKUMU ĢEOMETRISKIE RAKSTUROTĀJI

1.9.1. Šķēluma laukums

Vienkāršākais šķēluma ģeometriskais raksturotājs ir tā laukums A . Ja laukumu uzskata kā sastāvošu no bezgala daudziem un bezgala maziem elementārlaukiem dA , tad viss laukums būs šo elementārlaukumu integrālā summa (1.22. att. a)

$$A = \int_A dA. \quad (1.20)$$

Taču izdarot aprēķinus liecē, vērpē, saliktos sloojumos, lodzē u.c., nepieciešams pielietot sarežģītākus šķēlumu ģeometriskos raksturotājus, tādus kā laukumu statistiskie momenti, aksiālie inerces un pretestības momenti, inerces rādiusi u.c. To aprēķinos zem integrāļa zīmes bez elementārlaukuma dA vēl ir šo elementārlaukumu koordinātu x , y , z dažādas funkcijas. Tādā veidā šķēlumu ģeometriskie raksturotāji ir atkarīgi ne tikai no šķēluma formas un izmēriem, bet arī no koordinātu asīm un poliem (koordinātu asu sākumpunktiem), pret kuriem tie tiek aprēķināti.

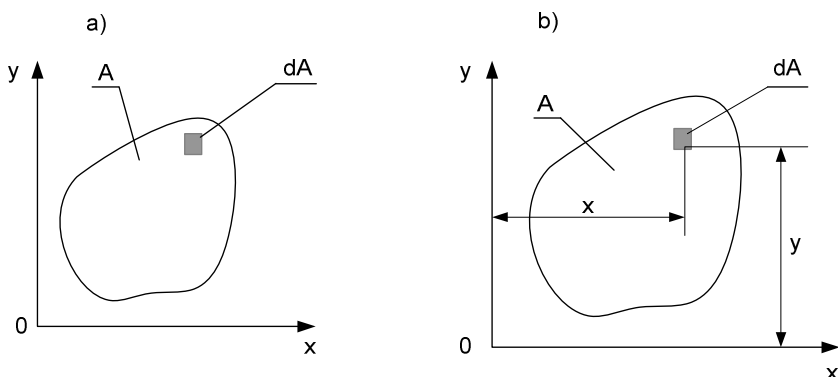
Vienkāršu formu šķēlumiem (aplis, gredzens, taisnstūris, trijstūris) tos parēķina pēc zināmām formulām. Velmētu profilu šķēlumu ģeometriskie raksturotāji sakopoti tabulās. Saliktus šķēlumus sadala vienkāršās figūrās, kuru šķēlumu ģeometriskie raksturotāji ir zināmi.

1.9.2. Laukumu statistiskie momenti

Elementārā laukuma dA reizinājumu ar tā attālumu līdz asij x vai y sauc par elementārā laukuma statisko momentu attiecīgi pret asi x vai y . Summējot šos momentus pa visu figūras laukumu, tas ir, nosakot laukuma noteikto integrāli, iegūstam visa figūras laukuma statisko momentu pret attiecīgo asi

$$S_x = \int_A y dA \text{ un } S_y = \int_A x dA. \quad (1.21)$$

Statiskā momenta mērvienības ir (garums)³, parasti cm³. Atkarībā no šķēluma novietojuma attiecībā pret koordinātu asīm, laukuma statistiskie momenti var būt pozitīvi, negatīvi vai vienādi ar nulli.



1.23. att. Šķēluma laukuma a) un statiskā momenta b) aprēķins.

Asis, pret kurām statistiskie momenti vienādi ar nulli, sauc par centrālām asīm. Tas krustojas punktā, kuru sauc par laukuma smagumcentru. Tātad, asis, kuras iet caur šķēluma laukuma smagumcentru, sauc par centrālām asīm. Apzīmējot laukuma smagumcentra C koordinātas ar x_c un y_c , statistiskais moments pret centrālām asīm būs

$$S_{x_c} = 0 \text{ un } S_{y_c} = 0. \quad (1.22)$$

Ja zināmi aksiālie inerces momenti pret kādām no laukuma smagumcentra nobīdītām asīm x un y , tad pret centrālām asīm x_c un y_c tos aprēķina ievietojot formulās (1.21) elementārlaukuma dA koordinātes, izteiktas centrālo asu sistēmā (1.24. att.).

Ievietojot formulās (1.22) statisko momentu izteiksmes (1.22) būs

$$S_{x_c} = \int_A (y - y_c) dA = 0 \text{ un } S_{y_c} = \int_A (x - x_c) dA = 0. \quad (1.23)$$

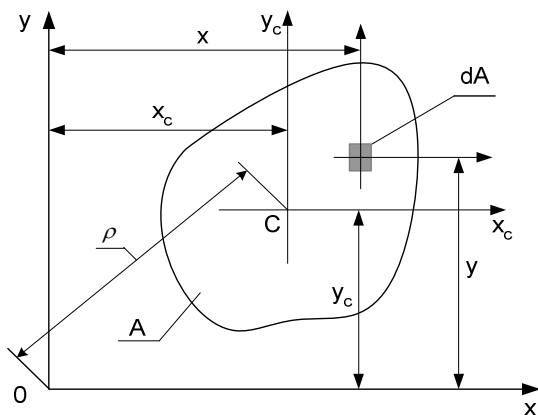
Atverot iekavas statiskā momenta S_x integrāļa izteiksmē, iegūstam

$$S_{x_c} = \int_A (y - y_c) dA = \int_A y dA - \int_A y_c dA = S_x - \int_A y_c dA = 0. \quad (1.24)$$

No pēdējās vienādības seko, ka

$$S_x = \int_A y_c dA = y_c \int_A dA = y_c A \quad (1.25)$$

$$\text{vai } S_x = y_c A. \text{ Analogi atrodam, ka } S_y = x_c A. \quad (1.26)$$



1.24. att. Šķēluma laukuma centrālās asis un centrālie inerces momenti.

No formulām (1.26) seko, ka šķēluma laukuma statistiskais moments pret x asi - S_x ir vienāds ar šķēluma laukuma A un tā smagumcentra koordinātes y_c reizinājumu, bet statistiskais moments pret y asi - S_y ir vienāds ar šķēluma laukuma A un tā smagumcentra koordinātes x_c reizinājumu.

Izteiksmes (1.26) izmanto laukuma smagumcentra koordinātu aprēķinam:

$$x_c = \frac{S_y}{A} \quad \text{un} \quad y_c = \frac{S_x}{A}. \quad (1.27)$$

Salikta laukuma statistiskais moments pret kādu asi vienāds ar tā atsevišķo daļu statisko momentu summu pret šo asi. Lai noteiktu salikta šķēluma smagumcentra koordinātes, tad laukumu sadala vienkāršās figūrās ar zināmiem laukumiem A_i un to smagumcentru koordinātēm x_i un y_i . Tad

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad \text{un} \quad y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i}. \quad (1.28)$$

Ja šķēluma laukumam ir simetrijas ass, tad smagumcentrs atrodas uz šīs ass un tā stāvokļa noteikšanai ir pietiekama tikai viena koordināte.

1.9.3. Laukumu aksiālie inerces momenti

Šeit apskatīsim divus aksiālos, vienu centrifugālo (vai centrālās) un vienu polāro inerces momentu.

Par šķēlums laukuma aksiāliem inerces momentiem I_x un I_y attiecīgi pret asīm x un y sauc šķēlumu ģeometriskos raksturotājus, kurus nosaka integrāļi

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \text{un} \quad I_y = \int_A x^2 dA. \quad (1.29)$$

Tātad, par šķēlums laukuma aksiāliem inerces momentiem sauc lielumus, ko iegūst, pa visu figūras laukumu summējot elementāro laukumiņu dA reizinājumus ar šo laukumiņu attālumu kvadrātiem līdz dotai asij x vai y . Kā redzam no formulām (1.29), laukuma aksiālie inerces momenti var būt tikai pozitīvi lielumi, vai arī vienādi ar nulli. To mērvienība ir (garums)⁴, parasti lieto cm⁴.

Par laukuma centrifugālo inerces momentu sauc šķēluma ģeometrisko raksturotāju, kuru nosaka integrālis

$$I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (1.30)$$

Vai, par laukuma centrifugālo inerces momentu sauc lielumu, ko iegūst, pa visu figūras laukumu summējot elementāro laukumiņu reizinājumus ar to attālumiem līdz divām savstarpēji perpendikulārām asīm. Centrifugālā inerces momenta mērvienība ir (garums)⁴, parasti lieto cm⁴. Tas var būt pozitīvs, negatīvs vai vienāds ar nulli. Ja šķēluma laukumam ir vismaz viena simetrijas ass, tad tā centrifugālais inerces moments ir vienāds ar nulli.

Par šķēluma laukuma polāro inerces momentu sauc šķēluma ģeometrisko raksturotāju, kuru nosaka integrālis

$$I_p = \int_A \rho^2 dA. \quad (1.31)$$

kur ρ - elementārlaikuma dA atstatums līdz koordinātu asu sākumpunktam (polam) (skat. 1.24. att.).

Polārā inerces momenta mērvienība ir (garums)⁴, parasti lieto cm⁴. Riņķim un gredzenam polārais inerces moments ir vienāds ar abu aksiālo inerces momentu summu. No (1.24. att.) redzams, ka $\rho^2 = x^2 + y^2$. Ievietojot šo sakarību formulā (1.31), iegūsim

$$I_p = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA = I_y + I_x = \text{const}. \quad (1.32)$$

Inerces momentus pret asīm, kuras it caur šķēluma laukuma smagumcentru, sauc par centrāliem inerces momentiem.

1.9.4. Sakarības starp inerces momentiem dažādās koordinātu sistēmās

Bieži inerces momenti jānosaka pret asīm, kuras dažādi novietotas šķēluma plaknē. To panāk ar asu paralēlo pārbīdi un pagriezienu.

Asu paralēlā pārbīde

Lai izvestu formulas asu paralēlai pārbīdei, apskatīsim laukumu A , pieņemot, ka tā centrālie aksiālie un centrifugālais inerces moments ir zināmi – izteikti ar integrāļiem

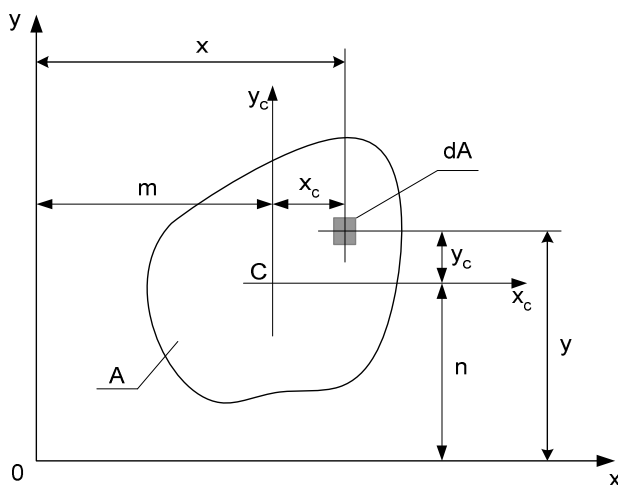
$$I_{x_c} = \int_A y_c^2 dA, \quad I_{y_c} = \int_A x_c^2 dA, \quad I_{x_c y_c} = \int_A x_c y_c dA. \quad (1.32)$$

Noteiksim dotā šķēluma A aksiālos inerces momentus pret asīm x un y , kuras ir paralēlas asīm x_c un y_c , bet no tām nobīdītas attiecīgi par gabaliem m un n . Elementārlaikuma dA koordinātes asu x un y sistēmā izsakām kā

$$x = x_c + m \quad \text{un} \quad y = y_c + n. \quad (1.33)$$

Ievietojot y izteiksmi no formulām (1.33) sakarībā (1.29) un attiecīgi pārveidojot būs

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_A (y_c + n)^2 dA = \int_A y_c^2 dA + 2n \int_A y_c dA + n^2 \int_A dA. \quad (1.34)$$



1.25. att. Asu paralēlā pārbīde.

Ievērojot formulas (1.32) un (1.21), iegūsim

$$I_x = I_{x_c} + 2nS_{x_c} + n^2 A. \quad (1.35)$$

Tā kā statistiskais moments S_{x_c} pret centrālo asi x_c ir vienāds ar nulli (1.22), tad no izteiksmes (1.35) seko

$$I_x = I_{x_c} + n^2 A. \quad (1.36)$$

Analogi formulai (1.36) varam iegūt sakarību

$$I_y = I_{y_c} + m^2 A. \quad (1.37)$$

No formulām (1.36) un (1.37) secinām, ka inerces momentu vērtības ir vismazākās pret šķēluma centrālām asīm (x_c un y_c). Lai atrastu inerces momentus pret kādām citām, no centrālām asīm paralēli nobīdītām asīm x un y , tad inerces momentu vērtībām pret centrālām asīm (I_{x_c} un I_{y_c}) jāpieskaita šķēluma laukuma un attāluma kvadrāta, starp attiecīgām asīm (m vai n), reizinājums.

Lai atrastu centrifugālā inerces momenta izmaiņu, ievietosim sakarības (1.33) aksiālā inerces momenta integrālī (1.30). Tad iegūsim

$$I_{xy} = \int_A (x_c + m)(y_c + n)dA = \int_A x_c y_c dA + m \int_A y_c dA + n \int_A x_c dA + mn \int_A dA. \quad (1.38)$$

Ievērojot sakarības (1.32) un (1.21), varam rakstīt

$$I_{xy} = I_{x_c y_c} + mnA + nS_{y_c} + mS_{x_c} . \quad (1.39)$$

Tā kā asis x_c un y_c ir centrālās asis, tad saskaņā ar formulām (1.22), iegūsim

$$I_{xy} = I_{x_c y_c} + mnA . \quad (1.40)$$

Formula (1.40) rāda, ka arī centrifugālā inerces momenta vērtība vismazākā ir pret šķēluma centrālām asīm (x_c un y_c). Lai aprēķinātu tā vērtību pret kādām citām, no centrālām asīm paralēli nobīdītām asīm x un y , tad centrifugālā inerces momenta vērtībai pret centrālām asīm ($I_{x_c y_c}$) jāpieskaita šķēluma laukuma un attālumu starp attiecīgām asīm (m un n), reizinājums.

Ja pārvieto tikai vienu no centrālām asīm, tad centrifugālā inerces momenta vērtība nemainās, jo viens no starprasu attālumiem m vai n būs nulle. Formulā (1.4) lielumi m un n jāievieto ar to zīmēm x un y koordinātu asu sistēmā.

Formulas (1.36), (1.37) un (1.40) sauc par asu paralēlās pārbīdes formulām. Kā sākotnējās asis šeit tiek uzskatītas centrālās asis x_c un y_c (1.25. att.). Ja sākotnējās asis nav centrālās asis, tad jāizmanto formulas (1.35) un (1.39).

Asu pagrieziens

Lai aprēķinātu inerces momentus pret kādām asīm u un v , kuras attiecībā pret centrālajām asīm x_c un y_c ir pagrieztas par kādu leņķi α , pieņemam, ka apskatāmā šķēluma aksiālie un centrifugālais inerces momenti ir zināmi (1.41). Noteiksim inerces momentus koordinātu sistēmā u un v . (1.26. att.).

$$I_{x_c} \int_A y_c^2 dA, I_{y_c} = \int_A x_c^2 dA, I_{x_c y_c} = \int_A x_c y_c dA . \quad (1.41)$$

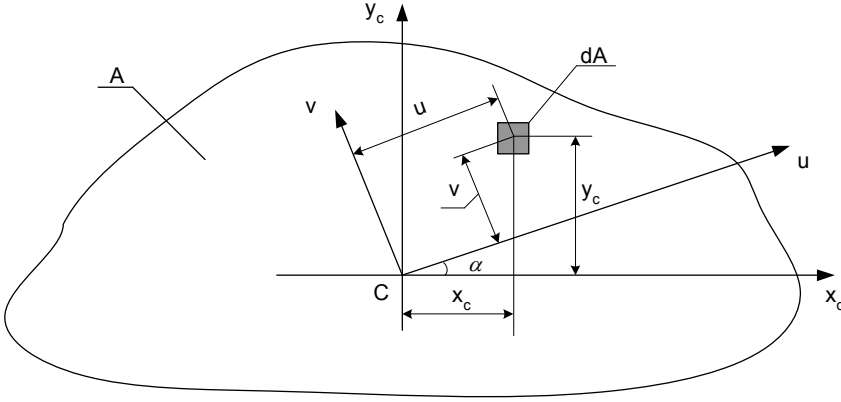
Lai noteiktu sakarības starp elementārlaukuma dA koordinātēm abās koordinātu sistēmās, izmantosim no matemātikas zināmas formulas

$$v = y_c \cos \alpha - x_c \sin \alpha ; u = y_c \sin \alpha + x_c \cos \alpha . \quad (1.42)$$

Ievietosim sakarības (1.42) integrāļos, kuri izsaka inerces momentus pret pagrieztām asīm u un v :

$$I_u = \int_A v^2 dA, \quad I_v = \int_A u^2 dA \quad \text{un} \quad I_{uv} = \int_A uv dA. \quad (1.43)$$

Piemēram, aksiālais inerces moments pret u asi



1.26. att. Asu pagrieziens.

$$\begin{aligned} I_u &= \int_A (y_c \cos \alpha - x_c \sin \alpha)^2 dA = \cos^2 \alpha \int_A y_c^2 dA - \\ &\quad - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A x_c y_c dA + \sin^2 \alpha \int_A x_c^2 dA. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Ievērojot sakarības (1.29) un (1.30), formulu (1.44) pārveidojam šādi:

$$I_u = I_{x_c} \cos^2 \alpha + I_{y_c} \sin^2 \alpha - I_{x_c y_c} \sin 2\alpha. \quad (1.45)$$

Analogi iegūstam formulu inerces momenta aprēķinam pret v asi:

$$I_v = \int_A (x_c \cos \alpha + y_c \sin \alpha)^2 dA \quad (1.46)$$

vai

$$I_v = I_{x_c} \sin^2 \alpha + I_{y_c} \cos^2 \alpha + I_{x_c y_c} \sin 2\alpha. \quad (1.47)$$

Saskaitot iegūtās inerces momentu I_u un I_v aprēķina izteiksmes (1.45) un (1.47), un izmantojot formulu (1.32), iegūstam

$$I_u + I_v = I_x (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + I_y (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha). \quad (1.48)$$

Ievērojot, ka

$$(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 1 \quad (1.49)$$

iegūstam

$$I_u + I_v = I_x + I_y = \text{const} . \quad (1.50)$$

No formulas (1.50) seko, ka aksiālo inerces momentu summa pret jebkurām divām savstarpēji perpendikulārām asīm apskatāmajam šķēlumam ir konstants lielums, kas, savukārt, skaitliski ir vienāds ar polāro inerces momentu un nav atkarīgs no asu virziena leņķa α .

Lai atrastu formulu centrifugālā inerces momenta aprēķinam pret pagrieztām asīm u un v , tā izteiksmē formulā (1.43) ievieto sakarības (1.42). Tad

$$\begin{aligned} I_{uv} &= \int_A (x_c \cos \alpha + y_c \sin \alpha)(y_c \cos \alpha - x_c \sin \alpha) dA = \\ &= \int_A x_c y_c \cos^2 \alpha dA - \int_A x_c^2 \sin \alpha \cos \alpha dA + \int_A y_c^2 \cos \alpha \sin \alpha dA - \int_A x_c y_c \sin^2 \alpha dA = \\ &= \cos^2 \alpha \int_A x_c y_c dA - \sin \alpha \cos \alpha \int_A x_c^2 dA + \sin \alpha \cos \alpha \int_A y_c^2 dA - \sin^2 \alpha \int_A x_c y_c dA = \\ &= I_{x_c y_c} \cos^2 \alpha - I_{x_c y_c} \sin^2 \alpha + I_{x_c} \sin \alpha \cos \alpha - I_{y_c} \sin \alpha \cos \alpha = \\ &= I_{x_c y_c} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + (I_{x_c} - I_{y_c}) \sin \alpha \cos \alpha . \end{aligned} \quad (1.51)$$

$$\text{Tā kā } \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha \text{ un } \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin 2}{2} , \quad (1.52)$$

tad ievietojot šīs sakarības formulā (1.51), iegūstam

$$I_{uv} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_c y_c} \cos 2\alpha . \quad (1.52)$$

Formulas (1.45), (1.47) un (1.52) sauc par asu pagriezienu formulām. Tās var izmantot arī tad, ja asu u un v sākumpunkts nesakrīt ar šķēluma laukuma smagumcentru.

1.9.5. Galvenās asis un galvenie inerces momenti

Divas savstarpēji perpendikulāras centrālās asis, pret kurām kāda šķēluma

laukuma centrifugālais inereses moments ir vienāds ar nulli, sauc par šī šķēluma galvenajām asīm. Aksiālos inereses momentus pret galvenajām asīm sauc par galveniem inereses momentiem.

Ja ir zināmi šķēluma laukuma inereses momenti pret tā centrālajām asīm I_{x_c} , I_{y_c} un $I_{x_c y_c}$, tad var noteikt galveno asu virziena leņķi α_0 , t.i., leņķi, par kādu jāpagriež šķēluma centrālās asis, lai tās kļūtu par šī šķēluma galvenajām asīm (skat.1.26. att.). Tā kā pret galvenajām asīm centrifugālais inereses moments vienāds ar nulli ($I_{x_g y_g} = 0$), tad leņķa α_0 noteikšanai formulas (1.52) labo pusi pielīdzinām nullei:

$$\frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (1.53)$$

Tālāk, izdalot abas vienādības (1.53) puses ar $\cos 2\alpha_0$ un pārveidojot, iegūsim

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}}. \quad (1.54)$$

Leņķis α_0 nosaka vienas galvenās ass, bet leņķis $\alpha_0 + 90^\circ$ otras galvenās ass virzienu (skat. 1.26. att.).

Ja šķēlumam ir simetrijas ass, tad tā vienlaicīgi ir arī šķēluma galvenā ass. Otra galvenā ass ir perpendikulāra pirmajai. Formulu (1.54) izmanto galveno asu virziena leņķa noteikšanai nesimetriskiem šķēļumiem. Asis, pret kurām centrifugālais inereses moments ir nulle, var novilkt jebkurā šķēluma plaknes punktā. Inženieraprēķinos parasti izmanto tikai galvenās centrālās inereses asis, t.i., asis, kuras iet caur šķēluma laukuma smagumcentru.

Riņķim un gredzenam ikviens to diametrs ir galvenā ass. Taisnstūrim un kvadrātam galvenās asis ir to simetrijas asis.

Pagriežot šķēluma centrālās asis par leņķi α_0 (1.54), tās ieņems galveno asu stāvokli, pret kurām centrifugālais inereses moments kļūs vienāds ar nulli, bet aksiālie inereses momenti iegūs ekstrēmās vērtības. Pielīdzinot nullei izteiksmes (1.45) atvasinājumu pēc leņķa α_0 , aprēķināsim šīs ekstrēmās vērtības:

$$\frac{dI_u}{d\alpha_0} = \frac{d}{d\alpha_0} (I_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + I_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - I_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0) = 0. \quad (1.55)$$

Veicot atvasināšanas darbības būs

$$2I_{x_c} \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 - 2I_{y_c} \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + 2I_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (1.56)$$

Ievērojot sakarības (1.52) un izdarot elementārus matemātiskus pārveidojumus, iegūstam

$$(I_{x_c} - I_{y_c}) \sin 2\alpha_0 + 2I_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (1.57)$$

Galveno inerces momentu vērtības var aprēķināt, ievietojot leņķa α_0 vērtību, aprēķinātu pēc formulas (1.54), izteiksmēs (1.45) un (1.47). Viens no tiem iegūs maksimālo, otrs - minimālo vērtību. Galveno inerces momentu I_{u_0} un I_{v_0} aprēķināšanai ir lietderīgi pārveidot formulas (1.45) un (1.47) tā, lai tajās nebūtu trigonometriskās funkcijas. Tam nolūkam formulās (1.45) un (1.47) ievietojām sakarības

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \text{ un } \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}. \quad (1.58)$$

Tad

$$I_u = \frac{I_{x_c}}{2}(1 + \cos 2\alpha) + \frac{I_{y_c}}{2}(1 - \cos 2\alpha) - I_{x_c y_c} \sin 2\alpha \quad (1.59)$$

vai

$$I_u = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \cos 2\alpha - I_{x_c y_c} \sin 2\alpha. \quad (1.60)$$

Analogi iegūsim

$$I_v = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \cos 2\alpha + I_{x_c y_c} \sin 2\alpha. \quad (1.61)$$

Aizstājot formulās (1.60) un (1.61) $\sin 2\alpha$ un $\cos 2\alpha$ ar $\operatorname{tg} 2\alpha$ un izmantojot formulu (1.54), iegūstam

$$\sin 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = -\frac{2I_{x_c y_c}}{\sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}} \quad (1.62)$$

un

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{\sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}}. \quad (1.63)$$

Izdarot algebriskus pārveidojumus

$$\begin{aligned}
I_u &= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{(I_{x_c} - I_{y_c})^2}{\sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}} + \frac{2I_{x_c y_c}^2}{\sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}} = \\
&= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}.
\end{aligned} \tag{1.64}$$

Analogi būs

$$I_v = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}. \tag{1.65}$$

Apvienojot formulas (1.64) un (1.65), iegūstam

$$\frac{\max}{\min} I = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2}. \tag{1.66}$$

Ņemot formulā (1.66) kvadrātsakni ar plusa zīmi iegūsim lielāko galveno inerces momentu $\max I$, bet ar mīnusa zīmi – mazākā galvenā inerces momenta vērtību $\min I$.

1.9.6. Inerces rādiusi un pretestības momenti

Par šķēluma laukuma inerces rādiusiem i_x un i_y attiecīgi pret asīm x un y sauc šķēluma lineāros raksturotājus, kurus nosaka izteiksmes

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \text{ un } i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}. \tag{1.67}$$

Inerces rādiusu mērvienība ir garums pirmajā pakāpē – parasti cm. Inerces rādiusus pret galvenajām inerces asīm sauc par galvenajiem inerces rādiusiem.

Par šķēluma laukuma aksiāliem pretestības momentiem W_x un W_y , attiecīgi pret asīm x un y , sauc šķēlums ģeometriskos raksturotājus

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} \text{ un } W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}. \tag{1.68}$$

kur $x_{\max}, y_{\max}$ – no asīm x un y tālāk esošo šķēluma laukuma punktu attālumi.

Par šķēluma laukuma polāro pretestības momentu W_p , sauc šķēluma ģeometriskos raksturotāju

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}. \tag{1.69}$$

kur I_p -šķēluma laukuma polārais inerces moments pret tā smagumcentru C.

$\rho_{\max}$ - šķēluma attālākā punkta atstatums no smagumcentra C.

Pretestības momenta mērvienība ir (garums)³, parasti lieto cm³.

1.8. piemērs. Geometrisko raksturotāju aprēķins.

Dotajam šķēluma laukumam (1.27. att.), kurš sastāv no Nr.20 U-profila un nevienādmalu stūreņa $100 \times 63 \times 10$, noteikt:

- 1) smagumcentra koordinātas;
- 2) aksiālos un centrifugālo inerces momentus attiecībā pret centrālajām asīm;
- 3) galveno centrālo asu stāvokli;
- 4) inerces momentus pret galvenajām centrālajām asīm un veikt pārbaudes aprēķinu;
- 5) inerces rādītājus pret galvenajām centrālajām asīm.

Atrisinājums

No velmēto profilu sortimentu tabulām izrakstām nepieciešamos parametrus, kā arī ievadam attiecīgos indeksus:

U-profilam Nr. 20 (pirmā figūra ar laukumu A_1):

$h_1 = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$; $b_1 = 76 \text{ mm} = 7,6 \text{ cm}$; $A_1 = 23,4 \text{ cm}^2$; $I_{x1} = 1520 \text{ cm}^4$; $I_{y1} = 113 \text{ cm}^4$; $x_{01} = 2,07 \text{ cm}$.

Nevienādmalu stūrenim $100 \times 63 \times 10$ (otrā figūra ar laukumu A_2):

$B_2 = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$; $b_2 = 63 \text{ mm} = 6,3 \text{ cm}$; $A_2 = 15,5 \text{ cm}^2$; $x_{02} = 1,58 \text{ cm}$;

$y_{02} = 3,40 \text{ cm}$; $I_{x2} = 154 \text{ cm}^4$; $I_{y2} = 47,1 \text{ cm}^4$; $I_{u2\min} = 28,3 \text{ cm}^4$; $\text{tg} \alpha_2 = 0,387$.

Izvēlamies palīgasis x_o un y_o , kuras iet caur pirmās figūras smagumcentru $x_1 C_1 y_1$. Tad U-profilam un stūrenim smagumcentru koordinātes palīgāsīs x_o y_o ir (skat.1.27. att):

$$x_1 = y_1 = 0;$$

$$x_2 = x_{01} + x_{02} = 2,07 + 1,58 = 3,65 \text{ cm};$$

$$y_2 = \frac{h_1}{2} - y_{02} = \frac{20}{2} - 3,4 = 6,60 \text{ cm}.$$

Salikt laukuma smagumcentra koordinātes:

$$x_C = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 0 + 15,5 \cdot 3,65}{23,4 + 15,5} = 1,45 \text{ cm};$$

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{23,4 \cdot 0 + 15,5 \cdot 6,60}{23,4 + 15,5} = 2,63 \text{ cm}.$$

Novēlcam centrālās asis x_C un y_C , kuras iet caur kopējo smagumcentru un nosakām asu pārbīdes atstatumus:

$$a_1 = y_1 - y_C = 0 - 2,63 = -2,63 \text{ cm};$$

$$a_2 = y_2 - y_C = 6,60 - 2,63 = 3,97 \text{ cm};$$

$$e_1 = x_1 - x_C = 0 - 1,45 = -1,45 \text{ cm};$$

$$e_2 = x_2 - x_C = 3,65 - 1,45 = 2,20 \text{ cm}.$$

Aksiālie inerces momenti attiecībā pret centrālajām asīm x_C un y_C :

$$\begin{aligned} I_{x_C} &= (I_{x1} + a_1^2 A_1) + (I_{x2} + a_2^2 A_2) = \\ &= 1520 + (-2,63)^2 \cdot 23,4 + 154 + 3,97^2 \cdot 15,5 = 2080,1 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{y_C} &= (I_{y1} + e_1^2 A_1) + (I_{y2} + e_2^2 A_2) = \\ &= 113 + (-1,45)^2 \cdot 23,4 + 47,1 + 2,20^2 \cdot 15,5 = 284,3 \text{ cm}^4. \end{aligned}$$

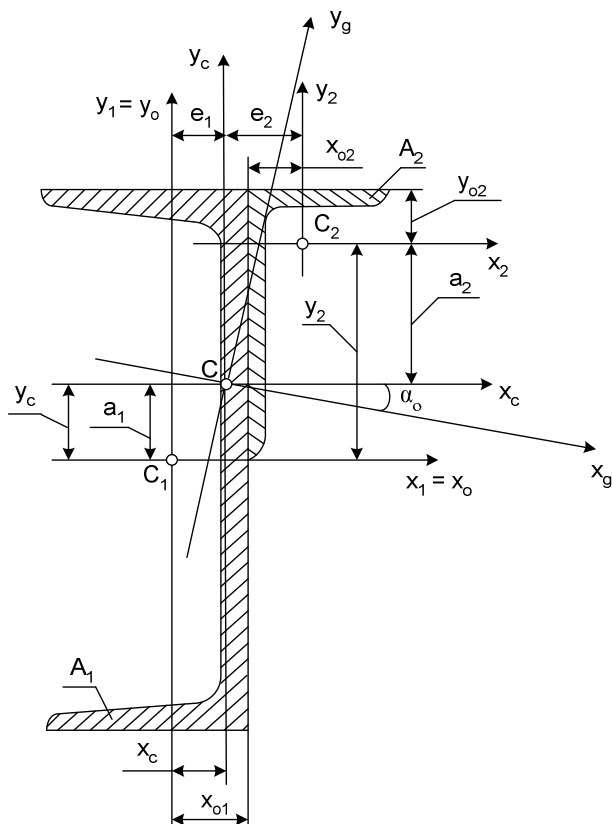
Centrifugālais inerces moments attiecībā pret centrālajām asīm x_C un y_C :

$$\begin{aligned} I_{x_C y_C} &= (I_{x1 y1} + a_1 e_1 A_1) + (I_{x2 y2} + a_2 e_2 A_2) = \\ &= 0 + (-2,63)(-1,45) \cdot 23,4 + 48,6 + 3,97 \cdot 2,0 \cdot 15,5 = 273,2 \text{ cm}^4, \end{aligned}$$

kur $I_{x1 y1} = 0$, jo U-profilam ir viena simetrijas ass.

$$I_{y2 \max} = I_{x2} + I_{y2} - I_{u2 \min} = 154,0 + 47,1 - 28,3 = 172,8 \text{ cm}^4;$$

$$I_{x2 y2} = \frac{I_{y2 \max} - I_{u2 \min}}{2} \sin 2\alpha_2 = \frac{172,8 - 28,3}{2} \sin 2 \cdot 21,156^\circ = 48,6 \text{ cm}^4.$$



1.27. att. Salikts velmētu profilu sijas šķēluma laukums.

Galveno centrālo asu virziena leņķis:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 273,2}{2080,1 - 284,3} = -0,3043 \text{ rad},$$

tad $2\alpha_0 = -16,92^\circ$ un $\alpha_0 = -8,46^\circ$.

Ja $\alpha_0 < 0$, tad šķēluma centrālās asis jāpagriež pulksteņa rādītāja kustības virzienā par leņķi α_0 un tās kļūst par galvenajām centrālajām asīm x_g un y_g .

Aksiālie inerces momenti attiecībā pret galvenajām centrālajām asīm:

$$\begin{aligned} \max I = I_{x_g} &= I_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + I_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - I_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 2080,1 \cos^2 (-8,46^\circ) + 284,3 \sin^2 (-8,46^\circ) - 273,2 \sin 2(-8,46^\circ) = 2120,7 \text{ cm}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\min I &= I_{yg} = I_{xc} \sin^2 \alpha_0 + I_{yc} \cos^2 \alpha_0 + I_{xcyc} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 2080,1 \sin^2 (-8,46^\circ) + 284,3 \cos^2 (-8,46^\circ) + 273,2 \sin 2(-8,46) = 242,6 \text{ cm}^4.\end{aligned}$$

Aprēķinu pareizības pārbaudē nosaka vai:

$$I_{xc} + I_{yc} = I_{xg} + I_{yg} = \text{const};$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, iegūstam

$$2080,1 + 284,3 = 2120,7 + 243,6,$$

vai

$$2364,4 = 2364,4.$$

Tātad asu pagrieziens ir veikts pareizi.

Aprēķinam inerces rādītājus attiecībā pret galvenajām centrālajām asīm:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{xg}}{A_1 + A_2}} = \sqrt{\frac{2120,7}{23,4 + 15,5}} = 7,38 \text{ cm};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{yg}}{A_1 + A_2}} = \sqrt{\frac{243,6}{23,4 + 15,5}} = 2,50 \text{ cm}.$$

STIEPE (SPIEDE)

64

spriegums, kāds darbojas kādā no šķēlumiem. Jebkurā konstrukcijas šķēlumā spriegums nedrīkst pārsniegt t.s. pieļaujamo spriegumu $[\sigma]$, kas ir atkarīgs no konstrukcijas vai tās elementa materiāla stiprības:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \quad (2.3)$$

Stieņu aprēķiniem stiepes (spiedes) slogojumā izmanto sekojošu formulu, ko sauc par stiprības nosacījumu:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (2.4)$$

Ar formulu (2.4) var aprēķināt:

- faktisko spriegumu stieņa materiālā, ja zināms aksiālais spēks N , kāds darbojas attiecīgā stieņa šķēlumā, un stieņa šķērsriezuma laukums. Šādi aprēķināto spriegumu salīdzina ar stieņa materiālam pieļaujamo spriegumu:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (2.5)$$

- ja zināms aksiālais spēks N , kāds darbojas attiecīgā stieņa šķēlumā un stieņa materiālam pieļaujamais spriegums, tad iespējams aprēķināt nepieciešamo stieņa šķērsriezuma laukumu – šķērsriezuma izmēru noteikšana:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (2.6)$$

- pieļaujamās slodzes noteikšanas aprēķins. Ja zināms stieņa šķērsriezuma laukums A un pieļaujamais spriegums stieņa materiālam, tad pieļaujamā slodze

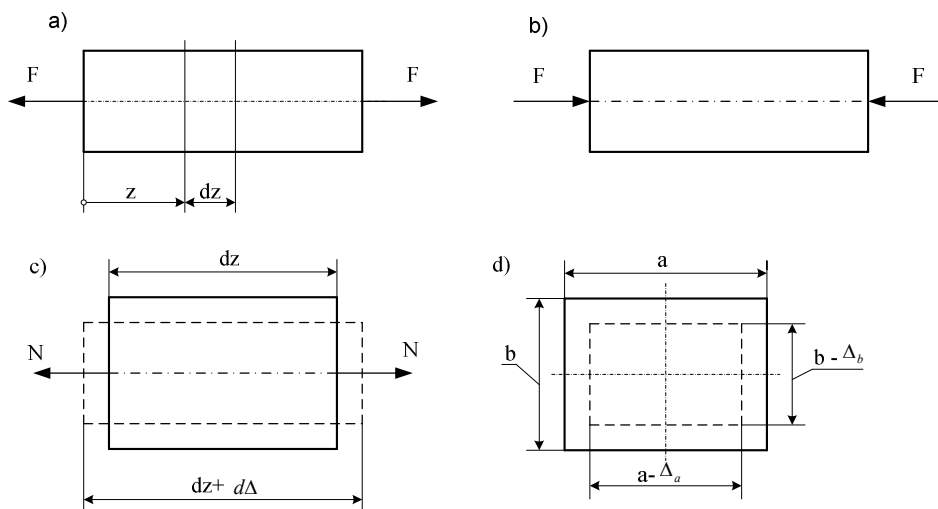
$$[N] \leq A[\sigma]. \quad (2.7)$$

Stieņa deformāciju noteikšanai stiepes (spiedes) slogojumā (2.1.att. a un b) ar diviem paralēliem un stieņa asij perpendikulāriem šķēlumiem izdalīsim bezgalīgi īsu stieņa elementu garumā dz (2.1. att. c). Uz stieņa elementu garumā dz no katras puses darbosies aksiālais spēks N . Tā rezultātā stieņa elementa garums dz palielināsies par lielumu $d\Delta$, bet stieņa šķērsriezuma izmēri a un b samazināsies attiecīgi par lielumiem Δ_a un Δ_b (2.1. att.d). Spiedes gadījumā stieņa garums samazināsies, bet tā šķērsizmēri attiecīgi palielināsies. Lielumi $d\Delta$, Δ_a un Δ_b ir stieņa absolūtās

deformācijas. Tās ir atkarīgas no slodzes lieluma, kāda darbojas uz stieni, un no stieņa šķēsgriezuma izmēriem. Inženieraprēķinos bieži vien ir lietderīgāk izmantot t.s. relatīvās deformācijas, kuras no stieņa izmēriem nav atkarīgas – relatīvo garendeformāciju ε un relatīvo šķērsdeformāciju ε_s . Tās aprēķina:

$$\varepsilon = \frac{d\Delta}{dz} \text{ un } \varepsilon_s = \frac{\Delta_a}{a} = \frac{\Delta_b}{b}. \quad (2.8)$$

Stiepes slogojumā $\varepsilon_s < 0$, bet spiedes gadījumā $\varepsilon_s > 0$.



2.1. att. **Stiepes (spiedes) slogojums:**

a) - stiepts, b) - spiests stienis, c) - stieņa elements, d) - šķēluma deformācijas.

Eksperimentāli noskaidrots, ka stiepes (spiedes) slogojumā abu relatīvo deformāciju attiecība materiāliem zināmās robežās ir konstants lielums. Šīs attiecības absolūto vērtību sauc par šķērsdeformācijas vai Puasona koeficientu un apzīmē ar burtu μ :

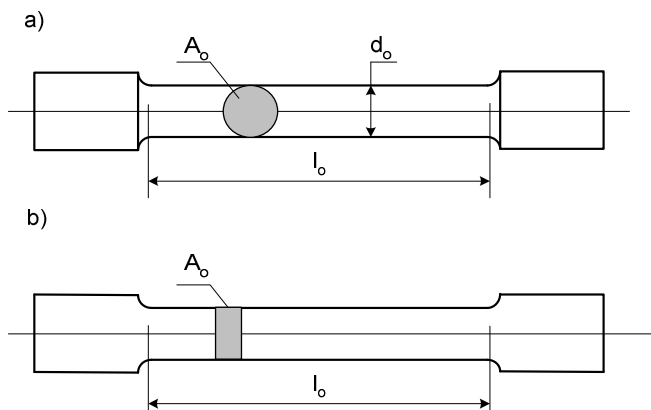
$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon} \right|, \quad \varepsilon_s = -\mu \varepsilon. \quad (2.9)$$

Puasona koeficients μ ievērtē materiāla spējas deformēties šķērsvirzienā. Dažādiem materiāliem tā vērtības ir robežās: $\mu = 0 \dots 0,5$. Lielai daļai metālu un to sakausējumu Puasona koeficienta vērtība ir $\mu = 0,23 \dots 0,35$.

Ārējās slodze iespaidā konstrukciju materiāli deformējas – mainās to forma un izmēri. Materiāla īpašību pēc slodzes noņemšanas atgūt tā sākotnējo formu un izmērus sauc par materiāla elastību. Deformācijas, kas izzūd pēc slodzes noņemšanas, sauc par elastīgām deformācijām, bet kuras paliek – par paliekošām vai plastiskām deformācijām. Materiālu pretestības kursā aplūkosim galvenokārt elastīgās deformācijas, jo paliekošās deformācijas praktiskās konstrukcijās parasti nav pieļaujamas.

2.2. STIEPES (SPIEDES) DIAGRAMMA PLASTISKIEM MATERIĀLIEM

Materiālu mehāniskās īpašības stiepes (spiedes) slogojumā parasti nosaka eksperimentāli, stiepjot no materiāla izgatavotus speciālus paraugus. Visbiežāk izmanto apaļa vai taisnstūra šķērsriezuma paraugstieņus (2.2. att.).



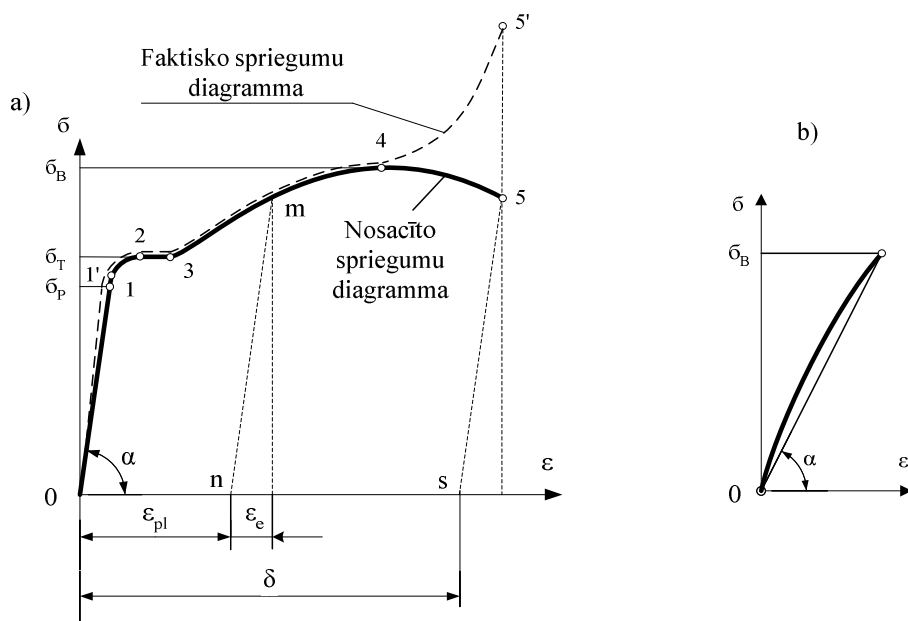
2.2. att. **Paraugstieņi:**

a) apaļa šķērsriezuma, b) - taisnstūra šķērsriezuma,
 l_o un A_o - pārbaudāmās daļas garums un šķērsriezuma laukums.

Paraugstieņu slogošanai izmanto speciālas raušanas mašīnas, kuras var būt ar mehānisku, hidraulisku vai cita veida piedziņu. Stieņu paplašinātie gali kalpo to iestiprināšanai mašīnas satvērējos.

Raušanas mašīnas ir apgādātas ar ierīcēm, kas slogošanas laikā mēra un fiksē slogošanas spēku, stieņa deformācijas u.c. parametrus, kā arī zīme $F-\Delta$ (slogošanas spēka un paraugstieņa absolūtā pagarinājuma) diagrammu. Stiepē iegūtie rezultāti parasti izsaka materiāla mehāniskās īpašības arī citos slogojuma veidos: spiedē, bīdē, vērpi un liecē.

Dalot raušanas mašīnas attīstīto stiepes spēku F raksturīgos diagrammas $F-\Delta$ punktus ar paraugstieņa sākotnējo šķērsgriezuma laukumu A_0 un stieņa absolūto pagarinājumu Δ pie attiecīgā spēka F , iegūstam t.s. nosacīto spriegumu diagrammu $\sigma-\varepsilon$ koordinātēs, kur uz vertikālās ass noteiktā mērogā ir atlikts normālais spriegums σ , bet uz horizontālās ass – stieņa garuma l_0 relatīvais pagarinājums ε (2.3. att.).



2.3. att. Stiepes diagramma $\sigma-\varepsilon$ koordinātēs:
a) - mazoglekļa tēraudam, b) - traušlam materiālam.

Diagrammā var saskatīt vairākus punktus, ar attiecīgiem robežspriegumiem. Stiepšanas sākumā posmā starp punktiem 0-1 (2.3. att. a) pastāv lineāra sakarība starp spriegumu σ un relatīvo pagarinājumu ε . Šai laikā paraugstieņa šķērsgriezuma

laukums samazinās maz, tāpēc ar nelielu kļūdu var pieņemt, ka tā vērtība šajā sloģošanas posmā vienāda ar sākuma šķērsriezuma laukumu A_0 .

Spriegumu punktā 1 sauc par proporcionalitātes robežspriegumu vai proporcionalitātes robežu. To aprēķina:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_0}, \quad (2.10)$$

kur F_p - proporcionalitātes robežslodze.

Līdz šai vērtībai spriegums σ ir tieši proporcionāls stieņa relatīvajam pagarinājumam ε . Nedaudz augstāk atrodas punkts 1', spriegumu kurā sauc par elastības robežspriegumu. Līdz šai sprieguma vērtībai stienī rodas tikai elastīgās deformācijas, kuras pēc ārējās slodzes noņemšanas izzūd ($\sigma_e \approx \sigma_p$). Šo spriegumu aprēķina:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0}, \quad (2.11)$$

kur F_e - elastības robežslodze.

Ja sprieguma vērtība pārsniedz elastības robežu, stienī rodas paliekošās deformācijas, kuras pēc ārējās slodzes noņemšanas vairs neizzūd. Tēraudam ar mazu oglekļa saturu elastības robežspriegums $\sigma_e = 20 \text{ kN/cm}^2$.

Pieaugot spriegumam virs elastības robežas, stiepes diagrammas izliekums pāriet aptuveni horizontālā posmā 2-3 paralēli stieņa relatīvās garendeformācijas ε asij. Šajā posmā notiek intensīva stieņa pagarināšanās pie nemainīgas sprieguma vērtības. Paraugstieņa šķērsizmērs samazinās. Notiek it ka stieņa materiāla plūšana vai nostiprināšanās. Šo deformācijas posmu sauc par tecēšanu, bet spriegumus šajā posmā – par tecēšanas robežspriegumiem σ_T . Uz stieņa virsmas parādās t.s. Černova-Līdersa līnijas, kuras ar stieņa asi veido aptuveni 45° lielu leņķi (2.4. att. a). Šajās plaknēs darbojas lielākie tangenciālie spriegumi un notiek materiāla kristāliskās struktūras pārbīdīšanās. Tecēšanai izbeidzoties materiāls atkal spēj pretoties slodzes pieaugumam. Tāpēc diagrammas posmu 3-4 sauc par materiāla nostiprināšanās posmu. Līdz punktam 4, stienis visā garumā deformējas aptuveni vienādi. Tēraudam ar mazu oglekļa saturu elastības robežspriegums $\sigma_T = 22-26 \text{ kN/cm}^2$.

Tecēšanas robežspriegumus aprēķina:

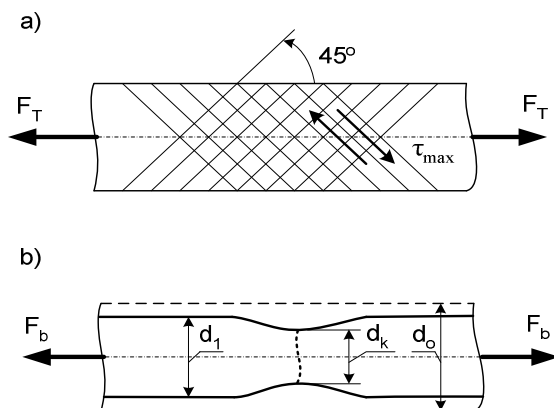
$$\sigma_T = \frac{F_T}{A_0}, \quad (2.12)$$

kur F_T - tecēšanas robežslodze.

Punktā 4, spriegums stieņa materiālā sasniedz maksimālo vērtību un to sauc par izturības vai stiprības robežu σ_b . Mazoglekļa tēraudam $\sigma_b = 34-42 \text{ kN/m}^2$. Šo spriegumu aprēķina:

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_0}, \quad (2.13)$$

kur F_b - izturības robežslodze.



2.4. att. Stieņa pārbaude stiepē:

a) - Černova-Līdersa līnijas, b) - stieņa pātrūkšanas vieta – sašaurinājums: d_0 - stieņa sākuma diametrs, d_1 - stieņa diametrs pirms sašaurinājuma veidošanās, d_k - diametrs pātrūkšanas vietā.

Robežspriegumus σ_T un σ_b no stiepes diagrammas ir viegli noteikt, tāpēc tos parasti izmanto dažādu materiālu raksturošanai.

Kā jau iepriekš minējām, dalot faktisko stiepes spēku ar stieņa sākuma šķērs griezuma laukumu A_0 iegūstam, t.s., nosacīto spriegumu diagrammu. Taču stiepšanas laikā, sākot jau no paša slogošanas sākuma, stienim pagarinoties tā šķērs griezuma laukums samazinās. Izmērot pie katras no robežslodzēm stieņa šķērs griezuma laukumus un dalot robežslodžu vērtības ar šiem faktiskajiem šķērs griezuma laukumiem, iegūstam t.s. faktiskos vai īstos robežspriegumus

spriegumus. Šie robežspriegumi ir lielāki par nosacītajiem (stiepes diagrammā raustītā līnija). Faktisko spriegumu diagrammu ir grūtāk iegūt, tāpēc bieži izmanto nosacīto diagrammu, lai gan tā ir mazāk precīza.

Līdz stiepes diagrammas punktam 4 paraugstienis deformējas visā tā garumā aptuveni vienādi. Sasniedzot maksimālo slodzi – izturības robežslodzi, kādā vājākā vietā, kur koncentrējas materiāla iekšējie un ārējie defekti, veidojas sašaurinājums (kakliņš), kur arī stienis pārtrūkst (2.4. att. b). Sašaurinājuma veidošanās laikā faktiskie spriegumi stieņa materiālā nepārtraukti aug, līdz punktā 5' sasniedz savu maksimālo vērtību un stienis pārtrūkst. Šos spriegumus aprēķina:

$$\sigma_f = \frac{F_k}{A_k}, \quad (2.14)$$

kur F_k - spēks, kāds darbojas uz stieni pārraušanas brīdī,

A_k – stieņa laukums pārraušanas vietā:

$$A_k = \frac{\pi d_k^2}{4}. \quad (2.15)$$

Nosacītie spriegumi pēc punkta 4 samazinās, jo šajā slogošanas posmā samazinās arī stieni slogojošais spēks. Stieņa deformācija pa tā garumu nav vairs vienmērīga, lielāko vērtību sasniedzot sašaurinājuma zonā. Šajā brīdī stieņa šķērsgriezuma laukums sasniedz minimālo vērtību pie diametra d_k (2.4. att. b).

Materiāla mehāniskās īpašības raksturo arī paraugstieņa deformācijas. Kā iepriekš minēts, spriegumam palielinoties virs elastības robežas σ_e , pēc slodzes noņemšanas stienis vairs neatgūst savu sākotnējo garumu l_0 , jo ir radušās paliekošās deformācijas.

Pārtraucot stiepšanas procesu, piemēram, diagrammas punktā m , sakarību starp spriegumu σ un relatīvo deformāciju ε izteiks taisne $m-n$, kas ir paralēla diagrammas sākumdaļai $0-I$. Paraugstieņa kopējā deformācija sastāv no elastīgās deformācijas ε_e un plastiskās deformācijas ε_{pl} :

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{pl}. \quad (2.16)$$

Materiāla plastiskumu vislabāk raksturo paraugstieņa paliekošā relatīvā garendeformācija δ , izteikta %:

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} \cdot 100, \quad (2.17)$$

kā arī relatīvā paliekošā šķērsdeformācija (sašaurinājums) ψ , izteikta %:

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_k} \cdot 100. \quad (2.18)$$

Paliekošās relatīvās deformācijas δ un ψ sauc par materiāla plastiskuma mehāniskiem raksturotājiem. Plastiskākiem materiāliem to vērtības ir lielākas.

Atkarībā no paliekošās relatīvās garendeformācijas δ vērtības, materiālus iedala plastiskos ($\delta \geq 5\%$) un trauslos ($\delta < 5\%$). Pie plastiskiem materiāliem pieskaita mazoglekļa tēraudu, alumīniju, varu, svinu, plastmasas u.c. Trauslie materiāli, tādi kā stikls, akmens, rūdīts tērauds, betons u.c. vāji pretojas stiepei, bet labāk iztur spiedes slogojumu. Piemēram, ķieģelis vidēji iztur 10 reizes lielāku spiedes spēku, nekā stiepes slogojumu, betons 12 reizes vājāk pretojas stiepei nekā spiedei, čuguna pretestība spiedei ir 3-5 reizes lielāka nekā stiepei utt. Šo materiālu stiepes diagrammās nav vērojama tecēšanas parādība un tiem nav izteiktas proporcionalitātes, elastības un tecēšanas robežas. Stiepes diagrammā nav taisnās daļas 0-1, kā plastiskiem materiāliem. Spriegums σ un relatīvā deformācija ε šeit nav savstarpēji proporcionāli. Trauslie materiāli sagrūst pēkšņi, sasniedzot izturības robežspriegumu σ_b (2.3. att. b). To deformācijas ir nelielas. Trauslos materiālus sagrauj normālie spriegumi, bet plastiskos – tangenciālie.

2.3. HUKA LIKUMS

No mazoglekļa tērauda stiepes diagrammas (2.3. att. a) redzams, ka posmā 0-1 pastāv lineāra sakarība starp spriegumu σ un relatīvo deformāciju ε . Varam rakstīt:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (2.19)$$

Šo attiecību pieņemts apzīmēt ar burtu E un saukt par elastības vai Junga moduli. Elastības modulis ir sprieguma mērvienība, jo relatīvā deformācija ε ir nenosaukts skaitlis. Tad

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E, \text{ vai } \sigma = E \cdot \varepsilon. \quad (2.20)$$

Formulu (2.20) sauc par Huka likumu. Tas raksturo sakarību starp spriegumu materiālā, tā elastības moduli un relatīvo deformāciju. Elastības moduli materiāliem nosaka eksperimentāli, konstruējot stiepes diagrammas. Tēraudam elastības moduļa vērtība $E = (2-2,2) \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$, kokam šķiedru virzienā $E = (0,8-1-1,2) \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$, betonam $E = (0,1-0,4) \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$, čugunam $E = 1,2 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$ utt. Elastības moduļu vērtības dažādiem materiāliem ir atrodamas rokasgrāmatās.

Ievietojot formulā (2.20) $\sigma = E \cdot \varepsilon$ sprieguma izteiksmi $\sigma = \frac{N}{A}$ no sakarības (2.2)

un $\varepsilon = \frac{d\Delta}{dz}$ no izteiksmes (2.8), iegūsim

$$\frac{N}{A} = \frac{d\Delta}{dz}$$

vai

$$d\Delta = \frac{Ndz}{EA}. \quad (2.21)$$

Integrējot pēdējās izteiksmes abas puses, dabūjam

$$\Delta = \int_0^l \frac{Ndz}{EA}. \quad (2.22)$$

Ja aksiālais spēks N un stieņa šķērsriezuma laukums A ir nemainīgi, tad pēc integrēšanas iegūsim

$$\Delta = \frac{Nl}{EA}. \quad (2.23)$$

Izteiksmi (2.23) arī sauc par Huka likumu stiepē (spiedē). To izmanto stieņa absolūtā pagarinājuma Δ aprēķinam, ja zināms aksiālais spēks N , kāds darbojas stieņa šķērsgriezumā, stieņa šķērsriezuma laukums A , stieņa materiāla elastības modulis E un stieņa garums l .

2.1. piemērs. Stiepes aprēķini.

Tērauda stienis AB , kuru notur saite $CD = l = 1,5 \text{ m}$, slogots ar spēku $F = 20 \text{ kN}$, pieliktu tā brīvajā galā. Leņķis $\alpha = 60^\circ$. Attālumi $a = 2 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$. Noteikt

nepieciešamo saites CD diametru un tās relatīvo garendeformāciju, ja pieļaujamais spriegums saites materiālam ir $[\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2 = 16 \text{ kN/cm}^2$, bet elastības modulis $E = 2 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2 = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$. Stieņa AB deformācijas neievērot (2.1. att.).

Atrisinājums

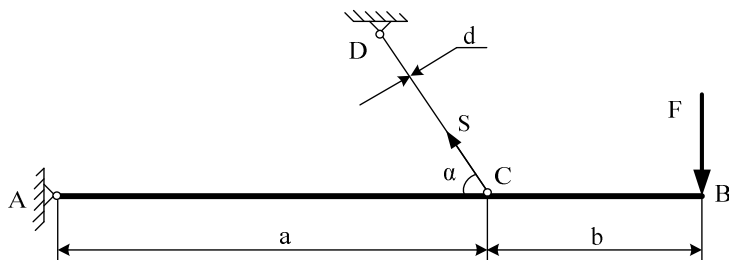
Uzdevuma risināšanu sākam ar sastiepuma spēka S noteikšanu saitē CD . Tam nolūkam rakstam visu spēku radīto momentu summas vienādojumu pret balstu A :

$$\sum M_{iA} = 0,$$

$$-F(a+b) + S \sin \alpha \cdot a = 0,$$

no kurienes

$$S = \frac{F(a+b)}{a \cdot \sin \alpha} = \frac{20(2+1)}{2 \cdot 0,87} = 34,48 \text{ kN}.$$



2.1. att. **Aprēķina shēma.**

Pēc zināmā stiepes spēka saitē CD , izmantojot stiprības nosacījumu stiepē (2.4) aprēķinam tās nepieciešamo šķērsriezuma laukumu A un diametru d .

No formulas (2.4) pie $S = N$, iegūstam

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]} = \frac{S}{[\sigma]} = \frac{34,48}{16} = 2,16 \text{ cm}^2$$

vai

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2,16}{3,14}} = 1,66 \text{ cm}.$$

Saites CD absolūto pagarinājumu aprēķinam izmantojot Huka likuma izteiksmi (2.23):

$$\Delta = \frac{N \cdot l}{EA} = \frac{S \cdot l}{EA} = \frac{34,48 \cdot 1,5 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 2,16} = 0,12 \text{ cm}.$$

Saites CD relatīvo garendeformāciju ε aprēķina dalot saites absolūto pagarinājumu ar tās sākuma garumu l :

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{l} = \frac{0,12}{1,5 \cdot 100} = 0,0008.$$

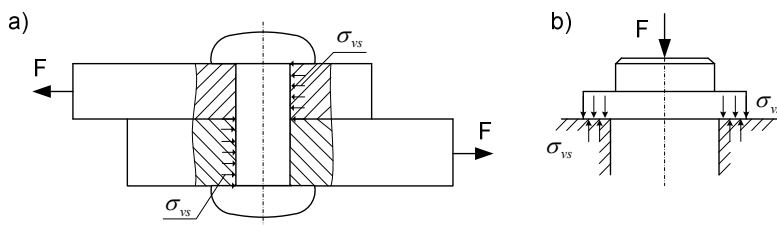
Tātad, pie saites CD diametra $d = 1,66$ cm, tās relatīvā garendeformācija būs $\varepsilon = 0,0008$.

2.4. VIRSMAS SPIEDE

Bieži konstrukciju elementi saskaras viens ar otru pa nelielu laukumu. Saskares virsmās darbojas izkliedēti spiedes spriegumi, kurus sauc par kontaktspriegumiem. Tie darbojas nelielā materiāla dziļumā. Attālinoties no saskares vietas kontaktspriegumi izkliedējas un sadalās pa visu šķēluma laukumu (Sen-Venāna princips). Spiedes kontaktspriegumi vērojami zobratu zobu saskares vietās, velšanās gultņos lodīšu un gredzenu saskares vietās, vilcienu vai tramvaju riteņu saskares vietās ar sliedi, skrūvju un kniežu saskares vietās ar urbumiem plāksnēs, kuras tās savieno, ēku sienu un pamatu saskatīes virsmās utt. (2.5. att.).

Virsmas spiedes spriegumus σ_{vs} aprēķina dalot spiedes spēku F , kāds darbojas uz konstrukciju, ar kontaktvirsmas laukumu A_{vs} . Šie spriegumi nedrīkst pārsniegt kontaktējošiem materiāliem pieļaujamos virsmas spiedes spriegumus $[\sigma_{vs}]$. Aprēķinus virsmas spiedē veic izmantojot sekojošu stiprības nosacījumu virsmas spiedē:

$$\sigma_{vs} = \frac{F}{A_{vs}} \leq [\sigma_{vs}]. \quad (2.24)$$



2.5. att. Virsmas spiedes spriegumi kontaktvietās.

Izmantojot formulu (2.24) iespējams aprēķināt kā faktiskos virsmas spiedes spriegumus savienojumā σ_{vs} , tā pieļaujamo slogošanas spēku F vai nepieciešamā kontakta laukuma A_v lielumu pie noteikuma, lai virsmas spiedes spriegumi nepārsniegtu attiecīgām materiālam pieļaujamās spriegumus.

2.5. PIEĻAUJAMĀIS SPRIEGUMS

Lai konstrukcija vai tās elementi darbā būtu pietiekoši izturīgi un droši, maksimālie spriegumi nevienā no sastāvdaļām nedrīkst pārsniegt attiecīgām materiālam noteiktu robežu, kuru sauc par pieļaujamo spriegumu un apzīmē ar $[\sigma]$. Plastiskiem materiāliem pieļaujamo spriegumu parasti nosaka kā daļu no tecēšanas robežsprieguma σ_T , bet trausliem materiāliem – kā daļu no izturības robežsprieguma σ_b :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{k_T} \text{ un } [\sigma] = \frac{\sigma_b}{k_b}, \quad (2.25)$$

kur k_T un k_b - drošības koeficienti attiecīgi pret tecēšanu un sagraušanu.

Drošības koeficienta vērtības izvēle ir atkarīga kā no materiāla kvalitātes, tā arī no attiecīgās detaļas atbildības pakāpes konstrukcijā, tās izgatavošanas tehnoloģijas, iespējamām pārslodzēm u.c. faktoriem. Tēraudam drošības koeficientu pieņem $k_T = 1,4 - 1,6$, čugunam $k_b = 5 - 6$, betonam $k_b = 1,5 - 2,4$. Šīs vērtības ir orientējošas. Precīzākas šo koeficientu vērtības atrodamas konstruktoru rokasgrāmatās.

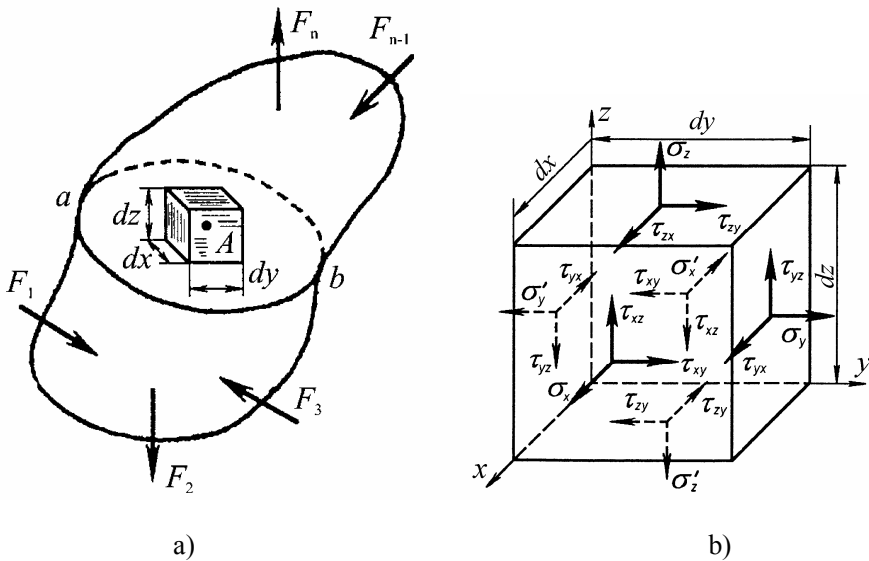
3. nodaļa

SALIKTAIS SPRIEGUMSTĀVOKLIS

Iepriekšējās nodaļās definējām spriegumu jēdzienu un analizējām spriegumus stiepta (spiesta) stieņa normālšķēlumā. Praksē bieži vien saskaramies ar sloģojumiem, kas darbojas vairākās plaknēs vienlaicīgi. Rodas jautājums kā noteikt spriegumus šādā situācijā?

3.1. JĒDZIENS PAR SPRIEGUMSTĀVOKLI

Lai definētu spriegumstāvokli kādā punktā, pieņemsim, ka uz ķermeni darbojas izkliedēta spēku sistēma $F_1, F_2, \dots, F_n$ (3.1. att. a).



3.1. att. Spriegumstāvoklis punktā.

Izmantojot šķēlumu metodi, šķēļam ķermeni ar plakni ab . Šajā plaknē izvēlamies punktu A , kuru varam uzskatīt par elementāru kubu ar bezgalīgi mazu šķautnes garumu. Orientēsim kubu pa koordinātu asīm, tādā gadījumā kuba šķautnes būs dx, dy

un dz . Ņemot vērā to, ka ķermenis ir noslogots ar spēku sistēmu, elementārā kuba šķautnēs darbosies spriegumi.

Visu spriegumu kopumu, kas darbojas kādā ķermeņa punktā, sauc par **spriegumstāvokli dotajā punktā**.

Katrā elementārā kuba skaldnē, ņemot vērā sprieguma definīciju, darbosies trīs spriegumi: normālspriegums σ , un divi tangenciālie spriegumi τ , pa brīvi izvēlētu koordinātu sistēmas asīm (3.1. att. b). Šajā nodaļā noskaidrosim sakarības starp spriegumiem dažādās situācijās.

3.2. SPRIEGUMI STIEPTA (SPIESTA) STIEŅA ŠĶĒLUMOS

Analizējot stiepes sakarības, aplūkojam spriegumus stiepta stieņa normālšķēlumā $m-m$, kuru var uzskatīt par vispārēja šķēluma $n-n$ atsevišķu gadījumu (3.2. att.).

Lai varētu pilnīgi novērtēt stieņa izturību, jānosaka spriegums arī slīpā šķēlumā $n-n$, kas ar stieņa asij perpendikulāru plakni veido leņķi α . Atmetam stieņa augšējo daļu (virs šķēluma $m-m$) un aplūkojam apakšējās daļas līdzsvaru zem šķēluma $m-m$.

Normālais spriegums normālšķēlumā ir:

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0}, \quad (3.1)$$

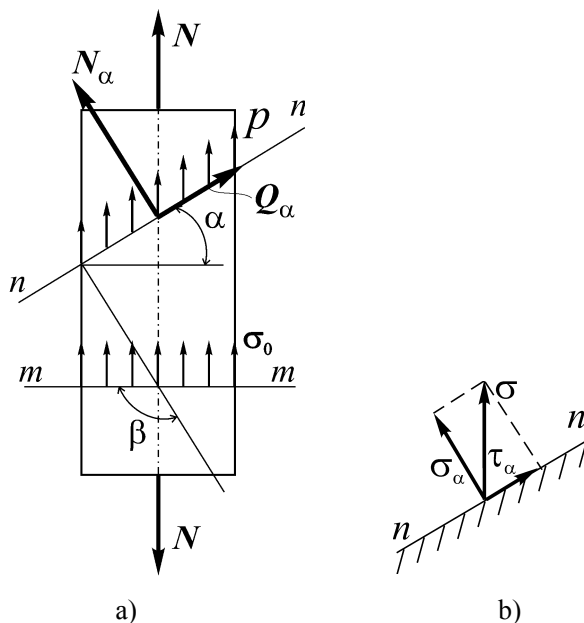
kur A_0 - normālšķēluma laukums.

No trigonometrijas sakarībām izriet, ka slīpā šķēluma $n-n$ laukums

$$A_\alpha = \frac{A_0}{\cos \alpha}.$$

Pilnais spriegums šķēlumā $n-n$:

$$p = \frac{N}{A_\alpha} = \frac{N}{A_0} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha \quad (3.2)$$



3.2. att. Spriegumi stiepta stieņa šķēlumos.

Pilno spriegumu p var sadalīt divās komponentēs - normālā spriegumā σ_α , kas darbojas šķēluma $n-n$ normāles virzienā un tangenciālā spriegumā τ_α , kas darbojas šķēluma $n-n$ plaknē (3.2. att. b):

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= p \cdot \cos \alpha \\ \tau_\alpha &= p \cdot \sin \alpha\end{aligned}\quad (3.3)$$

Ievietojot pilnā sprieguma izteiksmi (3.2) formulās (3.3), iegūstam:

$$\sigma_\alpha = p \cdot \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha = \frac{\sigma_0}{2} (1 + \cos 2\alpha) \quad (3.4)$$

$$\tau_\alpha = p \cdot \sin \alpha = \sigma_0 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad (3.5)$$

Noteiksim spriegumus plaknei $n-n$ perpendikulārā plaknē, kas ar stieņa garenasi veido leņķi β , kuru izteiksim caur leņķi α : $\beta = \alpha + 90^\circ = \alpha + \frac{\pi}{2}$.

Spriegumus šajā plaknē izteiksim no formulām (3.4) un (3.5), aizstājot leņķi α ar $\alpha + \pi/2$.

Pārveidojot iegūstam normālos spriegumus:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_0 \cdot \cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sigma_0 \cdot \sin^2 \alpha, \quad (3.6)$$

un tangenciālos spriegumus

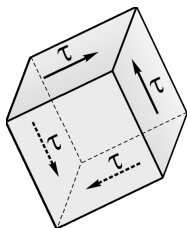
$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_0}{2} \sin(2\alpha + \pi) = -\frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha. \quad (3.7)$$

Salīdzinot formulas (3.5) un (3.6), redzam, ka

$$\tau_{\alpha} = -\tau_{\beta}.$$

Secinājums

Divos savstarpēji perpendikulāros šķēlumos tangenciālie spriegumi ir vienādi pēc lieluma, bet pretēji vērsti. To sauc par **tangenciālo spriegumu pāru īpašību** jeb **pāru likumu**. Šo likumu mēs bieži izmantosim nākamajās nodaļās.



3.3. att. **Elementārķubš.**

Jāņem vērā, ka tangenciālā sprieguma virziens sakrīt ar šķērsspēka virzienu.

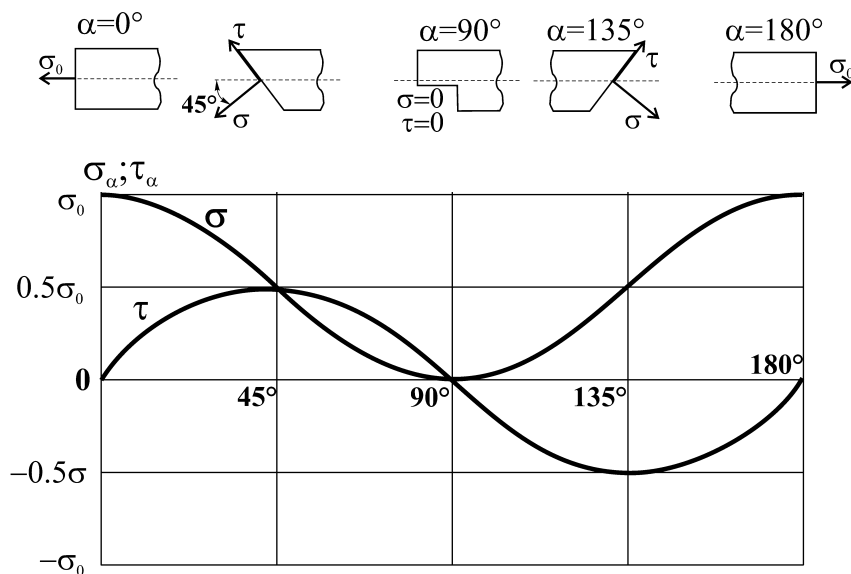
Divos savstarpēji perpendikulāros šķēlumos abi tangenciālie spriegumi ir vērsti uz vienu šķautni vai prom no tās. Aplūkojot elementārķubu (3.3. att.), redzam, ka elementārspēki, ko veido tangenciālie spriegumi uz kuba plaknēm, notur to līdzsvarā.

No sakarībām (3.4) un (3.5), izmainot leņķa α vērtību, varam iegūt spriegumu izmaiņas līknes, atkarībā no šķēluma novietojuma leņķa attiecībā pret stieņa garenasi (3.4. att.).

Normālie spriegumi stieņa šķēlumos mainās pēc sinusoīdas likuma un savu maksimālo vērtību sasniedz stieņa asij perpendikulārā šķēlumā.

Tangenciālie spriegumi savu maksimālo vērtību sasniedz šķēlumos, kas atrodas 45° leņķī pret stieņa garenasi. Ar to izskaidrojama Černova-Līdersa līniju rašanās stiepes procesā.

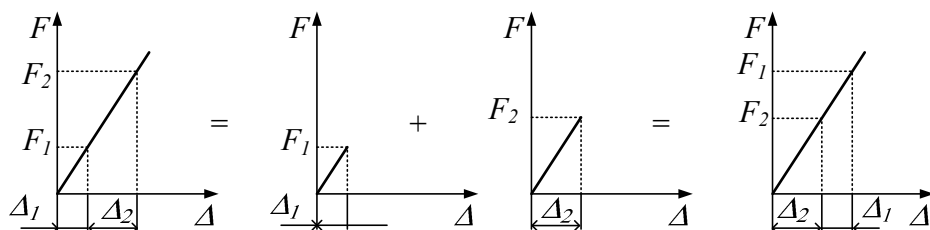
Kopējie spriegumi nevienā šķēlumā nepārsniedz normālo spriegumu σ_0 vērtību. To iegūstam, ja summējam abu līkņu vērtības atbilstošajos šķēlumos (skat. 3.4. attēlu).



3.4. att. Spriegumu izmaiņa stiepta stieņa šķēlumos.

3.3. SPĒKU DARBĪBAS NEATKARĪBAS LIKUMS

Tā kā Huka likums ir lineāra sakarība, tad tā darbības robežās kopējo deformāciju varam iegūt, summējot katra atsevišķā spēka radītās deformācijas. Stiepes gadījumā tas uzskatāmi ir parādīts 3.5. attēlā.



3.5. att. Superpozīcijas princips.

Redzam, ka atsevišķi varam aprēķināt tikai spēka F_1 radītās deformācijas, pēc tam - tikai spēka F_2 radītās deformācijas. Saskaitot iegūtos rezultātus, iegūstam kopējo deformāciju no abu spēku $F_1 + F_2$ vienlaikus iedarbības. Redzam, ka $\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta$. Šo īpašību sauc par **spēku darbības neatkarības** jeb **superpozīcijas likumu**. Ja sakarība starp spēku un deformāciju nav lineāra, tad deformācijas summēt nedrīkst.

3.4. PLAKNES UN TELPAS SPRIEGUMSTĀVOKĻI

Izmantojot spēku neatkarīgas darbības likumu, apskatīsim nedaudz sarežģītāku gadījumu - divvirzienu stiepi (3.6. att. a). Divvirzienu stiepes gadījumu varam uzskatīt par divu vienvirziena stiepes gadījumu summu (lineāram uzdevumam tikai Huka likuma darbības robežās).

Attēlā 3.6.a attēlots elementārs kubs, uz kura plaknēm iedarbojas normālie spriegumi σ_1 un σ_2 un tangenciālie spriegumi τ . Noteiksim spriegumus, kas darbojas slīpā šķēlumā zem leņķa α (3.6. att. b un c). Šajā plaknē darbojas normālspriegums σ_α un tangenciālais spriegums τ_α . Abus šos spriegumus rada normālie spriegumi σ_1 un σ_2 un tangenciālie spriegumi τ . Ņemot vērā, ka pa x asi spriegumi nedarbojas, pieņemsim, ka atšķeltā daļa veido prizmu ar biezumu 1 vienība. Minētie spriegumi rada iedarbības spēkus uz prizmas plaknēm. Ņemot vērā, ka prizmai jābūt līdzsvarā, sastādām minētās prizmas līdzsvara vienādojumus, projicējot spēkus uz y' un z' asīm:

Spēku summa uz normāli (z') $\sum F_{in_\alpha} = 0$;

$$\begin{aligned} &\sigma_\alpha dA - (\sigma_z dA \cdot \cos \alpha) \cos \alpha + (\tau \cdot dA \cdot \cos \alpha) \sin \alpha + \\ &+ (\tau \cdot dA \cdot \sin \alpha) \cos \alpha - (\sigma_y dA \cdot \sin \alpha) \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Spēku summa uz tangenti (y')

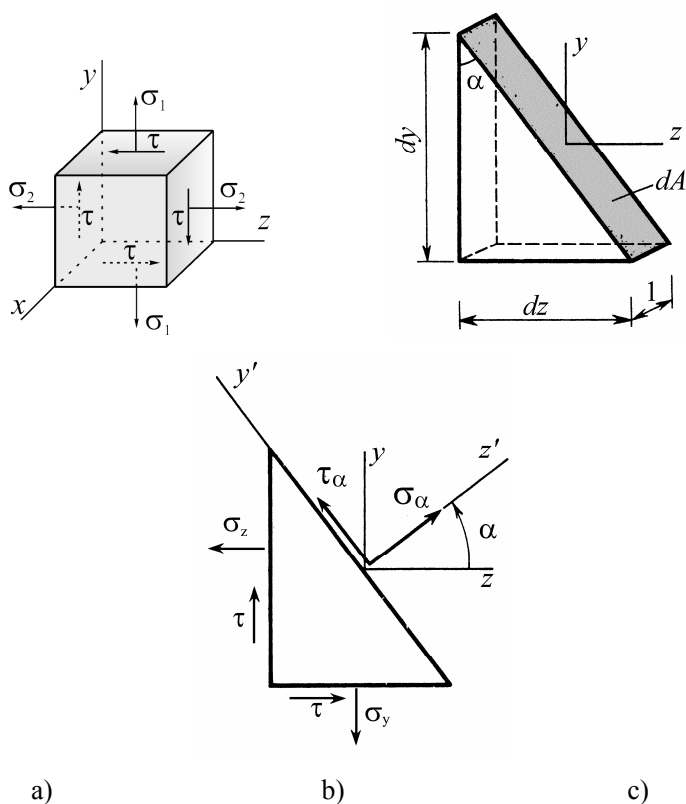
$$\sum F_{it_\alpha} = 0;$$

$$\begin{aligned} &\tau_\alpha dA - (\sigma_z dA \cdot \cos \alpha) \sin \alpha - (\tau \cdot dA \cdot \cos \alpha) \cos \alpha + \\ &+ (\sigma_y dA \cdot \sin \alpha) \cos \alpha + (\tau \cdot dA \cdot \sin \alpha) \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Saīsinām ar dA un pārveidojam:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_z \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau \cdot \sin 2\alpha \quad (3.10)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau \cdot \cos 2\alpha \quad (3.11)$$



3.6. att. Plaknes spriegumstāvoklis.

Pēc iegūtajām formulām (3.10) un (3.11) varam noteikt spriegumus, kas darbosies citā plaknē, kas pagriezta par 90° , leņķis $\beta = \alpha + 90^\circ$. Ievietojot iegūtos lielumus un pārveidojot iegūstam sekojošas izteiksmes:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_z \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + \tau \cdot \sin 2\alpha, \quad (3.12)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau \cdot \cos 2\alpha. \quad (3.13)$$

Secinājumi

Normālo spriegumu summa divos savstarpēji perpendikulāros šķēlumos ir konstants lielums. Redzam, ka $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_z + \sigma_y = const$.

Tangenciālie spriegumi savstarpēji perpendikulāros šķēlumos ir vienādi pēc lieluma, bet pretēji vērsti, kas atbilst pāru likumam.

3.5. GALVENIE SPRIEGUMI

Apskatot spriegumus slīpos šķēlumos, redzējām, ka vienam normālsprīgumam perpendikulārā šķēlumā slīpos šķēlumos atbilst gan tangenciālie spriegumi, gan normālsprīgumi. Materiāla noslogotību apskatāmā punktā varam raksturot ar visiem spriegumiem, kas darbojas uz mazu kubu (tik mazu, lai uz katras tā malas varam pieņemt, ka $\sigma = const$), kuru iedomāti izšķēļam punkta A apkārtnē (3.1. att. a). Kādu tad kuba stāvokli izdevīgāk izvēlēties? Stiepes gadījumā jautājums ir vienkāršs - jāizvēlas tāds stāvoklis, lai viena kuba mala sakristu ar perpendikulāro šķēlumu. Divas pārējās malas varam izraudzīties brīvi, jo šajās malās spriegumu nav.

Bet tagad iedomāsimies situāciju, ka eksperimentāli pētām detaļas spriegumstāvokli punktā A . Rodas jautājums, vai vienmēr ir iespējams jebkura spriegumstāvokļa gadījumā pagriezt kubu tā, lai uz to darbotos tikai normālsprīgumi?

Ievietosim formulā (3.12) $\tau_\alpha = 0$ un noteiksim leņķi α_0 , kurā novietojot šķēluma plakni tangenciālie spriegumi būs 0:

$$0 = \frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha_0 + \tau \cdot \cos 2\alpha_0. \quad (3.14)$$

Pārveidojot iegūstam:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma_z - \sigma_y}. \quad (3.15)$$

Ja kuba plaknes būs orientētas šādā leņķī, tad šķēlumos darbosies tikai normālie spriegumi. Ja $\alpha_0 > 0$, tad leņķi atliek pretī pulksteņa rādītāja virzienam, bet ja $\alpha_0 < 0$, tad pulksteņa rādītāja virzienā.

Svarīgi!

Šķēlumus, kuros nedarbojas tangenciālie spriegumi, sauc par **galvenajiem šķēlumiem**, bet tur darbojošos normālos spriegumus - par **galvenajiem spriegumiem**.

Aizstājot trigonometriskās funkcijas ar $\operatorname{tg} 2\alpha_0$ un pārveidojot formulas (3.10) un (3.12) iegūstam normālo spriegumu ekstremālās vērtības:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}. \quad (3.16)$$

Šajā formulā σ_1 – maksimālais spriegums un σ_2 – minimālais spriegums.

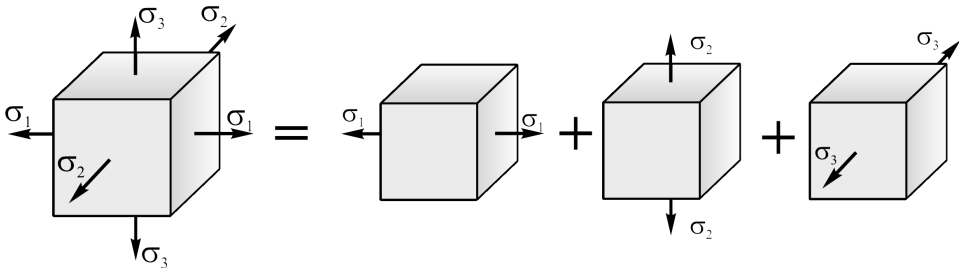
Līdzīgā veidā iegūstam maksimālās tangenciālo spriegumu vērtības:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}. \quad (3.17)$$

Ja tikai vienas ass virzienā darbojas normālais spriegums, t.i. $\sigma_z = \sigma$ un $\sigma_y = 0$, tad izveidojas **vienkāršotais plaknes spriegumstāvoklis**. Ievietojot formulās (3.16) un (3.17), iegūstam spriegumu ekstremālās vērtības:

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \\ \sigma_{\min} &= \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \\ \tau_{\max} &= \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pats sarežģītākais ir telpiskais gadījums, kuru varam iedomāties kā trīs vienkāršu stiepes (spiedes) gadījumu summu (3.7. att.). Vispārīgā gadījumā uz katru pagriezta kuba malu var darboties viens normālspriegums un divi tangenciālspriegumi. Praksē parasti šķēlumus izvēlas tā, lai uz tiem darbotos tikai galvenie spriegumi. Galvenos spriegumus sanumurē augošā secībā: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.



3.7. att. Telpas spriegumstāvokļa veidošanās.

Secinājumi

- ✓ Jebkuru spriegumstāvokli apskatāmajā punktā varam raksturot ar normālspriegumiem, kas darbojas uz noteiktā leņķī pagrieztā kuba malām.
- ✓ Normālspriegumus, kas darbojas plaknēs bez tangenciālspriegumiem, sauc par galvenajiem spriegumiem (plaknes - atbilstoši par galvenajām plaknēm).
- ✓ Galvenajiem spriegumiem ir viena svarīga īpašība, t. i., - to skaitliskā vērtība ir vai nu lielākā, vai (otram galvenajam) mazākā iespējamā salīdzinājumā ar normālspriegumu vērtībām jebkurās citās plaknēs.

Tas ir svarīgi dažos praktiskos gadījumos. Trausli materiāli (betons, ķieģeļi, čuguns) ļoti vāji pretojas stiepes spriegumiem. Tātad, lai noskaidrotu, kur un kā plīsīs trausla materiāla detaļas, vispirms ir jāatrod plakne, kurā darbojas galvenie spriegumi.

3.6. VISPĀRINĀTAIS HUKA LIKUMS

Noteiksim deformācija, kādas rodas, ja uz ķermeņa elementu iedarbojas galvenie spriegumi. Apskatīsim kubu uz kura šķautnēm iedarbojas galvenie spriegumi σ_1 , σ_2 un σ_3 (3.8. att.).

Izmatojot superpozīcijas principu, nosakām katra sprieguma radītās deformācijas atsevišķi un pēc tam summējam kopā. Ņemsim vērā, ka nosakot deformācijas kāda sprieguma virzienā (piemēram, σ_1), pārējie divi spriegumu šajā virzienā rada šķērsdeformācijas.

Izsakām šķautņu relatīvās garendeformācijas no sprieguma σ_1 , un izmantojot spēku darbības neatkarības principu, iegūstam spriegumu σ_1 , σ_2 un σ_3 darbības kopējo rezultātu σ_1 virzienā:

σ_1 rada relatīvo garendeformāciju:

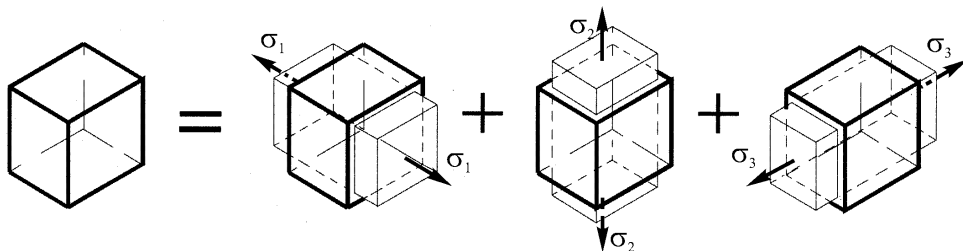
$$\varepsilon'_1 = \frac{\sigma_1}{E};$$

σ_2 rada relatīvo šķērsdeformāciju

$$\varepsilon''_1 = -\mu \frac{\sigma_2}{E};$$

σ_3 rada relatīvo šķērsdeformāciju

$$\varepsilon'''_1 = -\mu \frac{\sigma_3}{E}.$$



3.8. att. Deformācijas telpiskā spriegumstāvoklī.

Kopējā deformācija sprieguma σ_1 darbības virzienā:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]. \quad (3.19)$$

Analogi iegūstam relatīvo deformāciju arī pārējos virzienos. Apvienojot iegūtās izteiksmes, iegūstam **vispārināto Huka likumu**:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{cases} \quad (3.20)$$

kur E - elastības modulis, μ - šķērsdeformāciju koeficients, σ_1 , σ_2 un σ_3 - galvenie spriegumi.

Plaknes spriegumstāvoklī darbojas tikai divi galvenie spriegumi. pieņemsim, ka darbojas spriegumi σ_1 , un σ_3 , bet spriegumi $\sigma_2=0$.

Ievietojot vispārinātajā Huka likumā (3.20) $\sigma_2=0$, iegūstam Huka likumu plaknes spriegumstāvoklim:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) \\ \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}(\sigma_3 + \sigma_1) \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \mu\sigma_1) \end{cases} \quad (3.21)$$

Savukārt **lineārajā spriegumstāvoklī**, kurš mums ir pazīstams no stiepes (spiedes) slogojuma, darbojas tikai viens galvenais spriegums σ_1 . Ievietojot to formulā (3.20), iegūstam:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}\sigma_1 \\ \varepsilon_2 = -\frac{\mu}{E}\sigma_1 \\ \varepsilon_3 = -\frac{\mu}{E}\sigma_1 \end{cases} \quad (3.22)$$

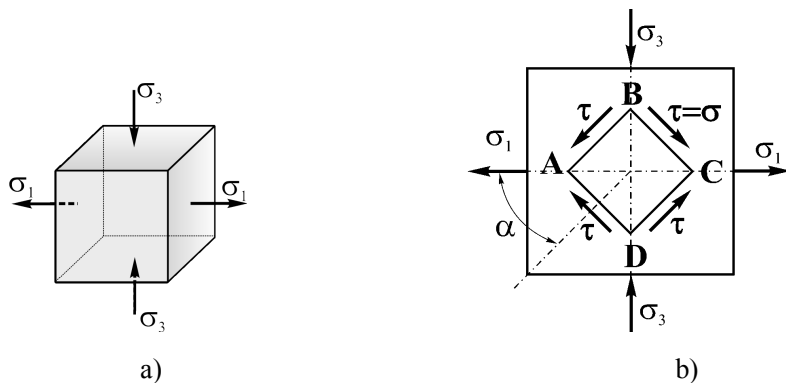
Esam ieguvuši Huka likuma interpretāciju stiepes slogojumam.

3.7. DEFORMĀCIJAS TĪRĀS BĪDES SLOGOJUMĀ

Aplūkosim īpašu plaknes spriegumstāvokļa gadījumu, kad galvenie spriegumi ir skaitliski vienādi un viens no tiem ir stiepes, bet otrs ir spiedes spriegums (3.9. att.), tad $\sigma_1=-\sigma_3=\sigma$. Ja paralēlskalda $ABCD$ skaldnes ar galvenajiem spriegumiem veido 45° lielu leņķi (3.9. att. a un b), tad, pēc formulām (3.10) un (3.11), iegūstam šādas sakarības:

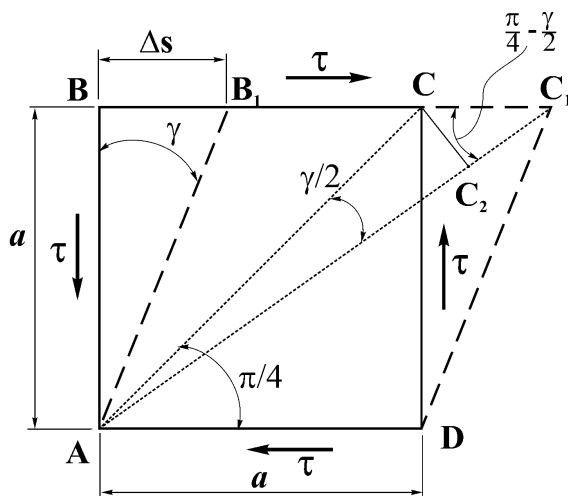
$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma - \sigma}{2} = 0 \\ \tau &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma - (-\sigma)}{2} = \frac{2\sigma}{2} = \sigma \end{aligned} \quad (3.23)$$

redzam, ka šķēlums darbojas tikai tangenciālie spriegumi τ , kas skaitliski vienādi ar galveno spriegumu σ . Šo spriegumstāvokli sauc par **tīro bīdi**.



3.9. att. **Bīdes spriegumstāvoklis.**

Tīrās bīdes spriegumstāvoklī tangenciālo spriegumu τ darbības rezultātā (3.10. att.) kvadrāts $ABCD$ pārveidojas rombā AB_1C_1D .



3.10. att. **Bīdes deformācijas.**

Pārvietojumu Δs sauc par **absolūto bīdes deformāciju**.

Leņķi γ sauc par **relatīvo bīdes deformāciju** vai **bīdes leņķi**.

No trīsstūra ABB_1 varam izteikt $\Delta s = a \cdot \operatorname{tg} \gamma \approx a \cdot \gamma$, kur γ - leņķis radiānos (pie maziem leņķiem $\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma$). No trīsstūra ABC atrodam $AC = a\sqrt{2}$.

No trīsstūra CC_1C_2 izsakām diagonāles garumu:

$$C_1C_2 = \Delta s \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) \approx \Delta s \frac{\sqrt{2}}{2} = a \cdot \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Leņķī $\frac{\gamma}{2}$ ignorē, jo tas ir ļoti mazs salīdzinot ar 45° .

Relatīvo garendeformāciju diagonālei aprēķinām, pieņemot, ka ($AC_2 \approx AC$), jo deformācijas ir ļoti mazas salīdzinot ar kuba izmēriem:

$$\varepsilon = \frac{C_1C_2}{AC} = \frac{a \cdot \gamma \frac{\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{\gamma}{2}. \quad (3.24)$$

ε - izraisa normālie spriegumi σ , bet γ - tangenciālie spriegumi τ .

Tīrās bīdes gadījumam pēc vispārinātā Huka likuma (3.18) relatīvā deformācija:

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 = |\varepsilon| = \frac{\sigma}{E}(1 + \mu). \quad (3.25)$$

Savietojot formulas (3.21) un (3.22), iegūstam:

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)} \cdot \gamma. \quad (3.26)$$

Apzīmēsim izteiksmi $\frac{E}{2(1 + \mu)} = G$ un nosauksim to par **bīdes moduli**.

Ievietojot to vienādojumā (3.26), iegūstam **Huka likumu bīdē**:

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (3.27)$$

E , μ un G ir materiāla fizikālās konstantes, kuras raksturo tā elastīgās īpašības. Tās ir saistītas savā starpā. Zinot divas no tām, trešo vienmēr var aprēķināt.

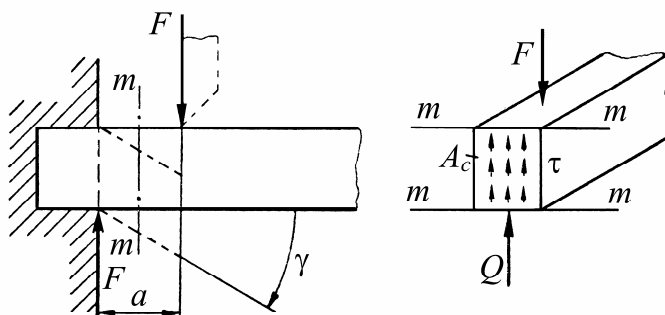
3.8. CIRPES (BĪDES) SLOGOJUMS

Cirpes (bīdes) slogojums rodas, ja spēki F darbojas savstarpēji paralēli un stienņa asij perpendikulārās plaknēs, un attālums starp tiem ir niecīgs. Var pieņemt, ka tangenciālie spriegumi τ , kuri rodas no šķērsspēka Q iedarbības, pa šķērssgriezuma laukumu A_c sadalās vienmērīgi. Lieces momenta $M=F \cdot a$ radītos spriegumus σ ignorējam, jo attālums a ir ļoti mazs (3.11. att.).

Stiprības nosacījums bīdē:

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leq [\tau]_c, \quad (3.28)$$

kur Q - šķērsspēks ($Q = F$), A_c - cirpes šķēluma laukums, $[\tau]_c$ - materiāla pieļaujamais spriegums cirpē.



3.11. att. Cirpes slogojums.

Mašīnbūvniecībā cirpes aprēķini tiek veikti daudzos gadījumos. Cirpē aprēķina kniedētos savienojumus, metinātās šuves, dažādas tapas, ierievjus un citas mašīnās un konstrukcijās lietotus mezglus. Konkrētu elementu aprēķini tiek apskatīti mašīnu elementu kursā.

3.9. STIPRĪBAS TEORIJAS

Lai aprēķinātu mašīnu detaļu un konstrukciju elementu stiprību, jāzina spriegumstāvokļa veids. Lineārā spriegumstāvokļa gadījumā (stiepe vai spiede) materiālu stiprība ir viegli pārbaudāma eksperimentāli.

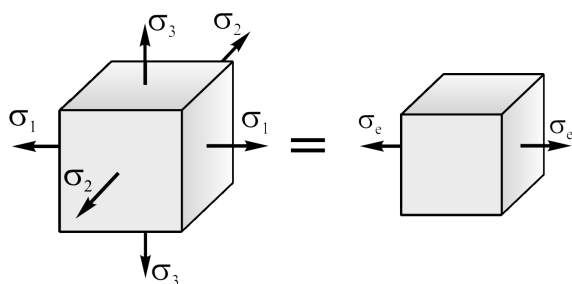
Stiprības nosacījums lineāram spriegumstāvoklim ir:

$$\sigma_1 \leq [\sigma]_{st} \quad \sigma_1 \leq [\sigma]_{st} \text{ vai } \sigma_3 \leq [\sigma]_{sp}, \quad (3.29)$$

t.i. faktiskais stiepes (spiedes) spriegums nedrīkst pārsniegt pieļaujamo spriegumu.

Telpas spriegumstāvoklī bīstamais stāvoklis ķermenī var iestāties, ja ir dažādas galveno spriegumu σ_1 , σ_2 un σ_3 vērtības (3.12. att.). Galveno spriegumu bīstamās vērtības ir atkarīgas no to savstarpējām attiecībām. Tehniski nav iespējams katru saliktā spriegumstāvokļa gadījumu pārbaudīt eksperimentāli, lai iegūtos rezultātus varētu izmantot mašīnu detaļu un konstrukciju elementu aprēķinam.

Lai noteiktu bīstamo stāvokli ķermenī jebkura saliktā spriegumstāvokļa gadījumā, lieto **stiprības teorijas**.



3.12. att. Stiprības teorijas princips.

Stiprības teorijas uzdevums ir izskaidrot fizikālos iemeslus, kādēļ materiāls sabrūk gan lineārā, gan saliktā spriegumstāvoklī. Ja tāds iemesls ir atrasts, tad salikto spriegumstāvokli var salīdzināt ar lineāro spriegumstāvokli,

kuram ir zināmi pieļaujamie spriegumi $[\sigma]$ (3.12. att.).

Šim salīdzinājumam izmantoto lineāro spriegumstāvokli sauc par **ekvivalento** spriegumstāvokli. Spriegumu, kas atbilst šādam lineāram spriegumstāvoklim, sauc par **ekvivalento spriegumu** σ_e , un tas nedrīkst pārsniegt pieļaujamo lineāro spriegumu $\sigma_e \leq [\sigma]$.

Ņemot vērā, ka materiālu sabrukšanas īstenais iemesls šobrīd vēl nav pilnīgi precīzi zināms, lieto dažādas hipotēzes. Šo hipotēžu pareizību pārbauda eksperimentāli.

Aplūkosim hronoloģiskā secībā galvenās stiprības teorijas.

I. Lielākā normālā sprieguma teorija

Teorijas pamatā ir pieņēmums, ka materiāla bīstamais stāvoklis iestājas tai brīdī, kad pēc absolūtās vērtības maksimālais normālais spriegums $\max[\sigma]$ sasniedz savu robežvērtību ($\sigma_e = \sigma_{e1}$).

Telpas spriegumstāvokli $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$; lielākais stiepes spriegums ir σ_1 , bet lielākais spiedes spriegums ir σ_3 . Ekvivalentā lineārā spriegumstāvoklī $\max \sigma_e = \sigma_{e1}$ un iegūstam, ka stiprības nosacījumā kā saliktā, tā lineārā spriegumstāvoklī $\max \sigma$ ir vienāds.

Šo stiprības teoriju bieži sauc arī par **pirmo** stiprības teoriju, jo tā hronoloģiski ir visvecākā. Tā radusies laikā, kad būvniecībā lietoja gandrīz tikai trauslos materiālus (akmens).

Kā redzam, no trim galvenajiem spriegumiem, pirmajā stiprības teorijā tiek ņemts vērā tikai viens galvenais spriegums (lielākais), uzskatot, ka pārējie divi galvenie spriegumi neietekmē ķermeņa stiprību. Nedaudziem materiāliem teorijas rezultātus apstiprina arī eksperimenti. Šī teorija ir piemērota tikai ļoti trausliem materiāliem kā, piemēram, akmens, ķieģelis, keramika, instrumentu tērauds. Pārējos gadījumos teorija nav lietojama.

II. Lielāka relatīva pagarinājuma teorija

Pēc šīs teorijas pieņem, ka bīstamais stāvoklis materiālā iestājas tai brīdī, kad maksimālā relatīvā garendeformācija $\max|\epsilon|$ sasniedz savu robežvērtību.

No šīs teorijas, piemēram, izriet, ka cilindriskā katla siena, kas stiepta divos virzienos, ir stiprāka nekā tāda pati siena, kura stiepta tikai vienā virzienā; eksperimenti dod tieši pretējus rezultātus.

Hronoloģiski šī ir otrā stiprības teorija. Tās rezultāti nesaskan ar eksperimentāliem novērojumiem, tāpēc aprēķinos to nelieto.

III. Lielākā tangenciālā sprieguma teorija

Teorija balstās uz pieņēmumu, ka bīstamais stāvoklis materiālā iestājas tad, kad maksimālais tangenciālais spriegums $\tau_{\max}$ sasniedz savu robežvērtību.

Telpas spriegumstāvoklī maksimālais tangenciālais spriegums:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (3.30)$$

Ekvivalentam lineāram spriegumstāvoklim iegūstam ($\sigma_1 = \sigma_{e3}$ un $\sigma_3 = 0$), ka:

$$\tau_e = \frac{\sigma_{e3}}{2}. \quad (3.31)$$

Pielīdzinājuši spriegumus $\tau_{\max}$ (3.30) un τ_e (3.31), iegūstam stiprības nosacījumu:

$$\sigma_{e3} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]. \quad (3.32)$$

Vienkāršotā plaknes spriegumstāvokļa gadījumā, kad darbojas tikai viens spriegums, saliktam slogojumam iegūstam stiprības nosacījumu:

$$\sigma_{e3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (3.33)$$

Tā hronoloģiski ir **trešā** stiprības teorija.

Plastiskiem materiāliem tās rezultāti samērā labi saskan ar eksperimentāliem novērojumiem, ja materiāls vienādi pretojas stiepei un spiedei. Kā trūkumu var atzīmēt to, ka telpas spriegumstāvoklī (3.32) stiprības aprēķinos netiek ievērots vidējais galvenais spriegums σ_2 . Pēdējie eksperimentālie pētījumi gan rāda, ka daudzos gadījumos σ_2 maz ietekmē materiāla stiprību. Šī teorija nav lietojama tai gadījumā, ja $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, jo tad ķermenī nerodas bīdes deformācija ($\tau_{\max} = 0$) un sabrukšana notiek daļiņām atraujoties.

Ja materiāla stiprība stiepē un spiedē ir dažāda, tad ekvivalento spriegumu nosaka ievērtējot izturības robežspriegumu attiecību stiepē σ_{Bst} un spiedē σ_{Bsp} :

$$\alpha = \left| \frac{\sigma_{Bst}}{\sigma_{Bsp}} \right|. \quad (3.34)$$

Ekvivalento spriegumu nosaka, ievērtējot koeficientu α (3.34):

$$\sigma_{e3} = \sigma_1 - \alpha\sigma_3 \leq [\sigma]. \quad (3.35)$$

IV. Formas maiņas enerģijas teorija

Saskaņā ar šo teoriju pieņemts, ka bīstamais stāvoklis materiālā iestājas tai brīdī, kad formas maiņas īpatnējā potenciālā enerģija u_f sasniedz savu robežvērtību.

Aprēķināsim vienas tilpuma vienības deformācijas potenciālo enerģiju lineāram spriegumstāvoklim (stiepē), ņemot vērā, ka tā skaitliski ir vienāda ar aplūkojamam elementam pielikto ārējo spēku darbu. Huka likuma robežās šijas elementam ar garumu dz pieliekot spēku F , tā relatīvais pagarinājums būs ε_1 . Šijas elementā darbosies spriegumi σ_1 .

Aplūkojamā elementā uzkrāsies deformācijas potenciālā enerģija, kas skaitliski vienāda ar ārējo spēku darbu:

$$dU = \frac{1}{2} \sigma_1 dA \cdot \varepsilon_1 dz, \quad (3.36)$$

kur dA – šijas elementa šķērsgriezuma laukums.

Īpatnējo potenciālo enerģiju u_f noteiksim, attiecinot deformācijas potenciālo enerģiju pret elementa tilpumu dV :

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon_1. \quad (3.37)$$

Ievērojot spēku (spriegumu) darbības neatkarības principu, telpas spriegumstāvoklim, ņemot vērā (3.20) iegūsim šādu īpatnējo deformācijas potenciālo enerģiju:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad (3.38)$$

Īpatnējo enerģiju u var nosacīti sadalīt divās daļās, no kurām viena ir enerģija, kas patērēta elementa tilpuma izmaiņai u_v , un otra - formas izmaiņai u_f .

Izmantojot vispārināto Huka likumu var pierādīt, ka tilpuma relatīvais pieaugums ir:

$$\varepsilon_v = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (3.39)$$

No formulas redzam, ka tilpums nemainās, ja $\mu=0.5$. Ievietojot šo vērtību vienādojumā (3.38), iegūstam formas maiņas enerģiju:

$$u_f = \frac{1}{2E} \left[\sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_1^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3) \right]. \quad (3.40)$$

Ekvivalentam lineāram spriegumstāvoklim:

$$\sigma_{e4} = \sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \text{ un } u_e = \frac{1}{2E} \sigma_{e4}^2.$$

Pielīdzinot u_f un u_e , iegūstam stiprības nosacījumu:

$$\sigma_{e4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_1^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)} \leq [\sigma]. \quad (3.41)$$

Vienkāršotam plaknes spriegumstāvoklim iegūstam sekojošu stiprības nosacījumu:

$$\sigma_{e3} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]. \quad (3.42)$$

Mašīnbūvē lietojamiem tēraudiem vislabāk atbilst pēdējās divas stiprības teorijas: lielāko tangenciālo spriegumu teorija un formas maiņas enerģijas teorija. Kā redzam, no (3.33) un (3.42), σ_e izteiksmes maz atšķiras.

Nevar teikt, ka ir pareizas un nepareizas stiprības teorijas, ir tikai aplūkojamam materiālam vairāk vai mazāk piemērotas teorijas. Šeit izšķiroša nozīme ir materiāla plastiskumam vai trauslumam.

Piemērota stiprības teorija padara nevajadzīgu ķermeņa stiprības pārbaudi saliktā spriegumstāvoklī.

Iegūstot precīzākas ziņas par materiālu struktūru (cieta ķermeņa fizika) un datus par to sabrukšanas cēloņiem, pilnveidojas stiprības teorijas un līdz ar to arī mašīnu detaļu un konstrukcijas elementu aprēķina metodes.

3.10. DEFORMĀCIJU UN SPRIEGUMU MĒRĪŠANA

Stiprības aprēķinos galvenie lielumi, kas nosaka konstrukcijas izturību, ir spriegumi un deformācijas. Praksē bieži vien precīzs spriegumu un deformāciju

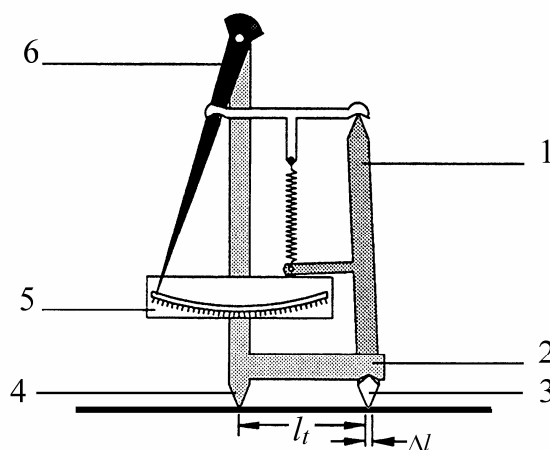
aprēķins ir visai komplicēts. Tāpēc nepieciešams šos lielumus noteikt eksperimentāli. Spriegumu un deformāciju mērīšana nepieciešama arī ekspluatācijas laikā, lai pārbaudītu atbilstīgu konstrukciju nestspēju. Piemēram, tiltiem tiek veiktas regulāras izturības kontroles. Mērījumi nepieciešami arī zinātniskām vajadzībām, lai noteiktu jaunu teorētisko rezultātu atbilstību reālajai situācijai.

Jāatzīmē, ka tiešā veidā spriegumus izmērīt nevar. Tiešā veidā tiek izmērītas ķermeņa deformācijas nepieciešamajā vietā un virzienā, un izmantojot Huka likumu $\sigma = E \cdot \varepsilon$, tiek noteikti spriegumi. Daudzos gadījumos mērīšanas iekārtas šo pārveidojumu izdara pašas, mums tikai jāievada elastības moduļa vērtība. Jāņem vērā, ka pēc Huka likuma tiek noteikti normālie spriegumi. Tāpēc pirms mērīšanas jāanalizē spriegumstāvoklis dotajā punktā un jānosaka galveno spriegumu virzieni, kuros tad arī jāveic deformācijas mērījumi.

Deformācijas mērīšanas īpatnība ir tāda, ka mērāmās deformācijas ir ļoti mazi lielumi, parasti tās ir mērāmas milimetra tūkstošdaļās (mikrometros).

Ir izstrādātas daudzas metodes deformāciju mērīšanai. Vēsturiski pirmās bija mehāniskās metodes. Mērinstrumentus, ar kuriem veic deformāciju mērīšanu, sauc par **tenzometriem** un mērīšanas procesu par **tenzometriju**.

Vēsturiski pirmie tika izstrādāti mehāniskie tenzometri, kuru darbības princips ir balstīts uz sviras principu (3.13. att.).



3.13. att. Mehāniskā tenzometra shēma.

Mehāniskais tenzometrs sastāv no statnes 2 ar nekustīgo balstu 4, kurš izveidots no cieta tērauda prizmas, lai, nostiprinot tenzometru uz mērāmā materiāla, tas iespiestos tajā. Kustīgais balsts 3 izveidots kā dubulta prizma un savienots ar sviru 1, kura ar palīgsviru sistēmu pievienota rādītājam 6. Mērījumu nolasīšanai izveidota skala 5. Parasti tā ir izveidota, kā spoguļskala, lai novērstu paralakses nolasījumu kļūdas. Tenzometru nostiprina uz mērāmās konstrukcijas tā, lai abas prizmas iespiestos materiālā.

Deformācijas rezultātā attālums starp balstiem palielinās un rādītājs novirzās. Tā kā sviru sistēmas, ko veido kustīgā prizma un pārējās divlecu sviras, kopējā plecu attiecība ir ļoti liela, tad jau pie niecīga pārvietojuma, rādītājs pārvietojas pietiekoši, lai varētu nolasīt datus. Attālumu l_t sauc par **tenzometra bāzi**. Parasti $l_t=20\text{mm}$. Relatīvo deformāciju aprēķina no absolūtās deformācijas (ko nolasa uz skalas) Δl pēc zināmās formulas

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_t}.$$

Ja nepieciešams, normālo spriegumu vērtību aprēķina pēc Huka likuma. Parasti šādu tenzometru skalas iedaļas vērtība ir $1\mu\text{m}$. Ar papildbalstu tenzometra bāzi var palielināt līdz 5 reizēm un iegūt 5 reizes augstāku jutību. Skalas iedaļas vērtība tādā gadījumā būs $0.2\mu\text{m}$.

Mehānisko tenzometru priekšrocības:

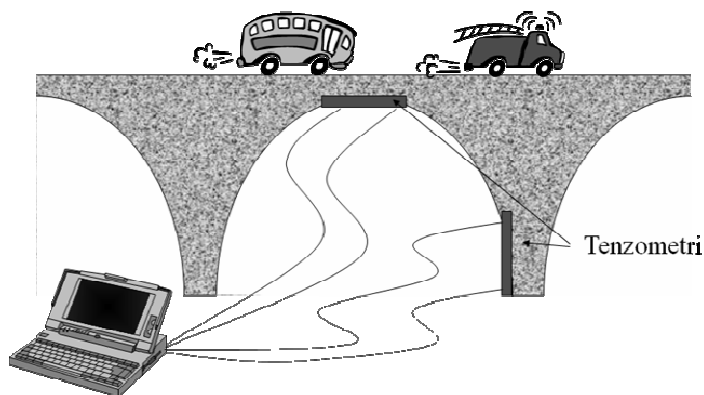
- ✓ vienkārša un lēta mēriekārta,
- ✓ augsta jutība un precizitāte,
- ✓ apkalpošanai nav nepieciešama augsts darbinieku kvalifikācija.

Trūkumi:

- ✓ sarežģīta uzstādīšana,
- ✓ darbietilpīga datu reģistrācija un uzkrāšana,
- ✓ smalks un precīzs mehānisms, kurš ir ļoti jutīgs pret mehānisku iedarbību.

Attēlā 3.14. redzama klasiska situācija tiltu izturības pārbaudē. Uzstādīt mehāniskos tenzometrus un nolasīt datus šādā situācijā būtu ļoti sarežģīti.

Mehāniskos tenzometrus parasti izmanto laboratorijās, gadījumos, kad mērāmās konstrukcijas ļauj vienkārši nostiprināt tenzometrus, un nav nepieciešams veikt lielu daudzumu nolaišumu.

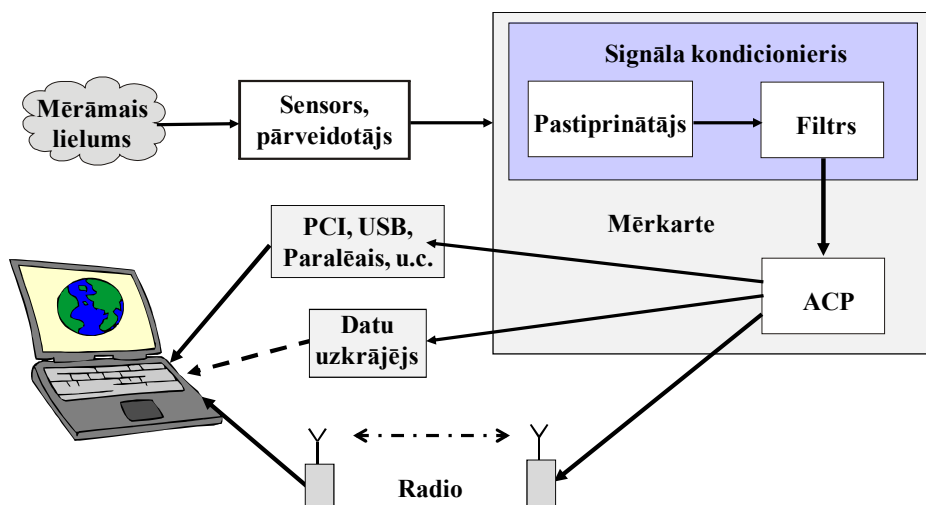


3.14. att. **Tilta tenzometrēšana.**

Praktiskos gadījumos šobrīd izmanto deformāciju mērīšanas elektriskās metodes ar mērījumu reģistrāciju un uzglabāšanu datoros. Šādas mērīšanas sistēmas sauc par **virtuālajiem mērinstrumentiem** vai „inteliģentajām” mērsistēmām.

„Inteliģentās” mērsistēmas galvenās sastāvdaļas ir sensors jeb pārveidotājs un mērkarte, kā arī dators ar nepieciešamajiem interfeisiem (3.15. att.). Mērāmais neelektriskais lielums tiek pārveidots elektriskā signālā. To izdara ar īpaši veidotiem sensoriem-pārveidotājiem. Analogais signāls no sensora izejas tiek padots uz signāla kondicionieri un tālāk uz analoģu-ciparu pārveidotāju, kur signāls tiek diskretizēts un pārveidots datoram saprotamā kodā. Ciparu signāls datorā nonāk caur kādu no saskarnēm, piemēram, PCI, paralēlo, USB vai virknes interfeisiem. Signāls var tikt ierakstīts atmiņās kartē un nepieciešamības gadījumā ievadīts datorā. Signālu var pārraidīt uz datoru izmantojot radiosaiti vai interneta pieslēgumu. Rezultātā mērīšanas sistēma kļūst elastīga un labi piemērojama dotajiem apstākļiem.

Datorizētās mērsistēmas ir universālas un tās netiek klasificētas pēc mērāmā fizikālā lieluma. Praktiski visiem fizikālajiem lielumiem mērīšanas shēma paliek viena un tā pati.



3.15. att. „Inteliģentās” mērīšanas sistēmas shēma.

Deformāciju mērīšanā plaši izmanto mērpārveidotājus, ko sauc par tenzorezistoriem. To darbības princips balstās uz elektriska vadītāja pretestības atkarību no šķērsriezuma laukuma izmaiņas mehāniskās deformācijas rezultātā. Parasti elektriskais vadītājs (metāla stieple) tiek pielīmēts ar izolējošu līmi pie deformējamā materiāla. Slogojot materiāls deformējas kopā ar līmes kārtiņu un elektrovadītāju. Deformācijas lielumu nosaka izmērot elektrovadītāja pretestības izmaiņu un veicot aprēķinus pēc tālāk apskatītās metodikas.

Elektrovadoša materiāla pretestību R aprēķina pēc formulas:

$$R = \rho \frac{L}{A}, \quad (3.43)$$

kur L – vadītāja garums, A – šķērsriezuma laukums, ρ - materiāla īpatnējā pretestība.

Ja vadītājs tiek deformēts stiepjot vai spiežot, izmainās tā garums L un šķērsriezuma laukums A . Pretestību ietekmē arī īpatnējās pretestības izmaiņa atkarībā no deformācijas pakāpes, šo materiāla īpašību sauc par **pjezorezistenci**.

Pretestības izmaiņu dR nosaka pēc formulas:

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon_a (1 + 2\mu) + \frac{d\rho}{\rho}, \quad (3.44)$$

kur R - neslogota elementa pretestība,

ε_a – elementa relatīvais pagarinājums,

μ – Puasona koeficients,

$d\rho$ - materiāla īpatnējās pretestības izmaiņa.

Tenzorezistora jutības koeficientu k definējam sekojoši:

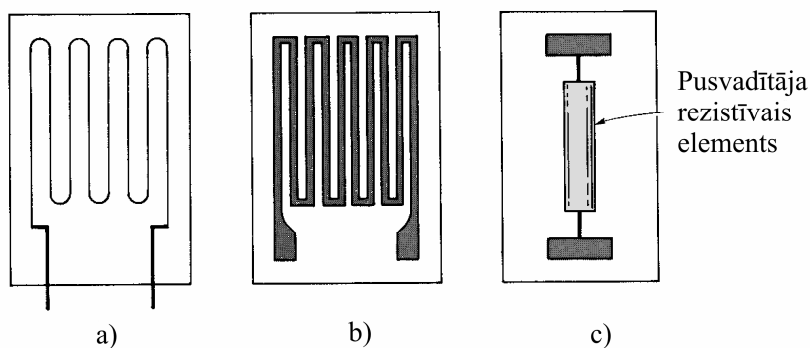
$$k = \frac{dR/R}{\varepsilon_a}. \quad (3.45)$$

Apvienojot ar formulu (3.44), iegūstam:

$$k = 1 + 2\mu + \frac{d\rho}{\varepsilon_a \rho}. \quad (3.46)$$

Ražotāji katra tenzorezistora pasē norāda jutības koeficienta vērtību un sākotnējo pretestību, tāpēc deformācijas noteikšanai nepieciešams izmērīt tikai pretestības izmaiņu ΔR . Lielākajai daļai tenzorezistoru jutības koeficients k ir nemainīgs plašā deformāciju diapazonā. Jutības koeficients k ir vienāds gan stiepes, gan spiedes deformācijām.

Attēlā 3.16. ir parādīti trīs biežāk lietoto tenzorezistoru veidi.



3.16. att. **Tenzorezistoru veidi:**
a – stieples, b – folijas, c – pusvadītāja.

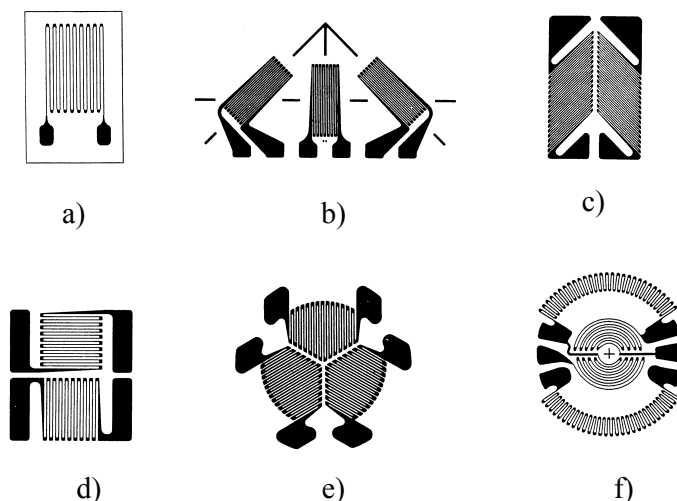
Stieples tenzorezistorus izgatavo no tenzojutīga materiāla stieples ar diametru 0.01mm līdz 0.025 mm, iestrādājot to polimēra vai papīra pamatnē. Folijas tenzorezistorus izgatavo uznesot valcētu vadošo slāni 0.02 mm biezumā uz polimēra

pamatnes, un tad, izkodinot nepieciešamo vadītāja konfigurāciju. Tas dod iespēju izgatavot optimālas konfigurācijas un formas tenzorezistorus dažādām vajadzībām. Pateicoties tehnoloģijas elastīgumam, tas ir visplašāk lietotais tenzorezistoru veids

Pusvadītāju tenzorezistorus izgatavo no aptuveni 0.25 mm biezas tenzojutīga silīcija plāksnītes. Tā priekšrocība ir ļoti augsts jutības koeficients ($k \approx 100$). Ierīces trūkumi ir materiāla trauslums un augsta pretestības atkarība no temperatūras.

Rūpnieciski ražotie metāla tenzorezistori galvenokārt tiek izgatavoti no konstantāna vai līdzīga sakausējuma stieples vai folijas. Tenzorezistoru pretestība parasti ir 120, 350 vai 1000 Ω , pieļaujamā strāva no 5 līdz 40 mA; jutības koeficienti robežās no 2 līdz 4.

Līdzās vienkāršiem tenzorezistoriem, plaši tiek izmantotas dažādu konfigurāciju tenzorezistoru rozetes, kuras sekmīgi izmantojamas sarežģītu spriegumu mērīšanai (3.17. att.).

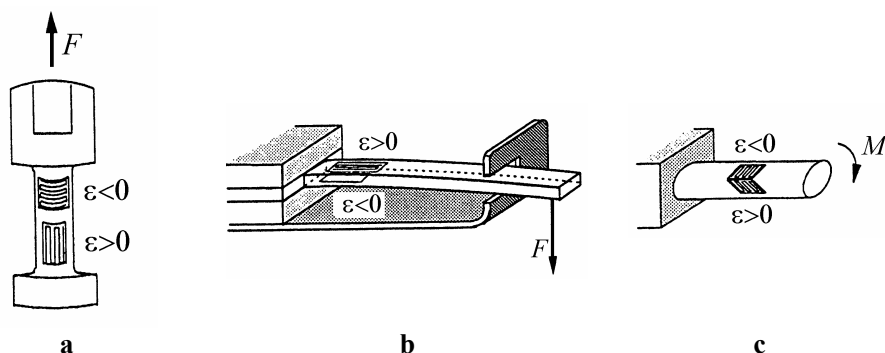


3.17. att. Tenzorezistori un tenzorozetes.

Ražotāji piedāvā tenzorezistoru rozetes normālo un tangenciālo spriegumu mērīšanai (3.17. att. b un c). Šie tenzorezistori lietojami saliktu slogojumu, piemēram, liece + vērpe spriegumu noteikšanai. Rozete (att. 3.17d) paredzēta stiepta stieņa spriegumu noteikšanai. Stieņa šķērsvirzienā notiek negatīva deformācija un tas ļauj

sekmīgi veidot termokompensētas mērīšanas shēmas. Rozetē 3.17e tenzorezistori izvietoti zem 60° leņķa. Tas dod iespēju mērīt sarežģītus spriegumstāvokļus. Attēlā 3.17e redzamā rozete konstruēta speciāli lietošanai membrānas tipa spiediena sensoros.

Tenzorezistoru novietojumam uz mērāmā elementa jāatbilst galveno spriegumu virzienam dotajā slogojumā. Jāatceras, ka tenzorezistori uztver tikai tās deformācijas, kas vai nu izstiep, vai saspiež rezistora vadītājus. Šķērsvirzienā tenzorezistori uz deformācijām nereaģē. Tenzorezistoru novietojums dažādu slogojumu radīto deformāciju mērīšanai redzams 3.18. attēlā.



3.18. att. **Tenzorezistoru novietojums:**

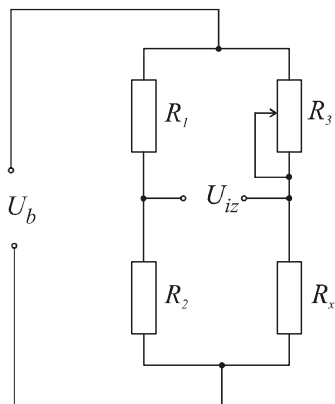
a – stiepes deformāciju mērīšana, b – vērpes deformāciju mērīšana, c – lieces deformāciju mērīšana.

Stiepes deformāciju un spriegumu noteikšanai aktīvos tenzorezistorus stienim uzlīmē paralēli stieņa asij. Otru tenzorezistoru pāri līmē šķērsām, jo tas ir nepieciešams temperatūras kompensācijai. Tas nedaudz arī palielina mērshēmas jutību, šķērsvirzienā notiek deformācija ar pretēju zīmi.

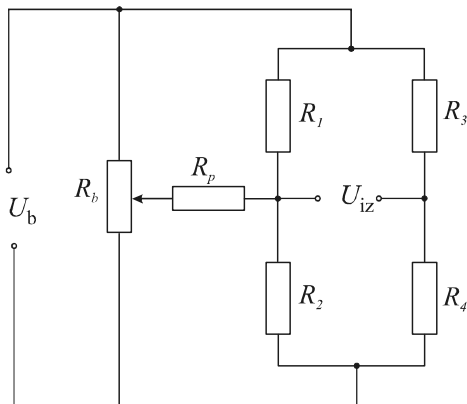
Vērpes spriegumu noteikšanai, tenzorezistorus uzlīmē 45° leņķī pret stieņa asi. Šajā virzienā darbojas galvenie spriegumi un tenzorezistoru vadītāji tie slogoti stiepē vai spiedē.

Lieces spriegumu noteikšanai tenzorezistorus uzlīmē liektās sijas pretējās pusēs. Šajās vietās darbojas maksimālās deformācijas ar pretēju zīmi. Līdz ar to mērshēmai tiek nodrošināta maksimāla jutība un pilnīga temperatūras kompensācija.

Tenzorezistori pieder pasīvo mērpārveidotāju grupai. Tie paši elektrisko signālu neģenerē. Mērpārveidotājs ir jāpieslēdz noteiktai elektriskajai ķēdei ar barošanas avotu, kura nodrošina pretestības pārveidošanu spriegumā. Ilgstoši pētījumi ir parādījuši, ka vislabākos rezultātus dod tilta slēgumu izmantošana. Ir izstrādāti daudzi tilta shēmu varianti, kuri izmantojami visdažādāko mērpārveidotāju (rezistīvo, induktīvo u.c.) pieslēgšanai. Kaut arī kapacitatīvie un induktīvie tilti ieņem svarīgu vietu, visplašāk tiek lietots rezistīvais tilts. Pretestību salīdzināšanai un mērīšanai no $1\ \Omega$ līdz $1\text{M}\Omega$ parasti tiek lietota visvienkāršākā tilta slēguma shēma – nelīdzsvarotais līdzstrāvas (jeb Vīstouna) tilts (3.19. att.).



3.19 att. Vīstouna tilta pamatshēma.



3.20. att. Praktiski lietojama mērtilta līdzsvarošanas shēma.

Tas ir rezistīvais tilts, teorija balstās uz sprieguma dalītāja principiem. Tilta slēguma pamatu veido četri rezistori R_1 , R_2 , R_3 un R_x . Rezistori R_1 un R_2 parasti ir augstas precizitātes ar zināmām vērtībām, R_3 ir ar maināmu pretestību, un R_x ir nezināmā pretestība, kura asociējas ar mērpārveidotāja izeju, šajā gadījumā ar tenzorezistora pretestību. Tilta barošanai tiek pieslēgts spriegums U_b un ar rezistoru R_3 tilts tiek nolīdzsvarots. Praksē tilta līdzsvarošanai lieto dažādas shēmas. Tilta līdzsvarošana jeb balansēšana ir nepieciešama tādēļ, lai mērīšanas sākumā iestatītu mērtilta izejā spriegumu vienādu ar 0.

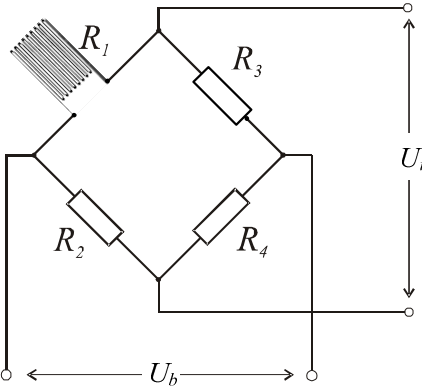
Viena no praktiski lietojamām tilta balansēšanas shēmām parādīta 3.20. attēlā. Pieņemot, ka tilta pretestība R_0 , vienāda ar $R_0=R_1=R_2=R_3=R_4$, tad līdzsvarošanas potenciometra pretestība jāizvēlas $R_p \approx 10R_0$, un papildpretestība $R_p \approx 25R_0$.

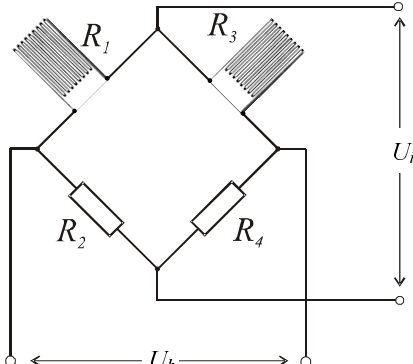
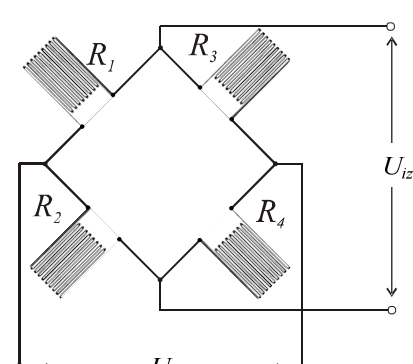
Parasti tenzorezistora pretestības $R+\Delta R$ izmaiņa ir neliela un atbilst deformācijai. Tilta izejas spriegums arī ir neliels (3 – 20 mV) un ir atkarīgs no aktīvo rezistoru skaita tiltā (3.1 tabula). Praktiski mērīšanai pietiek ar vienu tenzorezistoru, pārējie var būt pasīvie rezistori. Tādu tilta slēgumu sauc par ceturdaļtiltu. Šim slēgumam piemīt būtiski trūkumi:

- ✓ maza jutība un izejas signāls,
- ✓ liela temperatūras ietekme uz mērījumu rezultātu,
- ✓ nelineāra raksturlīkne.

Lai novērstu šos trūkumus, praksē lieto pustilta slēgumu – ar diviem aktīvajiem tenzorezistoriem, un pilno tilta slēgumu ar četriem aktīvajiem tenzorezistoriem. Slēguma shēmas un to parametri doti 3.1. tabulā.

3.1. tabula. Mērtiltu slēguma shēmas

Tilta slēguma shēma	Izejas sprieguma formula
Ceturdaļtilts 	$U_{iz} = \frac{\Delta R}{4R} \cdot U_b = \frac{U_b}{4} \cdot k \cdot \varepsilon$

Pustilts 	$U_{iz} = \frac{\Delta R}{2R} \cdot U_b = \frac{U_b}{2} \cdot k \cdot \varepsilon,$ ja $\Delta R_1 = -\Delta R_3$
Pilnais tilts 	$U_{iz} = \frac{\Delta R}{R} \cdot U_b = U_b \cdot k \cdot \varepsilon,$ ja $\Delta R_1 = \Delta R_4 = -\Delta R_2 = -\Delta R_3$

Tenzorezistoru mērtiltu pieslēdz attiecīgai mērķēdei un signālu kondicionierim. Tālāk signāls nonāk analogu – ciparu pārveidotājā un datorā. Šobrīd ražotāji piedāvā plašu klāstu ar tenzometrēšanas aparāturu, kura ir pieslēdzama datoriem izmantojot virknes, paralēlo vai USB saskarni. Izvēloties iekārtas tenzometrēšanai, jāņem vērā, lai iekārta nodrošinātu tilta barošanu. Pretējā gadījumā jānodrošina stabilizēts barošanas avots, jo no barošanas sprieguma stabilitātes ir atkarīga mērījumu precizitāte.

Tenzorezistorus uz mērāmā objekta nostiprina ar speciālu līmi. Liela uzmanība ir jāpievērš līmējuma kvalitātei. Ir izstrādātas īpašas līmēšanas un virsmas sagatavošanas tehnoloģijas, lai nodrošinātu pietiekoši izturīgu un laikā stabilu līmējumu. Jāņem vērā tas, ka līmes kārtiņa deformējas kopā ar tenzorezistoru un, nekvalitatīva līmējuma gadījumā, tas var izsaukt mērījuma kļūdas.

4. nodaļa

4. VĒRPE

Par vērpi sauc tādu slogojuma veidu, kad stieņa šķēlumos darbojas tikai vērpes moments (M_z). Ir noskaidrots, ka stieņa stiprība ir atkarīga no šķēluma laukuma formas.

4.1. APAĻSTIEŅU VĒRPE

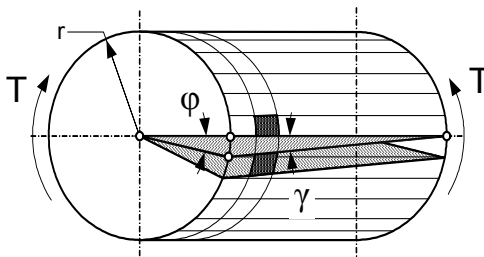
Apaļa stieņa galos pielikti divi spēkpāri, kuru momenti (pēc lieluma vienādi, bet pretēji vērsti) darbojas plaknēs, kas perpendikulāras stieņa asij. Šo momentu iedarbības rezultātā stienis pakļauts vērpes deformācijai. Ja labo galējo šķērsriezumu uzskatām par nostiprinātu, tad visi pārējie šķērsriezumi attiecībā pret nostiprināto šķērsriezumu pagriežas par kādu leņķi, kas ir jo lielāks, jo tālāk aplūkojamais šķērsriezums atrodas no stiprinājuma vietas.

Apaļstieņa virsmu (4.1. att.) iesvītrotam tā, lai uz tās veidotos kvadrāti. Novelkam taisnus rādītājus pret kvadrātu stūriem.

Novērojumi rāda, ka pēc vērpes momenta iedarbības:

- 1) visi stieņa asij perpendikulārie šķēlumi paliek plakani (pastāv plakano šķēlumu hipotēze);
- 2) šķērsriegzumos novilkte rādītāji deformācijas laikā nesaliecās, t. i., pagriežoties paliek taisni un pagriežas par leņķi φ ;
- 3) attālumi starp šķērsriegzumiem paliek nesmainīgi;
- 4) kvadrāta vietā veidojas rombs.

Kad uz stieni darbošos spēkpāru momenti ir samērā nelieli, kā liecina prakse, rodas tikai elastīgās deformācijas. Pēc spēkpāru darbības izbeigšanās stienis atgriežas sākotnējā stāvoklī.



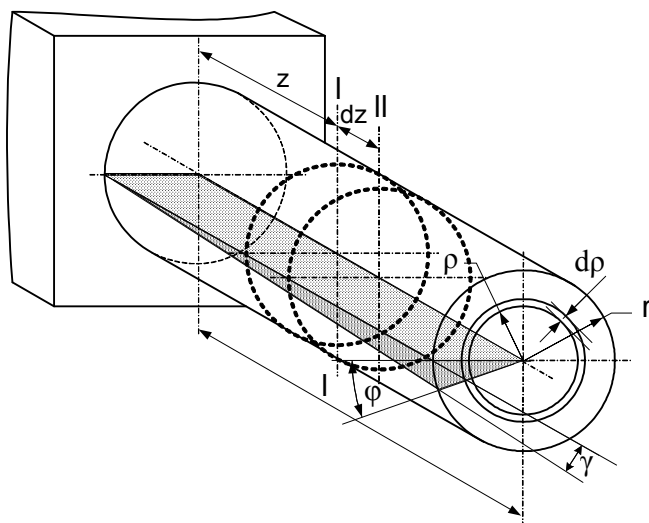
4.1. att. Vērpē slogots apaļstienis.

Vērpes gadījumā stienī darbojās tīrā bīde. Leņķi, par kuru pagriežas veidule, apzīmē ar γ un to sauc par bīdes leņķi. Leņķi, par kuru pagriežas rādiuss, apzīmē ar φ un to sauc par savērpes leņķi.

Tīrās bīdes gadījumā tangenciālie spriegumi ir

$$\tau = G \cdot \gamma . \quad (4.1.)$$

Leņķis γ ir atkarīgs no rādiusa lieluma, bet savērpes leņķis φ no stieņa garuma



4.2. att. Stieņa slogojums vērpē un tā deformācija.

No stieņa izgriežam gredzenu ar garumu dz , iekšējo rādiusu ρ un biezumu $d\rho$.

Pieņemam, ka šķēlums II attiecībā pret I pagriežas par leņķi $d\varphi$, bet cilindra veidule a - b pagriežas par leņķi γ .

Absolūtā nobīde $b\check{b}_1$ (4.3. att.): $b\check{b}_1 = \gamma \cdot dz$ un $b\check{b}_1 = \rho \cdot d\varphi$.

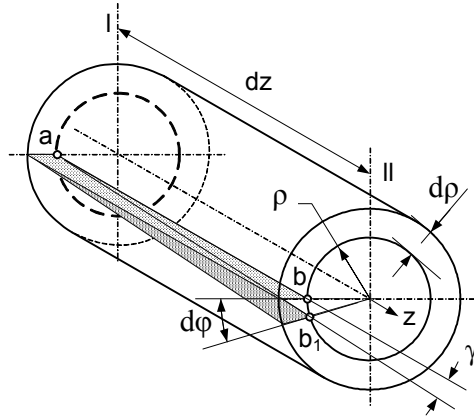
Pielīdzinām vienādojumu labās puses

$$\gamma \cdot dz = \rho \cdot d\varphi ,$$

$$\text{tad } \gamma = \rho \frac{d\varphi}{dz} ,$$

kur $\frac{d\varphi}{dz} = \Theta$ - relatīvais savērpes leņķis, tad

$$\gamma = \rho \cdot \Theta. \quad (4.2.)$$



4.3. att. Gredzena posma deformācija.

Ievietojot izteiksmē (4.1) $\tau = G \cdot \gamma$, iegūstam

$$\tau = G \cdot \rho \cdot \Theta. \quad (4.3.)$$

Elementārie spēki τdA veido vērpes momentu M_z .

$$M_z = \int_A \tau \cdot \rho \cdot dA = \int_A G \cdot \rho \cdot \Theta \cdot \rho \cdot dA = G \Theta \int_A \rho^2 dA = G \Theta I_p,$$

kur $\int_A \rho^2 dA = I_p$ - polārais inerces moments.

Relatīvais savērpes leņķis (radiānos):

$$\Theta = \frac{M_z}{GI_p}. \quad (4.4.)$$

Ievietojot (4.4) izteiksmi (4.3.), iegūstam:

$$\tau = G \rho \Theta = G \rho \frac{M_z}{GI_p} = \rho \frac{M_z}{I_p}.$$

Vērpes tangenciālie spriegumi jebkurā šķēluma punktā:

$$\tau = \frac{M_z}{I_p} \rho, \quad (4.5.)$$

kur ρ - patvaļīga lieluma rādiuss $0 \leq \rho \leq r$;

I_p - polārais inerces moments, m^4 .

Ja patvaļīgais rādiuss $\rho = r$, tad

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{I_p} r = \frac{M_z}{\frac{I_p}{r}},$$

kur $\frac{I_p}{r} = W_p$ - šķēluma polārais pretestības moments, m^3 .

Maksimālie tangenciālie spriegumi šķēlumā ir uz stieņa virsmas, t. i., no stieņa ass visvairāk attālinātajos punktos:

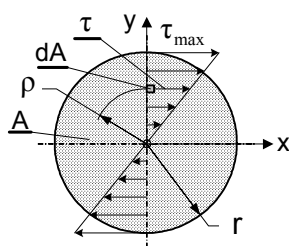
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p}. \quad (4.6.)$$

Stiprības nosacījums vērpē:

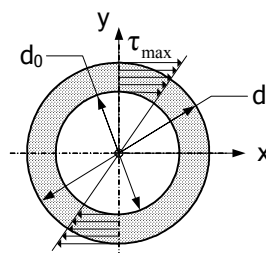
$$\tau = \frac{|\max M_z|}{W_p} \leq [\tau], \quad (4.7.)$$

kur $|\max M_z|$ - maksimālais vērpes moments, ņemts no vērpes momenta epīras bīstamajā šķēlumā, Nm;

$[\tau]$ - materiāla pieļaujamais spriegums vērpē, N/m^2 .



4.4. att. Spriegumu sadalījums apaļstienī.



4.5. att. Spriegumu sadalījums gredzenā.

Maksimālie spriegumi apaļstieņa šķērsgrīzumā:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{16 M_z}{\pi \cdot d^3}. \quad (4.8.)$$

Maksimālie spriegumi caurules šķērsgrīzumā:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}(1-\alpha^4)} = \frac{16M_z}{\pi \cdot d^3(1-\alpha^4)}, \quad (4.9.)$$

kur $\alpha = \frac{d_0}{d}$ - iekšējā diametra attiecība pret ārējo.

4.2. DEFORMĀCIJAS APAĻSTIEŅU VĒRPĒ

Relatīvais savērpes leņķis $\Theta = \frac{M_z}{GI_p}$ un $\Theta = \frac{d\varphi}{dz}$, tad

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GI_p}$$

un

$$d\varphi = \frac{M_z dz}{GI_p}.$$

Savērpes leņķi (radiānos) aprēķina ar izteiksmi:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z dz}{GI_p} = \int_0^l \Theta dz. \quad (4.10.)$$

Ja stienis slogots ar koncentrētiem vērpes momentiem

$$\frac{M_z}{GI_p} = \text{const},$$

tad savērpes leņķi aprēķina ar formulu:

$$\varphi = \frac{M_z l}{GI_p}, \quad (4.11.)$$

kur l – posma garums

Ja stienim ir vairāki posmi, tad savērpes leņķi aprēķina ar izteiksmēm:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{M_z dz}{GI_p} \quad \text{vai} \quad \varphi = \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{M_z l_i}{GI_p}. \quad (4.12.)$$

Relatīvo savērpes leņķi Θ var aprēķināt ar izteiksmi:

$$\Theta = \frac{M_z}{GI_p} = \frac{\varphi}{l}. \quad (4.13.)$$

Lai nodrošinātu stieņa (vārpstas) stingumu vērphē, tad stiprības nosacījums ir:

$$\max \Theta = \frac{\max M_z}{GI_p} \leq [\Theta], \quad (4.14.)$$

kur $[\Theta]$ - pieļaujamais relatīvais savērpes leņķis radiānos uz vienu garuma vienību.

I_p – polārais inerce moments aplim

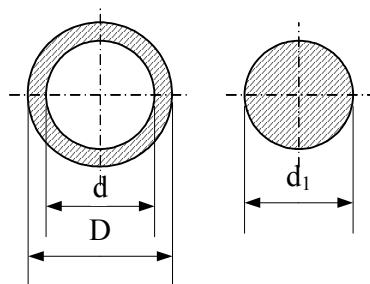
$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

un gredzenam

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4).$$

Racionāls stieņu šķērsgriezums uz stiprību, kuri slogoti vērph

Aplūkojam pilnu un gredzenveidīgu stieņa šķērsgriezumu ar vienādiem polārajiem pretestības momentiem $W_p = \text{const}$ (4.6. att.):



4.6. att. Gredzena un apla šķērsgriezuma laukumi.

$$\frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4),$$

tad

$$D = \frac{d_1}{\sqrt[3]{1 - \alpha^4}}.$$

Aprēķinām pilna apla un gredzenveidīga šķērsgriezuma laukumu attiecību,

kur A_g – gredzena laukums;

A_p – apla laukums;

α - diametru attiecība d/D .

$$\frac{A_g}{A_p} = \frac{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{D^2 (1 - \alpha^4)}{d_1^2}, \text{ tad}$$

$$\frac{A_g}{A_p} = \frac{1 - \alpha^4}{\sqrt[3]{(1 - \alpha^4)^2}}.$$

α	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	0,90
A_g/A_p	1,00	0,96	0,85	0,61	0,51	0,39

Racionāls stieņu šķērsgriezums uz stingumu, kuri slogoti vērpe.

Salīdzināšanai izmantojam $j_p = \frac{I_p}{A^2} = \text{const}$ īpatnējo polāro momentu vērpe.

kur I_p – šķēluma polārais inerces moments;

α	0,00	0,20	0,40	0,60	0,80	0,90
A_g/A_p	1,00	0,96	0,85	0,69	0,46	0,32

Aprēķini rāda, ka izdevīgāk lietot plānsienu caurules, kurām $\alpha = 0,8 \dots 0,9$.

Vārpstu stiprības un stinguma aprēķins vērpes gadījumā

Stiprības nosacījums apaļa vai gredzenveida šķērsgriezuma stieņiem ir sekojošs:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} \leq [\tau].$$

Formula nosaka, ka maksimālā tangenciālā sprieguma vērtība nedrīkst pārsniegt materiāla pieļaujamo vērpes spriegumu $[\tau]$.

Praktiski vārpstas pakļautas ne vien vērpei, bet arī liecei, ko dažkārt aptuvenos aprēķinos neievēro. Bez tam spriegumi, kas rodas vārpstās, ir laikā mainīgi, tātad bīstamāki par statiskajiem spriegumiem. Mašīnbūves praksē rokas grāmatās atrodamas pieļaujamo spriegumu vērtības dažādām tērauda markām atkarībā no slodzes darbības rakstura.

Stiprības nosacījuma formula ļauj risināt triju tipu uzdevumus.

1. Stiprības pārbaude, kad zināms lielākais vērpes moments un vārpstas šķērsgriezuma izmēri. Aprēķins veicams pēc stiprības nosacījuma:

$$\tau_{\max} = \frac{|\max M_z|}{W_p} \leq [\tau].$$

2. Šķērsgriezuma izvēle. No stiprības nosacījuma izsaka polāro pretestības momentu

$$W_p \geq \frac{\max M_z}{[\tau]}.$$

Izvēlas šķērsriezuma formu - apla vai gredzenveida un aprēķina stiprības nodrošināšanai nepieciešamo diametru.

3. Pieļaujamā vērpes momenta noteikšana, kad zināmi vārpstas šķērsriezuma izmēri un pieļaujamais spriegums:

$$[M_z] = W_p [\tau].$$

Stiprības nosacījuma ievērošana, projektējot vārpstas, vēl ir par maz. Bieži tiek prasīts, lai vārpsta būtu pietiekami stinga, t. i., lai savērpes leņķis nepārsniegtu noteiktu lielumu. Aprēķinos izmanto relatīvo savērpes leņķi Θ . Lai nodrošinātu stieņa (vārpstas) stingumu vērpe, tad stiprības nosacījums ir:

$$\Theta_{\max} = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_z}{GI_p} \leq [\Theta].$$

Šajā formulā pieļaujamais savērpes leņķis jāievieto radiānos.

Ja relatīvo savērpes leņķi aprēķina grādos uz vārpstas garuma vienību, tad stiprības nosacījums ir

$$\Theta^\circ = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{M_z}{GI_p} \leq [\Theta^\circ].$$

Arī ar šo stiprības nosacījumu var risināt triju tipu uzdevumus.

1. Stinguma pārbaude, kad zināms vērpes moments, vārpstas izmēri un materiāls, kā arī pieļaujamais savērpes leņķis, tiek izmantots stiprības nosacījums uz stingumu:

$$\Theta_{\max} = \frac{M_z}{GI_p} \leq [\Theta].$$

2. Šķērsriezuma izvēle pēc stinguma nosacījuma. Tas ir projekta aprēķins, kurā tiek aprēķināts vārpstas nepieciešamais polārais inerces moments un diametrs:

$$I_p \geq \frac{M_z}{G[\Theta]}.$$

3. Pieļaujamā vērpes momenta aprēķins pēc stinguma nosacījuma:

$$[M_z] \leq GI_p [\Theta].$$

4.3. NEAPAĻU STIEŅU VĒRPE

Praksē sastopamies ar dažāda šķērsriezuma veida neapaļo stieņu vērpi: ar taisnstūra, kvadrāta, velmēto profilu un citiem šķērsriezumiem.

Atšķirībā no apaļstieņu vērpes, neapaļu stieņu vērpe nav vairs spēkā plakano šķēlumu hipotēze. Eksperimentāli un teorētiskie pētījumi rāda, ka neapaļu stieņu šķērsriezumi ne tikai pagriežas viens pret otru, bet deformējas arī stieņa ass virzienā. Stieņu gala šķēlums pēc vērpes deformācijas veido liektu virsmu.

Neapaļu stieņu vērpes uzdevumu risināšana iespējama tikai ar elastības teorijas metodēm. Lai atvieglotu šādu uzdevumu risināšanu lieto analogijas metodi, kuras parādība ir šāda. Meklē kādu citu parādību, kurai diferenciālvienādojumi ir analogi.

Neapaļu stieņu vērpe izmanto membrānu analogiju. Plātnē izgriež stieņa šķērsriezuma laukuma kontūru. Uz šīs kontūras uzvelk plānu elastīgu plēvi. Radot vienmērīgu spiedienu, plēve izliecas (4.7. att.).

Tangenciālais spriegums τ ir proporcionāls membrānas virsmas slīpuma leņķim α ar kontūras plakni. Membrānas horizontāles pieskare rāda sprieguma virzienu šķēluma dotajā punktā.

Vērpes moments M_z ir proporcionāls tilpumam V , ko ierobežo membrānas virsma un kontūras plakne. Tas dod iespēju konstruēt tangenciālo spriegumu diagrammu aplūkojamam šķēlumam.

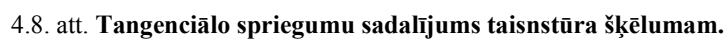
Atbilstoši membrānas slīpuma leņķim proporcionāli mainās arī vērpes radītais tangenciālais spriegums.

Membrānu analogija rāda, ka taisnstūra šķērsriezuma stieņa vērpes gadījumā lielākie tangenciālie spriegumi $\tau_{\max}$ darbojas garāko malu viduspunktos A (4.8. att.), bet īsāko malu viduspunktos B darbojas $\tau_B = \eta \tau_{\max}$.

Lielākos vērpes spriegumus punktā A nosaka pēc formulas

$$\tau_A = \tau_{\max} = \frac{M_z}{W_V}, \quad (4.13)$$

kur W_V - šķēluma pretestības moments vērpei (m^3).



Stieņa savērpes leņķi, līdzīgi kā apaļstienim, nosaka pēc formulas

$$\varphi = \frac{M_z l}{GI_V}, \quad (4.14.)$$

kur I_V - inerces moments vērpei (m^4).

Taisnstūra šķēlumam pretestības momentu vērpei un inerces momentu vērpei nosaka šādi:

$$W_V = \alpha b^2 h, \quad I_V = \beta b^3 h. \quad (4.15.)$$

4.1. tabula.

Koeficientu α , β un η atkarība no malu attiecības $\frac{b}{h}$

Hb/h	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,299	0,307	0,313	0,333
	1,000	0,859	0,795	0,766	0,753	0,745	0,744	0,743	0,742	0,742	0,742

4.1. piemērs. Vērpes aprēķini.

Iespīlētam tērauda divpakāpju stienim (4.9. att.) dotajam sloojumam aprēķināt iekšējos vērpes momentus un šķērsgriezuma diametrus katrā pakāpē, maksimālos tangenciālos spriegumus, relatīvos savērpes leņķus un savērpes leņķus katrā posmā. Noteikt šķēluma izmērus otrajā pakāpē, ja šķēluma forma ir gredzens, taisnstūris ar malu attiecību $a / b = 2$ un salīdzināt masas ar riņķa šķēluma laukumu (4.9. att.).

Dots: $l_1 = 2 \text{ m}$; $l_2 = 1,4 \text{ m}$; $k = 0,5$; $T_1 = 5 \text{ kNm}$; $T_2 = 2 \text{ kNm}$; $t = 3 \text{ kNm/m}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$; $[\tau] = 70 \text{ MPa}$; $[\Theta] = 0,75^\circ$.

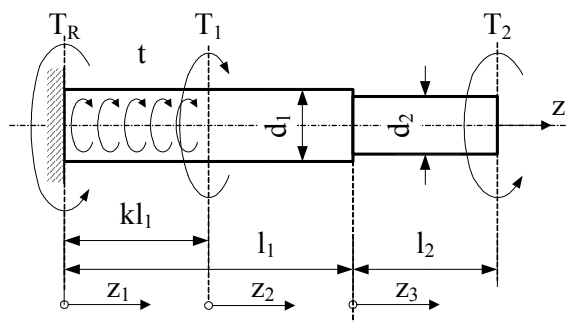
Atrisinājums

Iespīlējuma momenta aprēķins:

$$\sum M_{iz} = 0;$$

$$T_R - tkl_1 - T_1 + T_2 = 0;$$

$$T_R = tkl_1 + T_1 - T_2 = 3 \cdot 0,5 \cdot 2 + 5 - 2 = 6 \text{ kNm}.$$



4.9. att. Slojuma shēma.

Iekšējo vērpes momentu aprēķins:

1. posms; $0 \leq z_1 \leq 1$ m (4.10.a. att.).

$$\sum M_{iz1} = 0;$$

$$T_R - tz_1 - M_{z1} = 0;$$

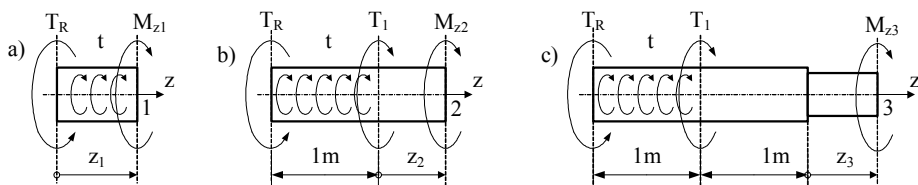
$$M_{z1} = T_R - tz_1 = 6 - 3z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_{z(1)} = 6 \text{ kNm};$$

ja $z_1 = 1$ m, tad

$$M_{z(2)} = 3 \text{ kNm}.$$



4.10. att. Šķēluma metodes aprēķina shēmas vērpes momenta M_z noteikšanai atsevišķiem posmiem.

2. posms; $0 \leq z_2 \leq 1$ m (4.10.b. att.).

$$\sum M_{iz2} = 0;$$

$$T_R - tkl_1 - T_1 - M_{z_2} = 0;$$

$$M_{z_2} = T_R - tkl_1 - T_1 = 6 - 3 \cdot 0,5 \cdot 1 - 5 = -2 \text{ kNm (const);}$$

tad arī

$$M_{z(2)} = M_{z(3)} = -2 \text{ kNm.}$$

3. posms; $0 \leq z_3 \leq 1,4 \text{ m}$ (4.10.c. att.).

$$\sum M_{iz} = 0;$$

$$T_R - tkl_1 - T_1 - M_{z_3} = 0;$$

$$M_{z_3} = T_R - tkl_1 - T_1 = 6 - 3 \cdot 0,5 \cdot 1 - 5 = -2 \text{ kNm (const.),}$$

tad arī

$$M_{z(3)} = M_{z(4)} = -2 \text{ kNm.}$$

Vērpes momenta epīras konstrukcija parādīta 4.11.b. attēlā.

Stieņa pakāpju diametru, polāro pretestības un inerces momentu aprēķins.

Stieņa pirmajā pakāpē $|\max M_z| = 6 \text{ kNm}$, tad

$$d_{I\tau} = \sqrt[3]{\frac{16|\max M_z|_I}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 70}} = 0,0759 \text{ m} = 7,6 \text{ cm};$$

$$d_{I\Theta} = \sqrt[3]{\frac{32|\max M_z|_I}{\pi G[\Theta]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 57,3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,75}} = 0,0874 \text{ m} = 8,8 \text{ cm},$$

$$d_I = d_{I\Theta} = 8,8 \text{ cm};$$

$$A_I = \frac{\pi d_I^2}{4} = \frac{\pi \cdot 8,8^2}{4} = 60,8 \text{ cm}^2;$$

$$W_{pl} = \frac{\pi d_I^3}{16} = \frac{\pi \cdot 8,8^3}{16} = 133,7 \text{ cm}^3;$$

$$I_{pl} = \frac{\pi d_I^4}{32} = \frac{\pi \cdot 8,8^4}{32} = 588,5 \text{ cm}^4.$$

Stieņa otrajā pakāpē $|\max M_z|_{II} = 2 \text{ kNm}$;

$$d_{II\tau} = \sqrt[3]{\frac{16|\max M_z|_{II}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 70}} = 0,0526 \text{ m} = 5,3 \text{ cm};$$

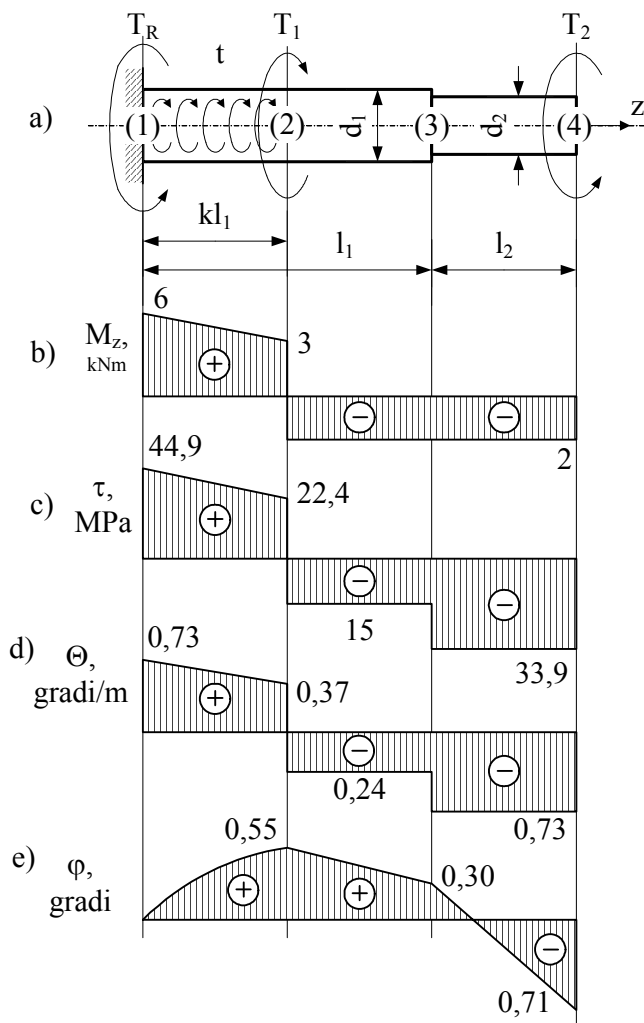
$$d_{II\Theta} = \sqrt[3]{\frac{32|\max M_z|_{II}}{\pi G[\Theta]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 57,3}{\pi \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,75}} = 0,0664 \text{ m} = 6,7 \text{ cm};$$

$$d_{II} = d_{II\Theta} = 6,7 > d_{II\tau};$$

$$A_I = \frac{\pi d_{II}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6,7^2}{4} = 35,2 \text{ cm}^2;$$

$$W_{pII} = \frac{\pi d_{II}^3}{16} = \frac{\pi \cdot 6,7^3}{16} = 59,0 \text{ cm}^3;$$

$$I_{pII} = \frac{\pi d_{II}^4}{32} = \frac{\pi \cdot 6,7^4}{32} = 197,7 \text{ cm}^4.$$



4.11. att. Slogojuma shēma, vērpes momenta M_z , tangenciālā sprieguma τ , relatīvā savērpes leņķa Θ un savērpes leņķa ϕ epīras.

Maksimālo tangenciālo spriegumu aprēķins:

1. posms; $0 \leq z_1 \leq 1$ m;

$$\tau = \frac{M_{z1}}{W_{pl}} = \frac{(6-3z_1)10^{-3}}{133,7 \cdot 10^{-6}},$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$\tau_{(1)} = 44,9 \text{ MPa}$$

un, ja $z_1 = 1$ m, tad

$$\tau_{(2)} = 22,4 \text{ MPa.}$$

2. posms; $0 \leq z_2 \leq 1$ m;

$$\tau = \frac{M_{z2}}{W_{pl}} = \frac{-2 \cdot 10^{-3}}{133,7 \cdot 10^{-6}} = -15,0 \text{ MPa,}$$

tad arī

$$\tau_{(2)} = \tau_{(3)} = -15,0 \text{ MPa.}$$

3. posms; $0 \leq z_3 \leq 1,4$ m;

$$\tau = \frac{M_{z2}}{W_{pl}} = \frac{-2 \cdot 10^{-3}}{59 \cdot 10^{-6}} = -33,9 \text{ MPa (const.),}$$

tad arī

$$\tau_{(3)} = \tau_{(4)} = -33,9 \text{ MPa.}$$

Tangenciālo spriegumu epīras konstrukcija parādīta 4.11.c. attēlā.

Relatīvā savērpes leņķa Θ un savērpes leņķa φ aprēķins:

1. posms; $0 \leq z_1 \leq 1$ m;

$$\Theta_1 = \frac{M_{z1}}{GI_{pl}} = \frac{6-3z_1}{8 \cdot 10^7 \cdot 588,5 \cdot 10^{-8}} = 0,01274 - 0,00637z_1 \text{ rad/m,}$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$\Theta_{(1)} = 0,01274 \text{ rad/m} = 0,73 \text{ grādi/m,}$$

ja $z_1 = 1$ m, tad

$$\Theta_{(2)} = 0,00637 \text{ rad/m} = 0,365 \text{ grādi/m.}$$

$$\varphi = \int_0^1 \Theta dz_1 = \int_0^1 (0,01274 - 0,00637z_1) dz_1 = \left| 0,01274z_1 - 0,00637 \frac{z_1^2}{2} \right|_0^1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$\varphi_{(1)} = 0 \text{ (iespīlējums);}$$

ja $z_1 = 1$ m, tad

$$\varphi_{(2)} = 0,00956 \text{ rad} = 0,55 \text{ grādi.}$$

2. posms; $0 \leq z_2 \leq 1$ m;

$$\Theta_2 = \frac{M_{z2}}{GI_{pl}} = \frac{-2}{8 \cdot 10^7 \cdot 588,5 \cdot 10^{-8}} = -0,00425 \text{ rad/m} = -0,24 \text{ grādi/m,}$$

tad

$$\Theta_{(2)} = \Theta_{(3)} = -0,24 \text{ grādi/m.}$$

$$\varphi = \varphi_{(2)} + \int_0^1 \Theta_2 dz_2 = 0,00956 + \int_0^1 (-0,00425) dz_2 = 0,00956 - \left| 0,00425z_2 \right|_0^1,$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$\varphi_{(2)} = 0,00956 \text{ rad} = 0,55 \text{ grādi,}$$

ja $z_2 = 1$ m, tad

$$\varphi_{(3)} = 0,00531 \text{ rad} = 0,304 \text{ grādi.}$$

3. posms; $0 \leq z_3 \leq 1,4$ m;

$$\Theta_3 = \frac{M_{z3}}{GI_{pII}} = \frac{-2}{8 \cdot 10^7 \cdot 197,7 \cdot 10^{-8}} = -0,01265 \text{ rad/m} = -0,73 \text{ grādi/m;}$$

tad arī

$$\Theta_{(3)} = \Theta_{(4)} = -0,73 \text{ grādi/m.}$$

$$\varphi = \varphi_{(3)} + \int_0^{1,4} \Theta_3 dz_3 = 0,00532 + \int_0^{1,4} (-0,01265) dz_3 = 0,00531 - \left| 0,01265z_3 \right|_0^{1,4},$$

ja $z_3 = 0$, tad

$$\varphi_{(3)} = 0,00531 \text{ rad} = 0,304 \text{ grādi;}$$

ja $z_3 = 1,4$ m, tad

$$\varphi_{(4)} = -0,0124 \text{ rad} = -0,71 \text{ grādi.}$$

Relatīvā savērpes leņķa Θ un savērpes leņķa φ epīru konstrukcija parādīta 4.11.d un 4.11.e attēlos.

Stieņa gredzenveida šķēluma laukuma aprēķins otrajā pakāpē, ja $\alpha = 0,8$ un salīdzinājums ar apļa laukumu:

$$D_{2r} = \sqrt[3]{\frac{16|\max M_z|_{II}}{\pi(1-\alpha^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\pi(1-0,8^4) \cdot 70}} = 0,063 \text{ m} = 6,3 \text{ cm};$$

$$D_{2\Theta} = \sqrt[4]{\frac{32|\max M_z|_{II}}{\pi(1-\alpha^4)G[\tau]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{\pi(1-0,8^4) \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,75}} = 0,0758 \text{ m} = 7,6 \text{ cm}.$$

Izvēlamies lielāko diametru $D_2 = D_{2\Theta} = 7,6 \text{ cm}$, tad laukums

$$A_2 = \frac{\pi D_2^2 (1-\alpha^4)}{4} = \frac{\pi \cdot 7,6^2 (1-0,8^4)}{4} = 16,3 \text{ cm}^2.$$

Masu attiecība $\frac{m_2}{m_{II}} = \frac{A_2}{A_{II}} = \frac{16,3}{35,2} = 0,464$.

Stieņa taisnstūra šķēluma laukuma aprēķins otrajā pakāpē, ja $a / b = 2$ un salīdzinājums ar apļa šķēluma laukumu.

Ja $a / b = 2$, tad

$$\alpha = 0,246$$

un

$$\beta = 0,229.$$

Pretestības moments vērē

$$W_v = \alpha \cdot a \cdot b^2 = 2 \cdot \alpha \cdot b^3 = 0,492b^3$$

un inerces moments vērē

$$I_v = \beta \cdot a \cdot b^3 = 2\beta \cdot b^4 = 0,458b^4;$$

$$b_{2r} = \sqrt[3]{\frac{|\max M_z|_{II}}{0,492[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{0,492 \cdot 70}} = 0,0388 \text{ m} = 3,9 \text{ cm};$$

$$b_{2\Theta} = \sqrt[4]{\frac{|\max M_z|_{II}}{0,458G[\Theta]}} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 57,3}{0,458 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,75}} = 0,0452 \text{ m} = 4,5 \text{ cm}.$$

Lielākais platums

$$b_2 = b_{2\Theta} = 4,5 \text{ cm},$$

tad

$$a_2 = 2b_2 = 2 \cdot 4,5 = 9,0 \text{ cm}$$

un laukums

$$A_2 = a_2 b_2 = 9 \cdot 4,5 = 40,5 \text{ cm}^2.$$

Masu attiecība

$$\frac{m_2}{m_{II}} = \frac{A_2}{A_{II}} = \frac{40,5}{35,2} = 1,15.$$

4.2. piemērs. Aprēķini vērpē.

Vārpstai ar diametru $d = 50 \text{ mm}$ šķērsgriezumā vislielākais tangenciālais spriegums $\tau_{\max} = 50 \text{ MPa}$. Noteikt tangenciālo spriegumu punktā, kas atrodas 20 mm attālumā no šķēluma centra.

Atrisinājums

Tangenciālais spriegums sadalās tieši proporcionāli rādiusam, t. i.,

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau} = \frac{\frac{d}{2}}{\rho},$$

tad

$$\tau = \tau_{\max} \frac{\rho}{\frac{d}{2}} = 50 \cdot \frac{20}{\frac{50}{2}} = 40 \text{ MPa}.$$

4.3. piemērs. Aprēķini vērpē.

Tērauda caurule ar ārējo diametru $D = 120 \text{ mm}$ un iekšējo diametru $d = 100 \text{ mm}$, kuras garums $l = 2 \text{ m}$, tiek vērpta ar momentiem T , kuri pielikti gala šķēlumos. Aprēķināt vērpes momenta T lielumu, pie kura vārpsta tiek savērpta par leņķi $\varphi = 0,25^\circ$ un izskaitļot vērpes momenta radītos maksimālos tangenciālos spriegumus, ja $G = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$.

Atrisinājums

Savērpes leņķis vārpstas garumā

$$\varphi = \frac{M_z l}{G I_p} \cdot \frac{180}{\pi},$$

no kurienes

$$M_z = \frac{\varphi \pi G I_p}{180 l}.$$

Dotajā gadījumā

$$M_z = T; \quad \varphi = 0,25^\circ;$$

$$G = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2;$$

$$l = 2000 \text{ mm}$$

un polārais inerce moments

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) = \frac{\pi \cdot 120^4}{32} \left[1 - \left(\frac{100}{120} \right)^4 \right] = 1,07 \cdot 10^7 \text{ mm}^4.$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, iegūstam

$$T = M_z = \frac{0,25 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 1,07 \cdot 10^7}{180 \cdot 2000} = 1,87 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 1,87 \text{ kNm}.$$

Maksimālais tangenciālais spriegums

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{1,87 \cdot 10^6}{1,78 \cdot 10^5} = 10,51 \text{ N/mm}^2,$$

kur polārais pretestības moments –

$$W_p = \frac{I_p}{\frac{d}{2}} = \frac{1,07 \cdot 10^7}{\frac{120}{2}} = 1,78 \cdot 10^5 \text{ mm}^3.$$

4.4. piemērs. Aprēķini vērpe.

Caurule ar ārējo diametru $D = 80 \text{ mm}$ un iekšējo diametru $d = 50 \text{ mm}$ ir slogota ar vērpes momentu $M_z = 3,5 \text{ kNm}$. Aprēķināt tangenciālos spriegumus uz caurules iekšējās sienas.

Atrisinājums

Šķēluma polārais inerce moments ir

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) = \frac{\pi \cdot 80^4}{32} \left[1 - \left(\frac{50}{80} \right)^4 \right] = 3,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4.$$

Tangenciālie spriegumi brīvi izvēlētā šķēsgriezuma punktā

$$\tau = \frac{M_z \rho}{I_p},$$

kur uz iekšējās sieniņas $\rho = \frac{d}{2}$, tad tangenciālie spriegumi uz caurules iekšējās sieniņas ir

$$\tau = \frac{M_z \cdot d}{2I_p} = \frac{3,5 \cdot 10^6 \cdot 50}{2 \cdot 3,4 \cdot 10^6} = 25,74 \text{ N/mm}^2.$$

4.5. piemērs. Aprēķini vērpē.

Pēc stiprības nosacījuma vērpē aprēķināt jaudu P , kādu var pārvadīt tērauda vārpsta ar diametru $d = 50 \text{ mm}$, ja pieļaujamais tangenciālais spriegums $[\tau] = 35 \text{ N/mm}^2$ un $n = 750 \text{ apgr./min.}$

Atrisinājums

Vārpstas griešanās leņķiskais ātrums

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 78,5 \text{ rad/s.}$$

No stiprības nosacījuma izsakām pieļaujamo vērpes momentu

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{\frac{\pi d^3}{16}} \leq [\tau];$$

$$M_z = \frac{\pi d^3 [\tau]}{16} = \frac{3,14 \cdot 50^3 \cdot 35}{16 \cdot 10^3} = 858,6 \text{ Nm.}$$

Iekšējais vērpes moments vienāds ar pielikto griezes momentu

$$M_z = T.$$

No griezes momenta izteiksmes

$$T = \frac{P}{\omega}$$

izsakām pārvadāmo jaudu

$$[P] = T\omega = \frac{858,6 \cdot 78,5}{10^3} = 67,4 \text{ kW}.$$

4.4. STATISKI NENOTEICAMI UZDEVUMI VĒRPĒ

Apaļstieņa abi gali stingri iestiprināti (4.12. att.). Aktīvo momentu M_C līdzsvaro divi reakcijas momenti M_A un M_B :

$$\begin{aligned}\sum M_{iz} &= 0; \\ -M_A + M_C - M_B &= 0; \\ M_A + M_B &= M_C.\end{aligned}\tag{4.16}$$

Uzdevums ir vienkārt statiski nenoteicams, jāraksta vēl vērpes deformāciju sakarības.

Lai iegūtu papildus vienādojumu, atbrīvojam balstu A un reakcijas momentu pieliekam brīvajā galā. Ir zināms, ka savērpes leņķis balstā B ir vienāds ar nulli.

Izmantojot spēku darbības neatkarības principu, ņemam vērā atsevišķu vērpes momentu iespaidu savērpes leņķa aprēķināšanā.

No M_A iespaida (4.12.b. att.) savērpes leņķis balstā B

$$\begin{aligned}\varphi_B &= 0: \\ \frac{M_A l_1}{GI_{p1}} + \frac{M_A l_2}{GI_{p2}} &= \varphi_B = 0.\end{aligned}\tag{a}$$

No M_C iespaida (4.12.c. att.) savērpes leņķis balstā B:

$$\frac{M_C l_2}{GI_{p2}} = \varphi_B = 0.\tag{b}$$

No izteiksmēm (a) un (b) pielīdzinām kreisās puses un iegūstam papildus vienādojumu:

$$\frac{M_A l_1}{GI_{p1}} + \frac{M_A l_2}{GI_{p2}} = \frac{M_C l_2}{GI_{p2}};\tag{4.17}$$

$$M_A \left(\frac{l_1}{I_{p1}} + \frac{l_2}{I_{p2}} \right) = M_C \frac{l_2}{I_{p2}},$$

tad iespējuma moments balstā A

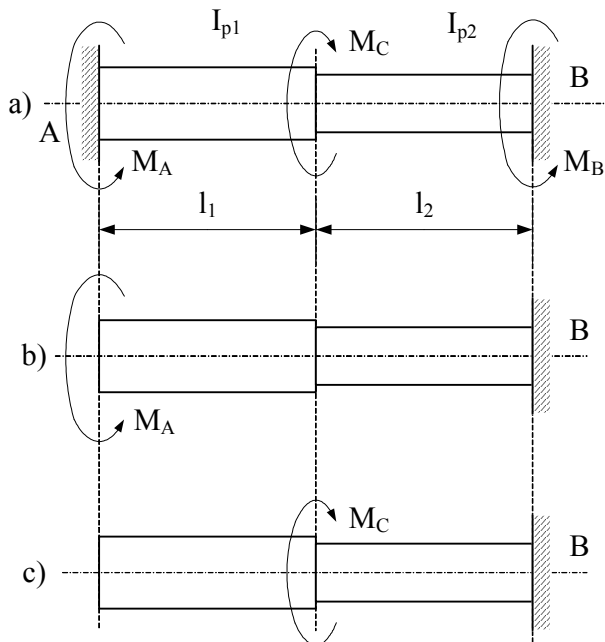
$$M_A = \frac{M_C l_2}{I_{p2} \left(\frac{l_1}{I_{p1}} + \frac{l_2}{I_{p2}} \right)} = \frac{M_C l_2}{l_1 \frac{I_{p2}}{I_{p1}} + l_2} = \frac{M_C l_2}{l_1 \frac{d_2^4}{d_1^4} + l_2},$$

kur $I_{p1} = \frac{\pi d_1^4}{32}$

un

$$I_{p2} = \frac{\pi d_2^4}{32}.$$

$$M_B = M_C - M_A = M_C \left(1 - \frac{l_2}{l_1 \frac{d_2^4}{d_1^4} + l_2} \right).$$



4.12. att. Stieņa noslogojums vērēpē.

Zinot iespīlējumu momentus var konstruēt vērpes momenta, savērpes leņķa un relatīvā savērpes leņķa epīras.

4.5. PLĀNSIENU NOSLĒGTA UN NENOSLĒGTA PROFILA STIEŅU VĒRPE

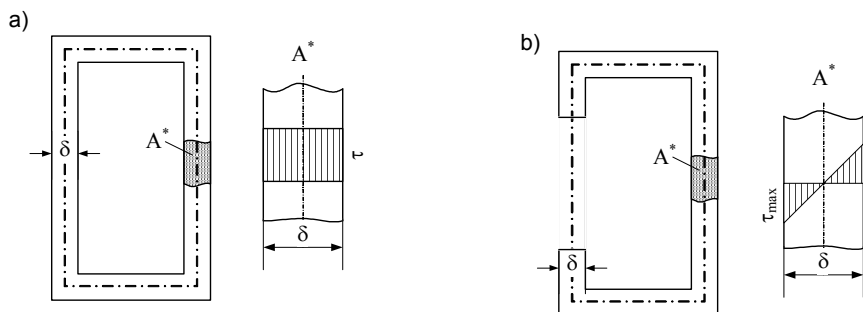
Mašīnbūvē, lai samazinātu konstrukcijas svaru, plaši tiek pielietoti plānsienu stieņi ar noslēgtu profilu (4.13.a. att.) un nenoslēgta šķērsriezuma profilu (4.13.b. att.).

Par plānsienu stieņiem sauc stieņus, kuru sienīgas biezums ir daudzkārt mazāks par to šķērsriezuma izmēriem.

Raksturīgi, ka spriegumu sadalījuma raksturs profila sienīgas šķērsriezumā noslēgtam profilam (4.13.a. att.) ir tuvs vienmērīgam sadalījumam, bet nenoslēgtam – mainās pēc lineāras sakarības, kā parādīts 4.13.b. attēlā.

Plānsienu stieņiem ar nenoslēgtu šķērsriezuma kontūru izmanto plakanstieņu vērpes aprēķinu formulas. Ja taisnstūra malu attiecība $\frac{h}{b} > 10$, tad formulas (4.15) ar pietiekamu precizitāti var rakstīt šādi:

$$I_v = \frac{1}{3} b^3 h \text{ un } W_v = \frac{1}{3} b^2 h. \quad (4.18)$$



4.13. att. Plānsienu noslēgta un nenoslēgta profilu stieņu šķērsriezumi.

Ja sienīgas biezums δ atsevišķām daļām ir dažāds, tad I_V un W_V var uzrakstīt šādi:

$$I_V = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \delta_i^3 s_i ; \quad (4.19)$$

$$W_V = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 s_i , \quad (4.20)$$

kur s_i - kontūras daļas garums ar vienādu biezumu δ_i .

Savērpes leņķi var aprēķināt ar formulu:

$$\varphi = \frac{M_z l}{G I_V} = \frac{3 M_z}{G} \cdot \frac{l}{\sum_{i=1}^n \delta_i^3 s_i} . \quad (4.21)$$

Profilēm, kuru īpatsvars ir ievērojams, izteiksmi mēdz precizēt:

$$\varphi = \frac{3 M_z}{G} \cdot \frac{l}{\xi \sum_{i=1}^n \delta_i^3 s_i} . \quad (4.22)$$

Koeficients ξ ievērtē atsevišķo posmu savstarpējo iedarbību, tā, piemēram: leņķprofilam

$$\xi = 1 ;$$

T – profilam

$$\xi = 1,1 ;$$

dubult - T profilam

$$\xi = 1,2 \dots 1,3 ;$$

U profilam

$$\xi = 1,0 \dots 1,25 ;$$

krustveida profilam

$$\xi = 1,15 .$$

Maksimālie tangenciālie spriegumi:

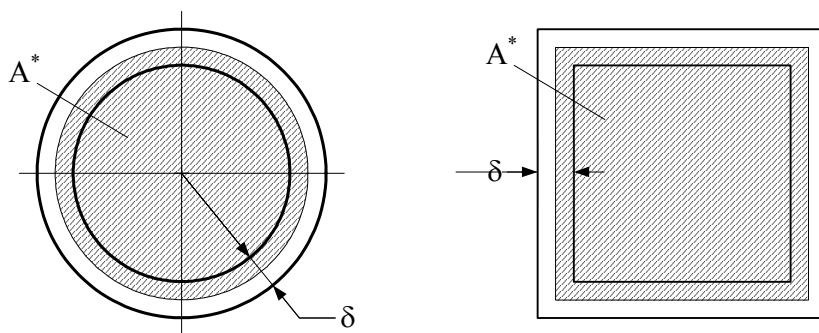
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_V} = \frac{M_z}{I_V} \cdot \delta_i = 3 M_z \frac{\delta_{\max}}{\sum_{i=1}^n \delta_i^3 s_i} . \quad (4.23)$$

Stiprības nosacījums plānsienu nenoslēgtu profilu stieņu vērpe:

$$\tau_{\max} = 3M_z \frac{\delta_{\max}}{\sum_{i=1}^n \delta_i^3 s_i} \leq [\tau]. \quad (4.24)$$

Plānsienu noslēgta profila stieņu vērpi, ja sieniņas biezums ir $\delta = \text{const}$ tangenciālos spriegumus var aprēķināt ar formulu (4.14. att.):

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{2A^* \delta} \quad (4.25)$$



4.14. att. Plānsienu noslēgta profila šķēsgriezums.

Plānsienu noslēgta profila stieņa savērpes leņķi aprēķina ar formulu:

$$\varphi = \frac{M_z l_s}{4GA^{*2} \delta}, \quad (4.26)$$

kur A^* - laukums, ko ierobežo šķēsgriezuma sieniņas viduslīnija.

5. nodaļa

LIECE

Par lieci sauc tādu pamatslogojumu, kad stieņa šķērsgrīzumos rodas lieces moments.

Tīrā liece rodas, ja stieņa šķērsgrīzumos pret vienu no galvenajām asīm pastāv tikai lieces moments.

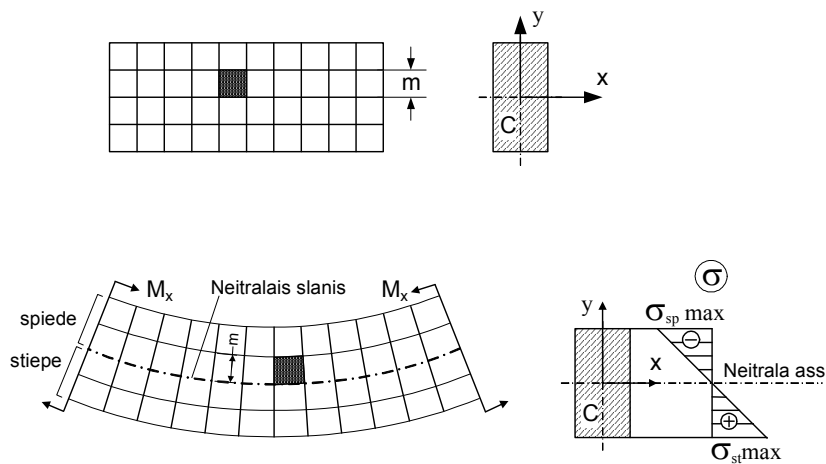
Šķērslice rodas, ja stieņa šķērsgrīzumos pret vienu no galvenajām asīm pastāv lieces moments un šķērsspēks.

5.1. TĪRĀS LIECES SLOGOJUMS

Novērojumi rāda, ka liecot siju (5.1. att.):

Attālums starp horizontālajām līnijām nemainās;

Vertikālās līnijas paliek taisnas, bet pagriežas viena pret otru (pastāv plakano šķēlumu hipotēze);



5.1. att. Sijas deformācijas.

Sijas augšējās šķiedras saīsinās, bet apakšējās pagarinās.

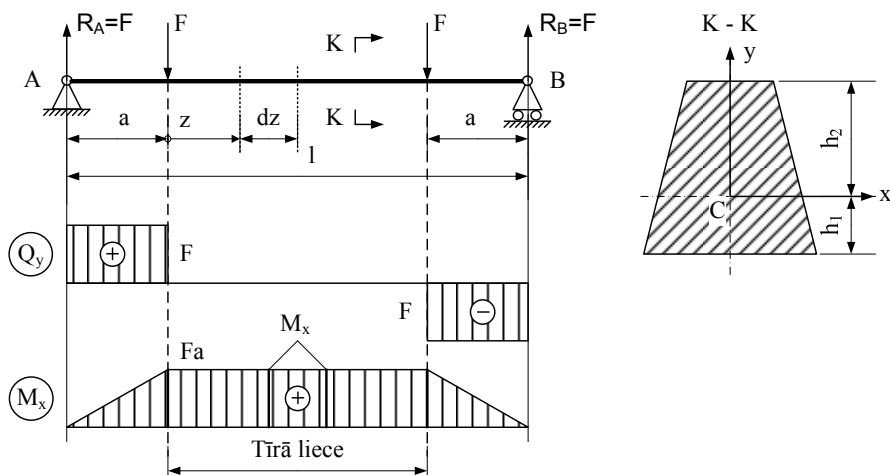
Leņķi stūros arī pēc lieces paliek taisni.

Slānis, kurš savu garumu deformējot nav mainījis, tiek saukts par neitrālo slāni.

Krustojuma līniju, kura rodas krustojoties neitrālajam slānim ar šķēluma plakni, sauc par neitrālo asi.

5.2. LIECES NORMĀLIE SPRIEGUMI

No slogotās sijas (5.2. att.) tīrās lieces nogrieznī izgriežam dz posmu starp I un II šķēlumu.



5.2. att. Tīrās lieces slogojums.

Aplūkojam posmu dz , kurā AB – patvaļīgi izvēlēta šķiedra y attāluma no neitrālas ass un ρ - sijas neitrālā slāņa liekuma rādiuss šķēlumā z (5.3. att.).

Pieņemam, ka I-I šķēlums lieces momenta iespaidā paliek uz vietas, bet pagriežas tikai II-II šķēlums.

No $\triangle OCC_1$ atrodam

$$CC_1 = dz = \rho d\theta = AB,$$

un no ΔB_1BC_1 –

$$BB_1 = y d\Theta.$$

Šķiedras AB relatīvais pagarinājums $\varepsilon = \frac{BB_1}{AB} = \frac{y d\Theta}{\rho d\Theta}$, tad

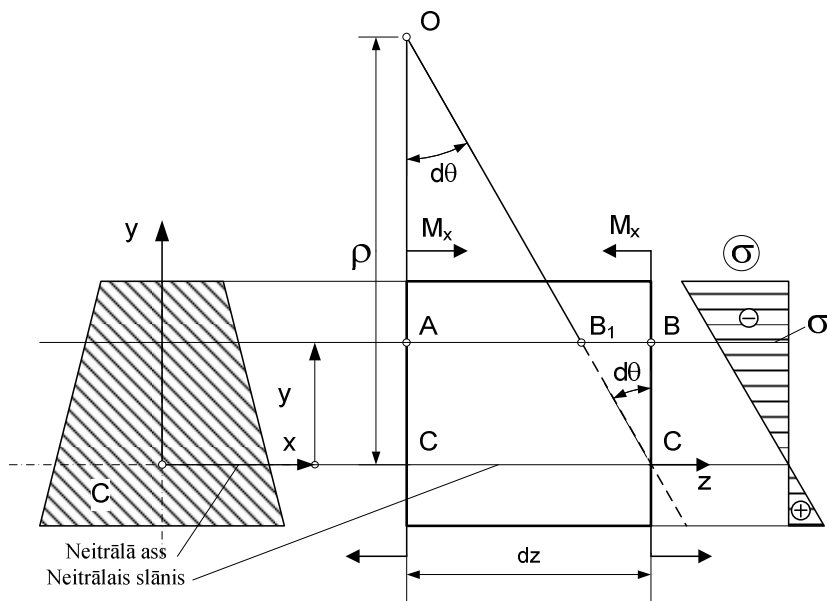
$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}. \quad (5.1)$$

Pēc Huka likuma

$$\sigma = E \varepsilon,$$

tad ievietojot iegūstam

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (5.2)$$



5.3. att. Normālie spriegumi šķēlumā.

Normālie spriegumi sadalās tieši proporcionāli attālumam y no neitrālā slāņa.

Sastādām statikas līdzsvara vienādojumus:

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$N = \int_A \sigma dA = 0;$$

pēc ievietošanas

$$\int_A E \frac{y}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_A y dA = 0,$$

seko

$$\rho \neq 0, \frac{E}{\rho} \neq 0,$$

$$\text{tad } \int_A y dA = S_x = 0.$$

Statiskais moments ir vienāds ar nulli ($S_x = 0$) pret centrālo asi. Tātad neitrālā ass sakrīt ar centrālo asi.

$$\sum M_{iy} = 0;$$

$$M_y = \int_A \sigma x dA = \int_A E \frac{y}{\rho} x dA = \frac{E}{\rho} \int_A xy dA = 0,$$

tā kā $\frac{E}{\rho} \neq 0$, tad

$$\int_A xy dA = I_{xy} = 0.$$

Centrifugālais inerce moments ir vienāds ar nulli ($I_{xy} = 0$) pret galvenajām asīm.

Tas nozīmē, ka neitrālā ass sakrīt ar galveno centrālo asi.

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \int_A E \frac{y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x;$$

$$M_x = \frac{E}{\rho} I_x,$$

tad

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (5.3)$$

No iepriekšējā ievietojot

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} = Ey \frac{1}{\rho} = \frac{Ey M_x}{EI_x},$$

iegūstam

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \quad (5.4)$$

Maksimālos spriegumus iegūstam, ja

$$y = y_{\max},$$

tad

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \frac{M_x}{I_x} y_{\max} = \frac{M_x}{\frac{I_x}{y_{\max}}} = \frac{M_x}{W_x}; \\ \sigma_{\max} &= \frac{M_x}{W_x}.\end{aligned}\quad (5.5)$$

Ja materiāls vienādi pretojas stiepei un spiedei, tad stiprības nosacījums liecē ir

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (5.6)$$

Materiāliem, kas dažādi pretojas stiepei un spiedei

$$[\sigma]_{st} \neq [\sigma]_{sp},$$

raksta divus stiprības nosacījumus:

$$\begin{aligned}\max \sigma_{st} &= \frac{M_x}{I_x} h_1 \leq [\sigma]_{st}; \\ \max \sigma_{sp} &= \frac{M_x}{I_x} h_2 \leq [\sigma]_{sp},\end{aligned}\quad (5.7)$$

kur h_1 un h_2 – maksimālie attālumi no neitrālās ass līdz attālākajām stieptajām un spiestajām šķiedrām.

5.3 LIECES TANGENCIĀLIE SPRIEGUMI

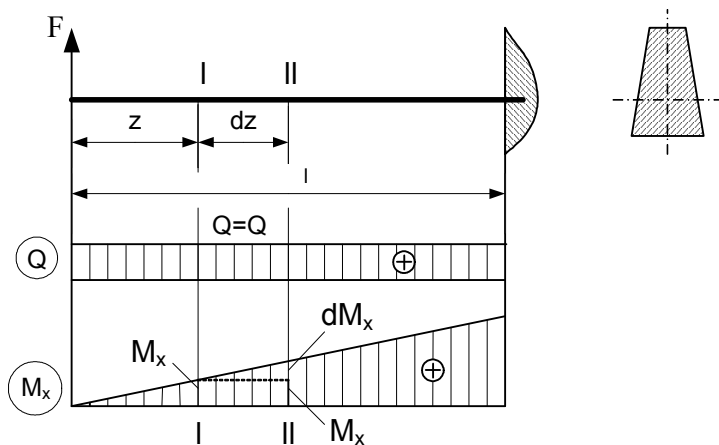
Plakanajā liecē bez lieces momenta un tā radītajiem normālajiem spriegumiem σ darbojas arī šķērsspēks (5.4. att.). Šķērsspēks rada tangenciālos spriegumus τ , kuri darbojas šķēluma plaknē un arī tai perpendikulārā plaknē.

Normālie spriegumi aprēķināmi tāpat kā tīrā liecē

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y$$

un

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x}.$$



5.4. att. Šķērsliedes sloojums.

Aplūkojam izšķēlētās dz daļas līdzsvaru (5.5. att.):

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$N_1 - N_2 + dT = 0 \quad (a)$$

kur $N_1 = \int_{A^*} \sigma dA$; $N_2 = \int_{A^*} (\sigma + d\sigma) dA$

un

$$dT = \tau dA = \tau b_1 dz.$$

Ievietojam (a) izteiksmē:

$$\int_{A^*} \sigma dA - \int_{A^*} (\sigma + d\sigma) dA + \tau b_1 dz = 0;$$

$$-\int_{A^*} d\sigma dA + \tau b_1 dz = 0;$$

$$\tau = \frac{\int_{A^*} d\sigma dA}{b_1 dz}. \quad (5.8)$$

Vispārīgā gadījumā

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y,$$

tad

$$d\sigma = \frac{dM_x}{I_x} y$$

un ievietojojot

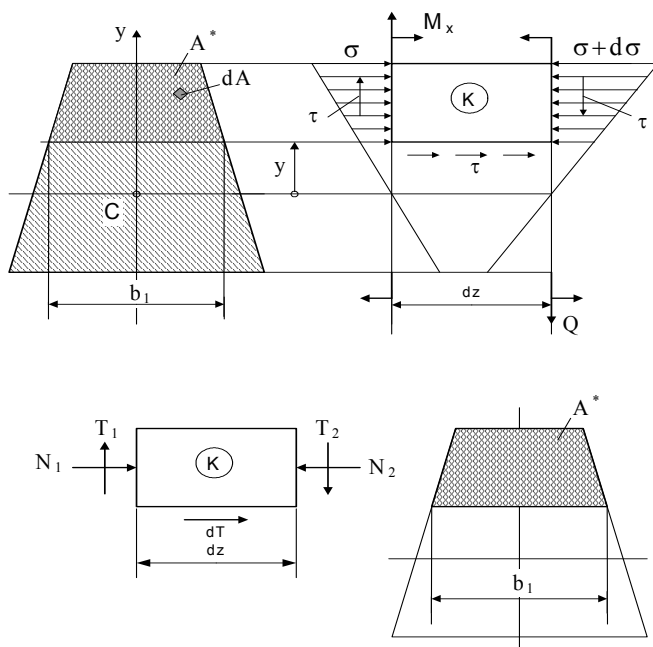
$$\int_{A^*} d\sigma dA = \int_{A^*} \frac{dM_x}{I_x} y dA = \frac{dM_x}{I_x} \int_{A^*} y dA = \frac{dM_x}{I_x} S_x^*;$$

Ievietojam (5.8) izteiksmē

$$\tau = \frac{\int_{A^*} d\sigma dA}{b_1 dz} = \frac{dM_x}{dz} \cdot \frac{S_x^*}{b_1 I_x} = Q_y \frac{S_x^*}{b_1 I_x},$$

iegūstam

$$\tau = \frac{Q_y S_x^*}{b_1 I_x}. \quad (5.9)$$



5.5. att. Plakanās lieces normālie un tangenciālie spriegumi posmā dz .

Izteiksmi (5.9) sauc par Žuravska formulu, kurā

τ – tangenciālie spriegumi y attālumā no neitrālās ass;

Q_y – šķērsspēks, kas darbojas aplūkojamā šķēlumā;

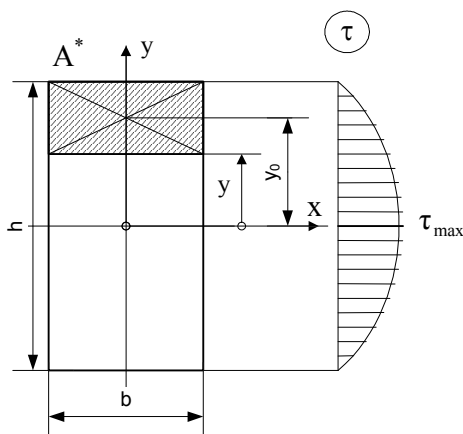
I_x – šķēluma aksiālais inerces moments pret neitrālo asi;

b_I – šķēluma platums, kurā aprēķinām tangenciālos spriegumus;

S_x^* – šķēluma laukuma virs y statiskais moments pret neitrālo asi.

5.1. piemērs. Aprēķini liecē.

Tangenciālo spriegumu diagramma taisnstūra šķēlumam (5.6. att.).



5.6. att. Taisnstūra šķēlums un spriegumu diagramma.

Atšķeltās daļas laukums virs y :

$$A^* = b \left(\frac{h}{2} - y \right).$$

Atšķeltās daļas laukuma smaguma centra attālumš no neitrālās ass

$$y_0 = \left(\frac{h}{2} - y \right) \frac{1}{2} + y = \frac{h}{4} - \frac{y}{2} + y = \frac{h}{4} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right).$$

Atšķeltās daļas laukuma statiskais moments pret neitrālo asi

$$S_x^* = A^* y_0 = \frac{b}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right) \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) = \frac{bh^2}{8} \left(1 - 4 \frac{y^2}{h^2} \right).$$

Šķēluma aksiālais inerces moments

$$I_x = \frac{h^3 b}{12}$$

un šķēluma platums $b_1 = b$.

Iegūtos datus ievietojam izteiksmē (5.9)

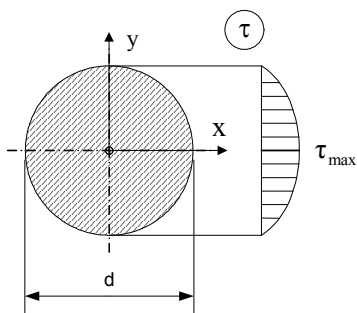
$$\tau = \frac{Q_y S_x^*}{b_1 I_x} = \frac{bh^2 \left(1 - 4 \frac{y^2}{h^2}\right) Q_y \cdot 12}{8h^3 b^2} = \frac{3Q_y}{2A} \left(1 - 4 \frac{y^2}{h^2}\right).$$

Tangenciālie spriegumi atkarīgi no y_2 (kvadrātiskā parabola).

Maksimālie tangenciālie spriegumi taisnstūra šķēlumam ir ja $y = 0$, tad

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_y}{2A}. \quad (5.10)$$

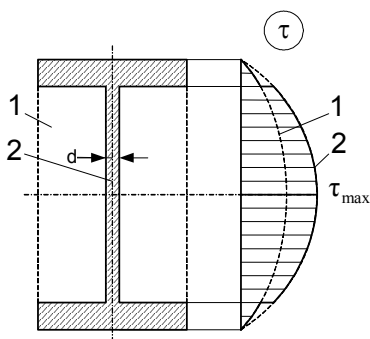
Tangenciālie spriegumi apla šķēlumam redzami (5.7. att.).



5.7. att. Tangenciālo spriegumu diagramma apla šķēlumam.

Maksimālie tangenciālie spriegumi apla šķēlumam

$$\tau_{\max} = \frac{4Q_y}{3A}. \quad (5.11)$$



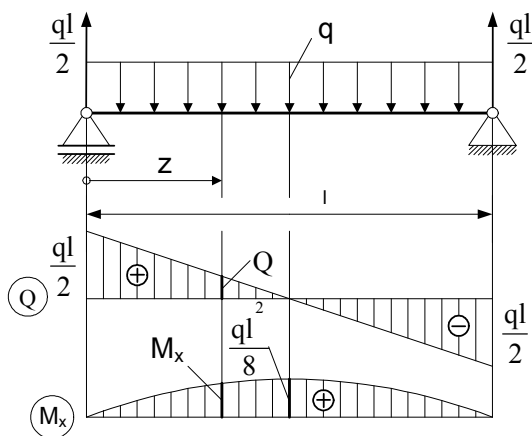
5.8. att. Tangenciālo spriegumu raksturs dubult-T profilam.

5.4. STIPRĪBAS APRĒĶINI LIECĒ

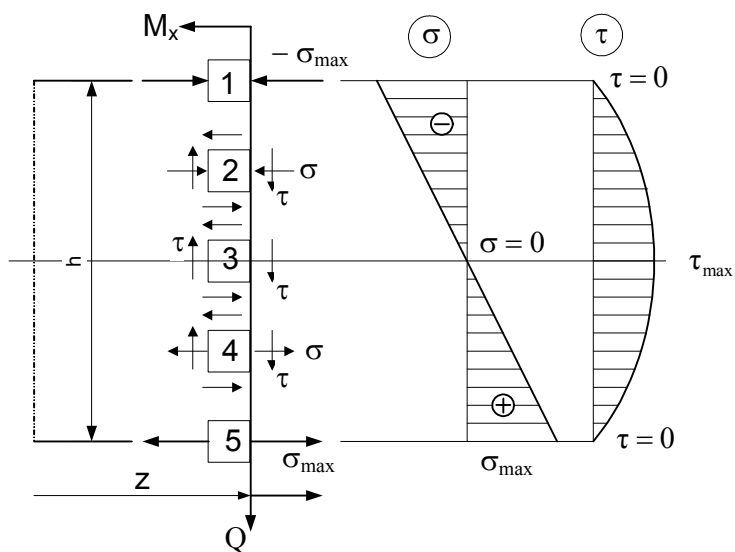
Šķērslicē vienlaicīgi darbojas normālie un tangenciālie spriegumi:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y;$$

$$\tau = \frac{Q_y S_x^*}{b_1 I_x}.$$



5.9. att. Šķērslieces sloojums.



5.10. att. Normālie un tangenciālie spriegumi šķērslicē šķēlumā z.

Plaknes spriegumstāvoklī

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}. \quad (5.12)$$

Šajā gadījumā vienlaicīgi darbojas $\sigma_x = \sigma$ un τ spriegumi, tad ievietojot (5.12), iegūstam:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2};$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

Lai noteiktu galveno laukumu stāvokli, nosaka leņķi

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma}.$$

Punktā 1, kur $\tau = 0$;

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2} = 0;$$

$$\sigma_3 = -\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2} = -\sigma;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{0}{\sigma} = 0, \text{ tad } \alpha_0 = 0^\circ.$$

Punktā 3, kur $\tau = \tau_{\max}$, $\sigma = 0$;

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sqrt{0 + 4\tau_{\max}^2} = \tau_{\max};$$

$$\sigma_3 = -\frac{1}{2} \sqrt{0 + 4\tau_{\max}^2} = -\tau_{\max};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\max}}{0} = \infty;$$

$$2\alpha_0 = 90^\circ,$$

tad

$$\alpha_0 = 45^\circ.$$

Punktā 5, kur $\tau = 0$;

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2} = \sigma;$$

$$\sigma_3 = 0$$

un

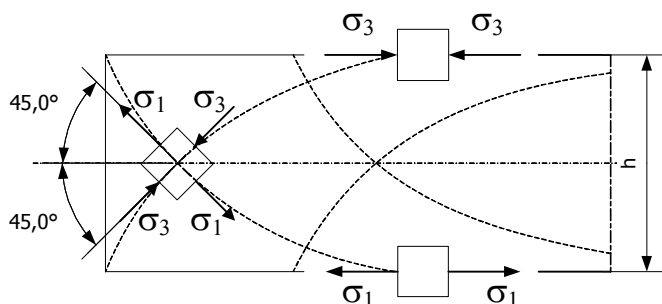
$$\alpha_0 = 90^\circ.$$

Galveno spriegumu vektoru virzieni veido galveno spriegumu trajektorijas. Galveno stiepes spriegumu σ_1 virzieni dod galveno stiepes spriegumu trajektorijas, bet galvenie spiedes spriegumi σ_3 - galveno spiedes spriegumu trajektorijas.

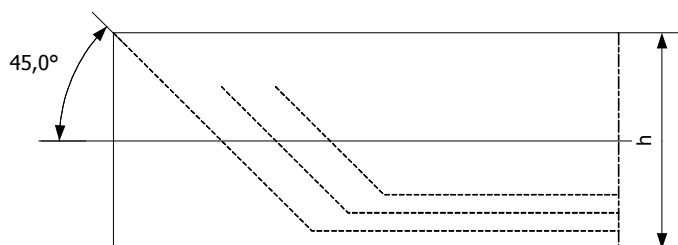
Abu galveno spriegumu σ_1 un σ_3 trajektorijas krustojas 90° leņķī; šijas asi tās krusto 45° leņķī, bet to gali ir perpendikulāri šijas augšējai un apakšējai virsmai. Šīs īpašības nav atkarīgas no slodzes veida un tās novietojuma. Divbalstu sijai ar vienmērīgi izkliedētu slodzi σ_1 un σ_3 trajektorijas parādītas 5.11. att.

Dzelzsbetona sijās betona pretestība stiepē ir niecīga. Lai novērstu plaisu rašanos, galveno stiepes spriegumu σ_1 trajektoriju virzienā ieslēdz tērauda stieņus – armatūru (5.12. att.).

Armatūras stieņu galus izliec tā, lai to virziens aptuveni atbilstu σ_1 trajektorijām.



5.11. att. Galveno spriegumu trajektorijas.



5.12. att. Armatūras novietojums.

Zinot galvenos spriegumus, var aprēķināt ekvivalentos spriegumus σ_e . Lietojot maksimālā tangenciālā sprieguma stiprības teoriju, sijas stiprības nosacījums ir

$$\sigma_{e3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$$

vai formas maiņas enerģijas teorijas vienkāršota plaknes spriegumstāvokļa gadījumā stiprības nosacījums ir

$$\sigma_{e4} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma],$$

kur lieces normālo spriegumu nosaka pēc formulas

$$\sigma = -\frac{M_x}{I_x} y,$$

bet lieces tangenciālo spriegumu pēc formulas

$$\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b}.$$

Vērtējot tikai normālos spriegumus liecē, var risināt triju tipu uzdevumus:

1. Stiprības pārbaude, kad zināmi sijas šķērsriezuma izmēri, maksimālais lieces moments $M_{\max}$ un pieļaujamais spriegums $[\sigma]$, tad tiek izmantots stiprības nosacījums:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \leq [\sigma].$$

2. Šķērsriezuma izvēle, kad dota slodze, kas darbojas uz siju un pieļaujamie spriegumi $[\sigma]$, tad no stiprības nosacījuma izsaka sijas šķēluma aksiālo pretestības momentu

$$W_x \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]}.$$

3. Maksimālā pieļaujamā lieces momenta noteikšana, kad doti sijas šķērsriezuma izmēri un pieļaujamais spriegums:

$$[M_{\max}] \leq [\sigma] W_x.$$

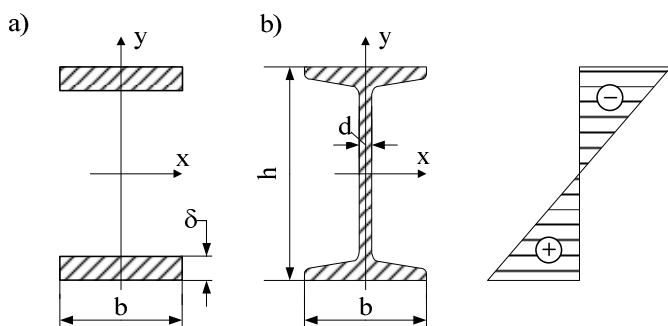
5.5. RACIONĀLS SIJAS ŠĶĒRSGRIEZUMA IZVEIDOJUMS

Atšķirībā no stiepes vai spiedes normāliem spriegumiem, kas sadalās pa stieņa šķērs griezumu vienmērīgi, lieces normālie spriegumi, sadalās pa šķēlumu nevienmērīgi. Sijas normālo spriegumu diagramma rāda, ka lielākais spriegums darbojas tikai malējās šķiedrās.

Ja sijas materiāls vienādi pretojas stiepei un spidei, tad lietderīgi izgatavot siju ar šķēlumu, kas ir simetrisks pret neitrālo asi (5.13. att.).

No stiprības nosacījuma uz normāliem spriegumiem redzams, ka izdevīgāka ir sija ar lielāku šķēluma aksiālo pretestības momentu W , bet ekonomiskāka ir sija ar mazāku šķērs griezuma laukumu A . Jo lielāks W un mazāks A , jo sijas šķērs griezums ir racionālāks. Tas nozīmē, ka sijas materiāls ir labāk izmantots, ja to vairāk novieto šķēluma malās un mazāk pie neitrālā slāņa. Lai kvalitatīvi raksturotu sijas šķērs griezuma izdevīgumu izmanto bezdimensionālu lielumu to sauc par šķēluma īpatnējo pretestības momentu:

$$\omega = \frac{W}{\sqrt{A^3}}. \quad (5.13)$$



5.13. att. Simetrisks sijas šķēlums un normālo spriegumu diagramma.

Sijas šķēlumu praktiski nevar izveidot no diviem horizontāliem plauktiem, tie jāsavieno ar vertikālu sienīņu, kas uzņem bīdes tangenciālos spriegumus τ . Velmēto dubult-T profilu šķēlumi vislabāk tuvojas teorētiskajam šķēlumam.

Aplūkosim dažādas formas šķēlumus ar vienādu šķērsriezuma laukumu A . Tā piemēram dubult – T velmētam profilam Nr. 30 ($A = 46,5 \text{ cm}^2$ un $W_x = 472 \text{ cm}^4$),

$$\omega_x = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}} = \frac{472}{\sqrt{46,5^3}} = 1,49.$$

Taisnstūrim ar malu attiecību $h = 2b$

$$\omega_x = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}} = \frac{\frac{bh^2}{6}}{\sqrt{(bh)^3}} = \frac{74,6}{\sqrt{46,5^3}} = 0,235.$$

Kvadrātam

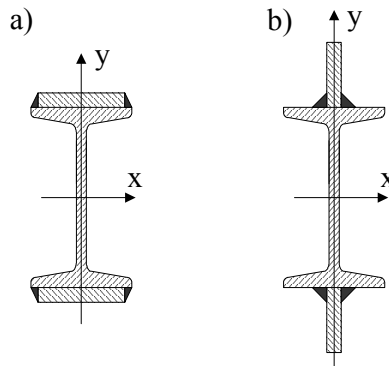
$$\omega_x = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}} = \frac{\frac{a^3}{6}}{\sqrt{(a^2)^3}} = \frac{52,86}{\sqrt{46,5^3}} = 0,167.$$

Riņķim

$$\omega_x = \frac{W_x}{\sqrt{A^3}} = \frac{\frac{\pi d^3}{32}}{\sqrt{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)^3}} = \frac{44,8}{\sqrt{46,5^3}} = 0,141.$$

Kā redzams no aplūkotajiem šķēļumiem visracionālāk ir izmantot dubult – T profilu.

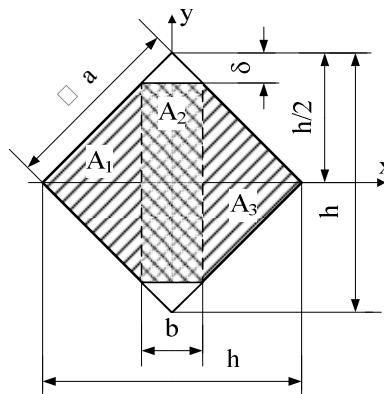
Ne vienmēr lielāks šķēluma laukums dod lielāku aksiālo pretestības momentu. Parasti, pieaugot šķēluma inerces momentam I_x , pieaug arī tā pretestības moments W_x . Ir arī izņēmumi, kad inerces momenta nelietderīga palielināšana var samazināt šķēluma pretestības momentu. Tāds piemērs parādīts (5.14. att.b). Piemetinot dubult – T profilam divas vertikālas sloksnes, samazinām ω_x , jo šķēluma augstums pieaug straujāk par inerces momentu.



5.14. att. Dubult-T profila pastiprināšanas varianti.

5.2. piemērs. Stiprības aprēķini.

Kādā augstumā kvadrātiskam šķēlumam jānogriež stūris, lai iegūtu šķēlumu ar lielāko aksiālo pretestības momentu pret x asi, kura sakrīt ar kvadrāta diagonāli. Par cik pretestības moments palielinās salīdzinot ar pilna kvadrāta pretestības momentu pret to pašu asi.



5.15. att. Sijas kvadrātiskais šķelums.

Šķēluma (5.15. att.) kopējais inerces moments sastāv no taisnstūra A_1 un divu vienādu trīsstūru A_2 un A_3 inerces momentu summas. Taisnstūra laukuma inerces moments

$$I_{x1} = \frac{b(h-2\delta)^3}{12} = \frac{2\delta(h-2\delta)^3}{12} = \frac{\delta(h-2\delta)^3}{6}.$$

Trīsstūra laukuma inerces moments

$$I_{x2} = I_{x3} = \frac{\frac{h-b}{2} \cdot (h-2\delta)^3}{48} = \frac{(h-2\delta)(h-2\delta)^3}{2 \cdot 48} = \frac{(h-2\delta)^4}{96}.$$

Šķēluma kopējais inerces moments

$$I_x = I_{x1} + 2I_{x2} = \frac{\delta(h-2\delta)^3}{6} + \frac{2(h-2\delta)^4}{96} = \frac{\delta(h-2\delta)^3}{6} + \frac{(h-2\delta)^4}{48}.$$

Šķēluma aksiālais pretestības moments

$$\begin{aligned} W_x &= \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{I_x}{\frac{h}{2} - \delta} = \frac{2I_x}{h-2\delta} = 2 \left[\frac{\delta(h-2\delta)^2}{6} + \frac{(h-2\delta)^3}{48} \right] = \\ &= \frac{8\delta h^2 - 32\delta^2 h + 32\delta^3 + h^3 - 6h^2\delta + 12\delta^2 h - 8\delta^3}{24} = \frac{24\delta^3 - 20\delta^2 h + 2h^2\delta + h^3}{24}. \end{aligned}$$

Vienreiz atvasinām

$$\frac{dW_x}{d\delta} = \frac{72\delta^2 - 40h\delta + 2h^2}{24},$$

un pēc saīsināšanas iegūstam kvadrātvienādojumu

$$36\delta^2 - 20h\delta + h^2 = 0.$$

Kvadrātiskā vienādojuma atrisinājums

$$\delta_{1,2} = \frac{10h \pm \sqrt{100h^2 - 36h^2}}{36} = \frac{10h \pm 8h}{36},$$

$$\delta = \frac{10h - 8h}{36} = \frac{h}{18} = \frac{a\sqrt{2}}{18} = 0,0786a.$$

Otra atbilde neder, jo $\delta = \frac{h}{2}$ (sakrīt ar x asi).

Pilna kvadrāta laukuma aksiālais pretestības moments (5.3. att. a):

$$W_{xp} = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{2a^4}{12a\sqrt{2}} = \frac{a^3}{6\sqrt{2}} = 0,118a^3.$$

Aksiālo pretestības momentu starpība sastāda:

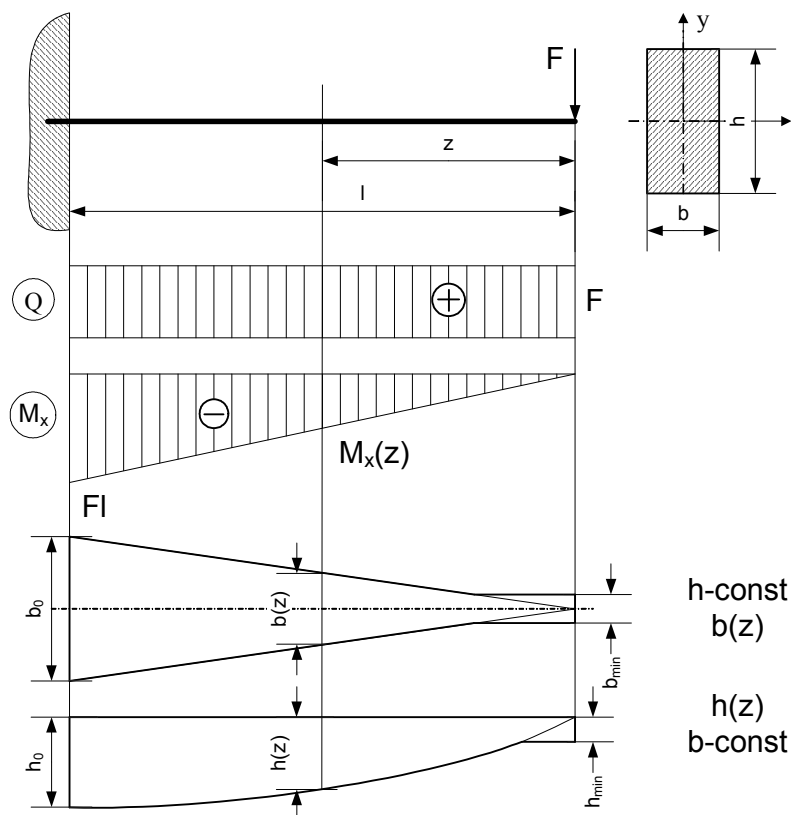
$$\Delta W_x = \frac{W_x - W_{xp}}{W_x} \cdot 100\% = \frac{0,124 - 0,118}{0,118} \cdot 100\% \approx 5\%.$$

5.6. VIENĀDAS PRETESTĪBAS SIJU LIECĒ

Prizmatiskās sijas šķērsriezuma izmērus parasti nosaka pēc lielākā lieces momenta $\max M_x$ (bīstamais šķēlums). Prizmatiskas sijas ir vieglāk izgatavot, bet materiāls tajās tiek pilnīgi piepūlēts tikai bīstamā šķēlumā.

Par vienādas pretestības sijām sauc tādas sijas, kurām $\max \sigma$ visos šķērsgriezumos ir vienādi; tās nav prizmatiskas. To var sasniegt, mainot šķērsriezuma laukumu atbilstoši $M_x = M_{x(z)}$ (5.16. att.).

Vienādas pretestības sijas izgatavošanai vajag mazāk materiāla, tā ir vieglāka. Pēc šāda siju principa veido plakanās atsperes, vārpstas, konsolsijas un citas konstrukcijas.



5.16. att. Vienādas pretestības sijas veidi.

Vienādas pretestības siju aprēķina pamatā ir nosacījums

$$\max \sigma = \frac{M_{x(z)}}{W_{x(z)}} = [\sigma],$$

kur $M_{x(z)}$ un $W_{x(z)}$ - lieces moments un aksiālais pretestības moments jebkurā sijas šķēlumā.

Aplūkosim konsolsiju, noslogotu ar koncentrētu spēku F . Pieņemsim, ka sijas šķēlums ir taisnstūris. Lieces momentam $M_{x(z)}$ proporcionālo aksiālo pretestības momentu $W_{x(z)}$ var iegūt:

- 1) mainot tikai sijas platumu $b_{(z)}$ vai
- 2) mainot tikai sijas šķērsriezuma augstumu $h_{(z)}$.

Noteiksim pēc kāda likuma jāmainās pirmajā gadījumā sijas platumam, ja $h = \text{const}$ un $b = b_{(z)}$ (5.16. att.).

Lieces moments $M_x = -Fz$ un $\max M_x = |Fl|$, un atbilstošs pretestības moments

$$W_x = \frac{h^2 b_{(z)}}{6}.$$

Ievietojot stiprības nosacījumā, iegūsim

$$\frac{Fz}{\frac{h^2 b_{(z)}}{6}} = [\sigma]$$

un

$$b_{(z)} = \frac{6Fz}{h^2 [\sigma]}.$$

Sijas platums $b_{(z)}$ mainās pēc lineāra likuma. Skatā no augšas sija ir trijstūris. Sijas brīvo galu izveido ar platumu b_0 , kuru aprēķina no stiprības nosacījuma bīdē:

$$\max \tau = \frac{3Q}{2A} \leq [\tau],$$

kur $Q = F$ un $A = b_{\min} h >$

Tad sijas platums brīvajā galā

$$b_{\min} = \frac{3F}{2h[\tau]}.$$

Sijas platums iespīlējuma vietā

$$b_0 = b_{\max} = \frac{6Fl}{h^2[\sigma]}.$$

Vienādas pretestības sijas materiāla ietaupījums šai gadījumā salīdzinājumā ar prizmatisku siju ir $\approx 50\%$.

Otrā gadījumā, ja $b = \text{const}$ un $h = h_{(z)}$, tad ievietojot stiprības nosacījumā iegūstam

$$\frac{Fz}{\frac{h_{(z)}^2 b}{6}} = [\sigma] \text{ un } h_{(z)} = \sqrt{\frac{6Fz}{b[\sigma]}}.$$

Sijas šķēluma augstums jāveido pēc parabolas likuma, kur brīvā gala augstums

$$h_{\min} = \frac{3F}{2b[\tau]}$$

un iespīlējuma vietā

$$h_0 = h_{\max} = \sqrt{\frac{6Fl}{b[\sigma]}}.$$

Šeit materiāla ietaupījums salīdzinājumā ar prizmatisku siju ir apmēram 33%, jo laukums, kuru ierobežo kvadrātiskā parabola, ir 2/3 no aptverošā taisnstūra laukuma.

5.7. SALIKTO SIJU APRĒĶINS

Celtniecībā ir vajadzīgas tādas inženiertehniskas konstrukcijas, kādas, pielietojot parastos standarta profilus vai koka sijas nevar izveidot. Šādos gadījumos izmanto vairākas sijas tā, lai sasniegtu nepieciešamo konstrukcijas stiprību. Sijas uzliek vienu uz otras un sastiprina kopā. Koka sijas savieno ar bultām, pretbīdņiem vai salīmē, tērauda sijas sakniedē vai sametina. Šie savienotājelementi uzņem galvenokārt tangenciālos spriegumus, kuri rodas šķērsspēka ietekmē.

Saliktu siju stiprības risināšanā ieteicams ievērot noteiktu secību.

1. Aprēķina balstu reakcijas un konstruē šķērsspēka Q un lieces momenta M epīras.
2. Pēc lielākā lieces momenta $M_{\max}$ aprēķina nepieciešamo aksiālo pretestības momentu W_x .

3. No vairākiem saliktu siju variantiem izvēlas ekonomiskāko.
4. Izmantojot šķērsspēka epīru un Žuravska formulu (5.9) aprēķina tangenciālos spriegumus τ saliktās sijas šķēlumā savienotājelementu līmenī.
5. Nosaka tangenciālo spēku (uz sijas garuma vienību), kas slogo savienotājelementus.
6. Vadoties no savienotājelementu stiprības nosacījuma, atrod savienotājelementu izmērus un to izvietojuma soli.

5.3. piemērs. Salikto siju aprēķins.

Izveidot metinātu dubult – T profila siju, kuras vertikālā siena izveidota no tērauda plāksnes, bet plaukti no lokšņu tērauda. Sijas materiāla pieļaujamie normālie spriegumi stiepē un spiedē $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$, cirpē $[\tau] = 10 \text{ kN/cm}^2$ un metinātās šuves materiālam $[\tau_s] = 8 \text{ kN/cm}^2$. Sija (5.17. att.) slogota ar diviem vienādiem spēkiem $F = 470 \text{ kN}$. Sijas garums $l = 8a = 8 \text{ m}$.

Atrisinājums

Sijas nepieciešamais aksiālais pretestības moments

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{705 \cdot 100}{16} = 4406 \text{ cm}^3.$$

Sijas vertikālās sieniņas augstumu h nosaka ar empīrisku formulu. Ja $W_x \leq 10000 \text{ cm}^3$, tad

$$h = 1,2 \sqrt{\frac{W_x}{\delta}} \approx 1,2 \sqrt{W_x} = 1,2 \sqrt{4406} = 79,7 \approx 80 \text{ cm}.$$

Vertikālās sieniņas biezumu δ aprēķina pēc pieļaujamiem tangenciālajiem spriegumiem un sieniņu aplūko kā taisnstūri:

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2A} = \frac{3Q_{\max}}{2h\delta} \leq [\tau],$$

tad

$$\delta \geq \frac{3Q_{\max}}{2[\tau]h} = \frac{3 \cdot 470}{2 \cdot 10 \cdot 80} = 0,88 \text{ cm}.$$

Pieņemam $h = 80 \text{ cm}$ un $\delta = 1,0 \text{ cm}$.

Lai aprēķinātu plauktu izmērus, pieņem, ka plaukti uzņem 80 ...85% aksiālā spēka N , ko izraisa lieces moments (5.18. att. b):

$$N = \frac{0,8M}{h} = \frac{0,8 \cdot 70500}{80} = 705 \text{ kN}.$$

Nepieciešamais plauktu šķērsriezuma laukums

$$A_{pl} = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{705}{16} = 44 \text{ cm}^2.$$

Plauktu platumu aprēķina robežās $b \approx (0,3 \dots 0,4)h = (0,3 \dots 0,4)80 = 24 \dots 32 \text{ cm}$ un pieņemam $b = 25 \text{ cm}$.

Plauktu biezums

$$\delta_{pl} = \frac{A_{pl}}{b} = \frac{44}{25} = 1,76 \text{ cm},$$

pieņemam $\delta_{pl} = 1,8 \text{ cm}$.

Sijas šķēluma aksiālais inerces moments

$$I_x = \frac{\delta h^3}{12} + 2 \left[\frac{b \delta_{pl}^3}{12} + \left(\frac{h + \delta_{pl}}{2} \right)^2 \delta_{pl} b \right] = \frac{1 \cdot 80^3}{12} + 2 \left[\frac{25 \cdot 1,8^3}{12} + \left(\frac{80 + 1,8}{2} \right)^2 1,8 \cdot 25 \right] = 193980 \text{ cm}^4.$$

Aksiālais pretestības moments

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{193980}{\frac{80}{2} + 1,8} = 4641 \text{ cm}^3.$$

Maksimālie normālie lieces spriegumi:

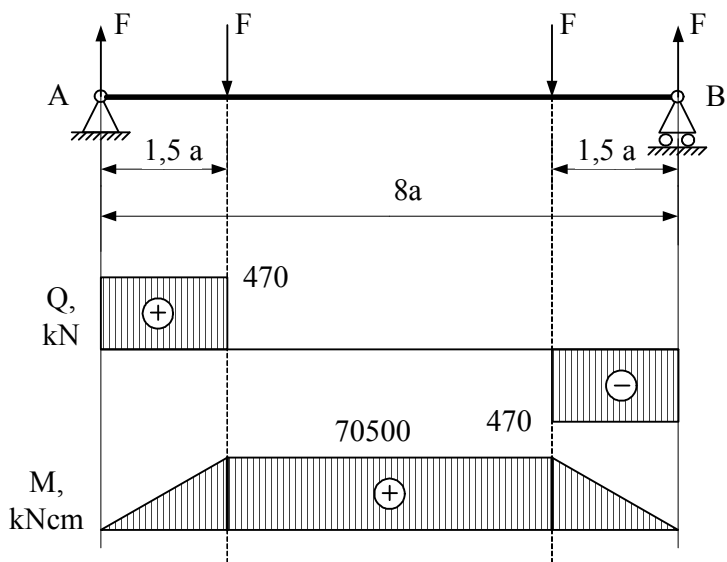
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{70500}{4641} = 15,2 < 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Pusšķēluma statiskais moments

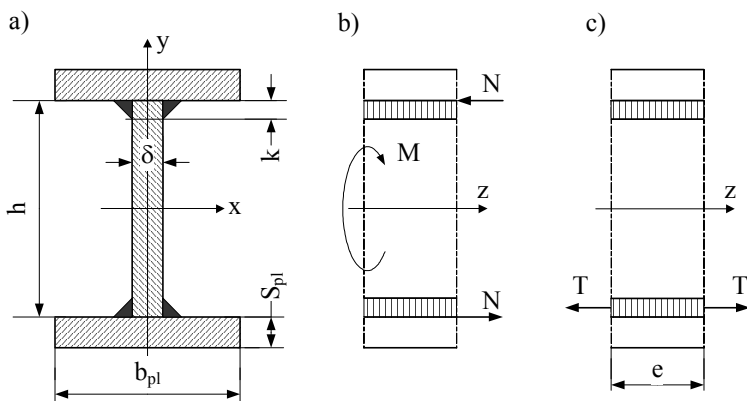
$$S_x^* = b \delta_{pl} \frac{h + \delta_{pl}}{2} + \frac{h \delta}{2} \cdot \frac{h}{4} = 25 \cdot 1,8 \frac{80 + 1,8}{2} + \frac{80 \cdot 1}{2} \cdot \frac{80}{4} = 2641 \text{ cm}^3.$$

Maksimālie tangenciālie spriegumi sijas šķēluma vidū

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x^*}{I_x \delta} = \frac{470 \cdot 2641}{187220 \cdot 1} = 6,63 < 10 \text{ kN/cm}^2.$$



5.17. att. Sijas slogojums, šķērsspēka un lieces momenta epīras.



5.18. att. Sijas šķērsgriezums un spēku novietojums aksiālā virzienā.

Ja šuve veidota visā sijas garumā bez pārtraukumiem, tad plaukta statistiskais moments pret x asi

$$S_{pl}^* = b\delta_{pl} \frac{h + \delta_{pl}}{2} = 25 \cdot 1,8 \frac{80 + 1,8}{2} = 1841 \text{ cm}^3.$$

Tangenciālie spriegumi plaukta saskarē ar vertikālo sienīņu

$$\tau = \frac{Q_{\max} S_{pl}^*}{I_x \delta} = \frac{470 \cdot 1841}{187220 \cdot 1} = 4,62 \text{ kN/cm}^2.$$

Divu kakta šuvju cirpes laukums $A_s = 2 \cdot 0,7ke = 1,4ke$,

kur k – kakta šuves katete;

e – vienas šuves garums.

Aksiālais spēks plaukta saskares līmenī ko rada tangenciālie spriegumi (5.18. att.

c)

$$T = \frac{Q_{\max} S_{pl}^*}{I_x} e.$$

Stiprības nosacījums metinājuma šuvei

$$\frac{T}{A_s} = \frac{Q_{\max} S_{pl}^*}{1,4 I_x k} \leq [\tau_s].$$

Minimālā šuves katete

$$k \geq \frac{Q_{\max} S_{pl}^*}{1,4 I_x [\tau_s]} = \frac{470 \cdot 1841}{1,4 \cdot 187220 \cdot 8} = 0,41 \text{ cm},$$

pieņemam $k = 5 \text{ mm}$.

Lai šuvi veidotu ar pārtraukumiem, tad ir jāpalielina katetes garums.

5.4. piemērs. Stiprības aprēķini.

Aprēķināt pieļaujamo spēku F ar kādu var slogot koka siju (5.19. att.), ja tā veidota no trīs vienādām sijām uzliekot vienu uz otras tās savstarpēji salīmējot, ja $[\sigma] = 1 \text{ kN/cm}^2$; $[\tau] = 0,1 \text{ kN/cm}^2$ un līmējumam $[\tau_{lim}] = 0,08 \text{ kN/cm}^2$ un sijas izmēri $a = 5 \text{ cm}$ un $l = 40a$.

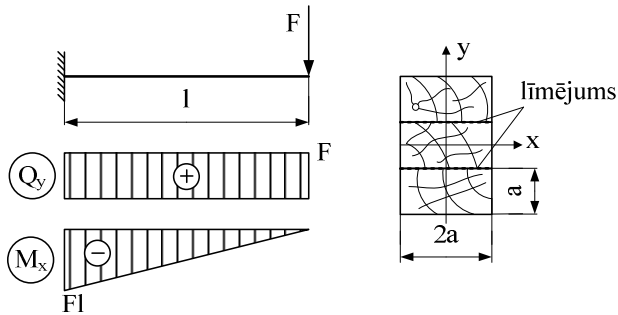
Atrisinājums

No stiprības nosacījuma uz normāliem spriegumiem atrodam pieļaujamo spēku:

$$\max \sigma = \frac{\max M_x}{W_x} = \frac{40Fa}{\frac{(3a)^2 2a}{6}} = \frac{40F}{3a^2} \leq [\sigma],$$

tad

$$F \leq \frac{3a^2 [\sigma]}{40} = \frac{3 \cdot 5^2 \cdot 1}{40} \approx 1,88 \text{ kN}.$$



5.19. att. Slogojuma shēma, Q un M epīras un līmētās sijas šķērsgriezums.

No stiprības nosacījuma uz tangenciālajiem spriegumiem pieļaujamais spēks sijas šķēluma vidusdaļā:

$$\max \tau = \frac{3 \max Q}{2A} = \frac{3F}{2 \cdot 2a \cdot 3a} = \frac{F}{4a^2} \leq [\tau],$$

no kurienes

$$F \leq 4a^2 [\tau] = 4 \cdot 5^2 \cdot 0,1 = 8 \text{ kN}.$$

No stiprības nosacījuma uz tangenciālajiem spriegumiem sijas līmējuma vietas līmenī

$$\tau_{līm} = \frac{QS_x^{līm}}{I_x b} = \frac{F \cdot 2a \cdot a \cdot a}{\frac{(3a)^3}{12} \cdot 2a} = \frac{4F}{9a^2} \leq [\tau_{līm}],$$

tad

$$F \leq \frac{9a^2 [\tau_{līm}]}{4} = \frac{9 \cdot 5^2 \cdot 0,08}{4} = 4,5 \text{ kN}.$$

Pieļaujamais spēks, ko ierobežo normālie spriegumi, ir 1,88 kN.

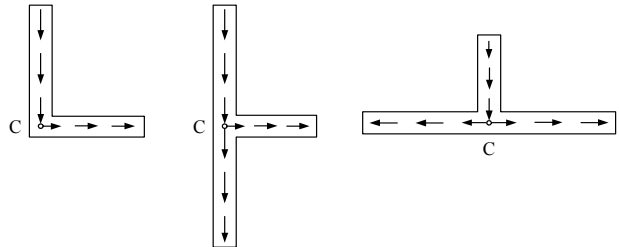
5.8. LIECES CENTRS

Liecē slogotai plānsieniņu nenoslēgta profila sijai šķērsriezuma smaguma centrā pielikts spēks var izraisīt arī vērpi, ja spēka darbības plakne nesakrīt ar sijas simetrijas asi. Ja šī spēka darbības līnija iet caur lieces centru, tad būs tikai liece. Lieces centrs ir punkts sijas šķēlumā, kurā pielikts spēks neizraisa vērpi.

Lieces centrs sakrīt ar smaguma centru visiem profiliem, kam ir divas simetrijas asis (piemēram, dubult-T profils).

Dažiem nesimetriskiem profiliem vai profiliem ar vienu simetrijas asi lieces centru var noteikt bez īpašiem aprēķiniem: stūreņiem un T veida profiliem lieces centrs atrodas sieniņas un plauktiņa viduslīniju krustpunktā (5.20. att.), jo tangenciālo spēku moments pret šo punktu vienmēr ir nulle.

Lai noteiktu lieces centra stāvokli, aplūkojam U profila konsolsiju, kura slogota ar spēku F . No sijas izšķēļam šķēlumu I un elementārā attālumā (dz) II (5.21. att.).



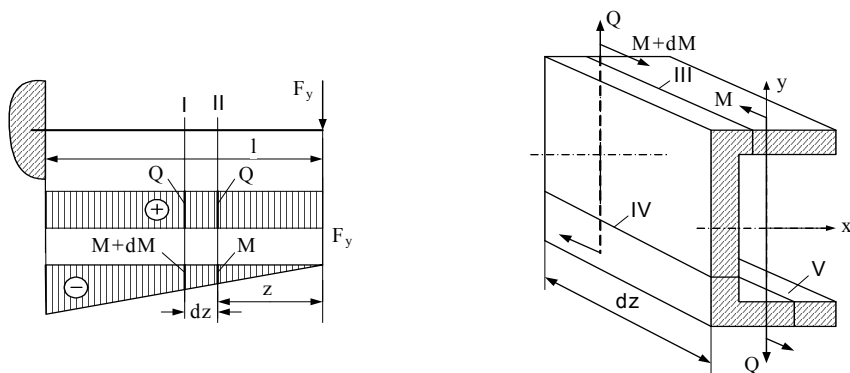
5.20. att. **Tangenciālo spriegumu virzieni stūrenī un T profilā.**

Tangenciālie spriegumi abos galos ir vienādi (jo $Q = Q$), bet lieces momenti dažādi. Šeit tiek izsaukti kaut kādi papildus tangenciāli (spriegumi) spēki un jāpastāv līdzsvaram uz z asi.

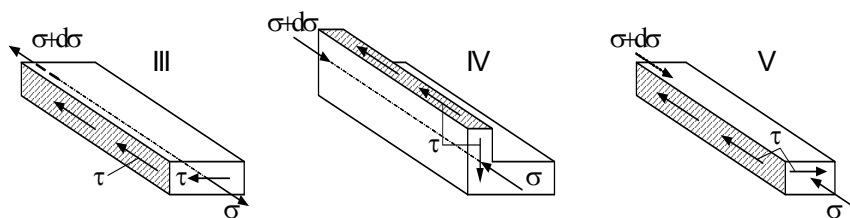
Tangenciāliem spriegumiem ir pāru likums. U profilu pāršķēļam trīs vietās (5.22. att.) aksiālā virzienā.

Saliekot kopā atsevišķos šķēlumus, redzam šādu ainu (5.23. att.), ka visi tangenciālie spriegumi darbojas vienā virzienā un līdz ar to pastāv vērpes moments.

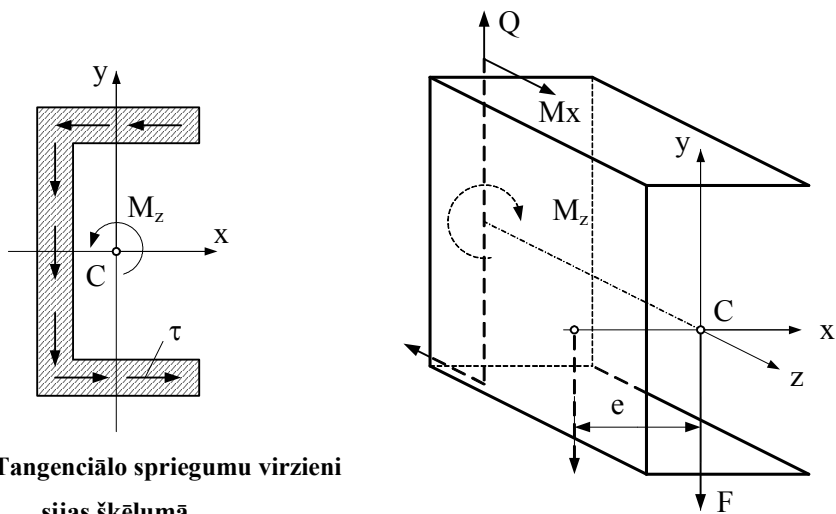
Lai nenotiktu savērpsšanās, tad spēka pielikšanas punktu jāpārvieta no šķēluma smaguma centra C uz A (5.24. att.).



5.21. att. Iekšējie spēki šķēlumos I un II.



5.22. att. U - veida profila atsevišķie šķēlumi.



5.23. att. Tangenciālo spriegumu virzieni
sijas šķēlumā.

5.24. att. Iekšējo spēku faktori šķēlumos I
un II.

Tādā gadījumā

$$\sum M_{iz} = 0,$$

seko

$$M_z - Fe = 0,$$

un

$$e = \frac{M_z}{F} = \frac{M_z}{Q}.$$

Punktu A sauc par lieces centru, tas ir tāds punkts, kurā jāpieliek spēks, lai blakus lieces deformācijām neparādās vērpes deformācijas.

$$M_z = \int_A \tau \cdot \rho dA,$$

kur ρ - attālums līdz smaguma centram (elementārā spēka τdA plecs).

Tangenciālie spriegumi pēc Žuravska formulas:

$$\tau = \frac{QS_x^*}{I_x b}.$$

Tad

$$M_z = \int_A \frac{QS_x^*}{I_x b} \rho dA = \frac{Q}{I_x} \int_A \frac{S_x^* \rho}{b} dA$$

un

$$e = \frac{M_z}{Q} = \frac{Q \int_A \frac{S_x^* \rho}{b} dA}{Q I_x} = \frac{\int_A \frac{S_x^* \rho}{b} dA}{I_x}. \quad (5.14.)$$

5.5. piemērs. Stiprības aprēķini.

Aprēķināt lieces centra stāvokli U profilam Nr. 16 (5.25. att.), ja $I_x = 823 \text{ cm}^4$; $h = 160 \text{ mm}$; $b = 64 \text{ mm}$; $t = 8,4 \text{ mm}$ un $s = 5 \text{ mm}$.

Atrisinājums

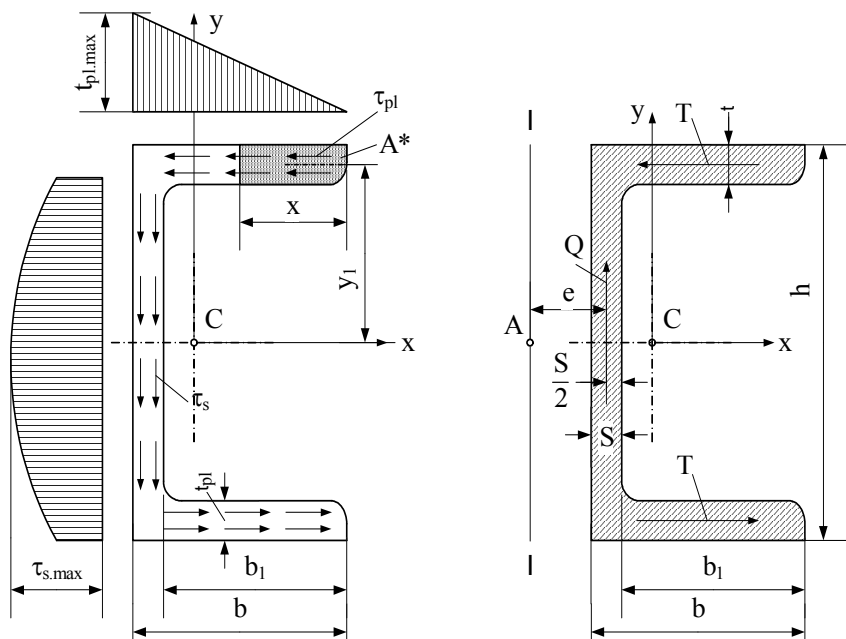
Tangenciālie spriegumi U profila plauktā

$$\tau_{pl} = \frac{QS_x^*}{I_x t_{pl}},$$

kur $S_x^* = A^* y_1 = x t_{pl} \left(\frac{h - t_{pl}}{2} \right)$,

tad

$$\tau_{pl} = \frac{Q t_{pl} (h - t_{pl}) x}{2 I_x t_{pl}}.$$



5.25. att. **Tangenciālie spriegumi U profilā.**

Ja $x = b_1$, tad

$$\tau_{pl} = \tau_{pl.max} = \frac{Q(h - t_{pl})b_1}{2 I_x}.$$

Spēks T plauktā no tangenciālajiem spriegumiem:

$$T = \tau_{pl.vid} A_{pl} = \frac{\tau_{pl.max} + 0}{2} t b_1 = \frac{Q(h - t)b_1^2 t}{4 I_x}.$$

Sastādām momentu summu ap lieces centru A:

$$\sum M_{IA} = 0,$$

tad

$$Qe - T(h-t) = 0;$$

$$e = \frac{T(h-t)}{Q} = \frac{(h-t)^2 b_1^2 t}{4I_x}.$$

$$e = \frac{(h-t)^2 b_1^2 t}{4I_x} = \frac{(16-0,84)^2 (6,4-0,5)^2 \cdot 0,84}{4 \cdot 823} = 2,04 \text{ cm},$$

bet ja rēķina no profila malas, tad

$$e^* = e - \frac{s}{2} = 2,04 - \frac{0,5}{2} = 1,79 \text{ cm (5.26. att.)}.$$

5.9. LĪKAS SIJAS LIECE

Par līku siju (stieni) sauc tādu siju, kuras ass ir liekta pirms tās slogojuma. Līkas sijas bieži izmanto dažādās mašīnu detaļās un konstrukcijās: ķēdes atsevišķi locekļi, gredzeni, cauruļu līkumi u. c.

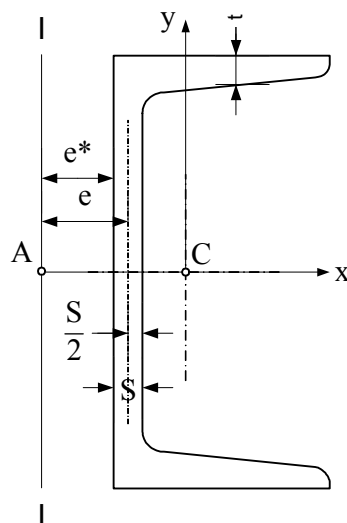
Eksperimentāli pētījumi rāda, ka līkas sijas tīrās lieces gadījumā ir spēkā plakano šķēlumu hipotēze.

Lai noskaidrotu spriegumu sadalījumu līkas sijas šķērsgriezumos, ar diviem sijas asij perpendikulāriem šķēlumiem I un II iedomāti izdalām sijas bezgalīgi mazu elementu ar ass garumu $\cap S_1 S_2$ (5.27. att.). Pieņemam, ka lieces momenta iespaidā I šķēlums paliek uz vietas, bet pagriežas ap neitrālo asi tikai otrais šķēlums un tas ieņem II' stāvokli.

Izsakām brīvi izvēlētas šķiedras AB saīsinājumu, kura atrodas attālumā y no neitrālā slāņa.

Šķiedras sākotnējais garums ir

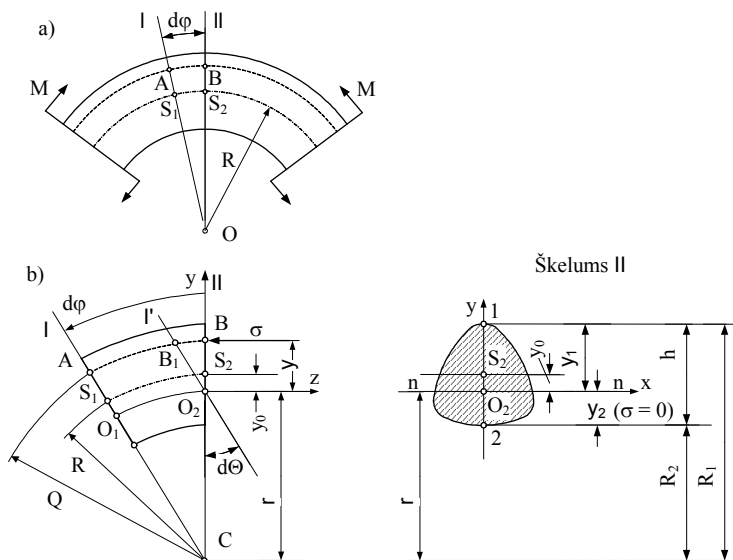
$$\cap AB = (r + y) d\varphi$$



5.26. att. Lieces centrs U profilam Nr. 16.

kur r – neitrālā slāņa liekuma rādiuss;

y – attālums no neitrālā slāņa.



5.27. att. Līkas sijas slogojums.

Šķiedras garendeformācija ir

$$\cup BB_1 = -y d\Theta,$$

bet tās relatīvā garendeformācija ir

$$\varepsilon = \frac{\cup BB_1}{\cup AB} = -\frac{y d\Theta}{(r+y) d\varphi}.$$

Lieces normālos spriegumus var noteikt pēc Huka likuma:

$$\sigma = E\varepsilon$$

vai

$$\sigma = -E \frac{d\Theta}{d\varphi} \cdot \frac{y}{r+y}.$$

Iegūtā formula rāda, ka līkās sijas lieces gadījumā normālais spriegums mainās y ass virzienā pēc hiperboliska likuma, bet taisnām sijām pēc lineāra likuma.

Tīrās lieces gadījumā normālais spēks

$$N = 0,$$

tāpēc

$$\int_A \sigma dA = 0.$$

Ievietojam σ izteiksmi

$$E \frac{d\Theta}{d\varphi} \int_A \frac{y dA}{r+y} = 0.$$

Tā kā

$$E \frac{d\Theta}{d\varphi} \neq 0,$$

tad

$$\int_A \frac{y dA}{r+y} = 0.$$

Tā kā $r+y=\rho$, tad iegūstam

$$\int_A \frac{\rho-r}{\rho} dA = 0$$

vai

$$r \int_A \frac{dA}{\rho} - A = 0.$$

No iepriekšējās izteiksmes iegūstam neitrālā slāņa liekuma rādiusu

$$r = \frac{A}{\int_A \frac{dA}{\rho}}. \quad (5.15)$$

Neitrālās ass nobīde no šķēluma smaguma centra ir

$$y_0 = R - r = R - \frac{A}{\int_A \frac{dA}{\rho}}. \quad (5.16)$$

Lieces momentu M_x aprēķina kā elementārspēku σdA momentu summu

$$M_x = - \int_A \sigma y dA.$$

Ievietojam integrālī σ izteiksmi un iegūstam

$$M_x = E \frac{d\Theta}{d\varphi} \int_A \frac{y^2 dA}{r+y}.$$

Pārveidojam integrāļa izteiksmi

$$\int_A \frac{y^2 dA}{r+y} = \int_A \frac{y^2 + ry - ry}{r+y} dA = \int_A \left(y - \frac{ry}{r+y} \right) dA = \int_A y dA - r \int_A \frac{y dA}{r+y}.$$

Otrais integrālis ir vienāds nullei, tad

$$M_x = E \frac{d\Theta}{d\varphi} S_x$$

vai

$$\frac{d\Theta}{d\varphi} = \frac{M_x}{ES_x},$$

kur $S_x = \int_A y dA$ - šķēluma statistiskais moments pret neitrālo asi.

Sprieguma σ izteiksmē ievietojam šķēluma pagriezenia leņķi $\frac{d\theta}{d\varphi}$ un iegūstam

$$\sigma = -\frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{y}{r+y}. \quad (5.17)$$

Lielākie lieces normālie spriegumi darbojas sijas malējās šķiedrās:

$$\sigma_{(1)} = -\frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{y_1}{R_1}$$

un

$$\sigma_{(2)} = \frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{y_2}{R_2},$$

kur $R_1 = r + y_1$ un $R_2 = r - y_2$.

Ievērojot lieces momentu M_x un aksiālo spēku N , līkas sijas stiprības nosacījums ir

$$\begin{aligned} \sigma_{(1)} &= \frac{N}{A} - \frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{y_1}{R_1} \leq [\sigma], \\ \sigma_{(2)} &= \frac{N}{A} + \frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{y_2}{R_2} \leq [\sigma]. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Aprēķini rāda, ka sijām ar $R > 5h$ neitrālā ass iet gandrīz caur šķēluma smaguma centru, tāpēc normālo spriegumu noteikšanai var lietot taisnas sijas formulu

$$\sigma_{(1)} = -\frac{M_x}{W_{x(1)}} \text{ un } \sigma_{(2)} = \frac{M_x}{W_{x(2)}}, \quad (5.19)$$

kur $W_{x(1)} = \frac{I_x}{h_1}$ un $W_{x(2)} = \frac{I_x}{h_2}$ ir šķēluma aksiālie pretestības momenti.

Sijas neitrālā slāņa liekuma rādiuss, ja tās šķēlums ir taisnstūris

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}$$

un

$$y_0 = R - \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}.$$

Sijas neitrālā slāņa liekuma rādiuss, ja tās šķēlums ir aplis

$$r = \frac{d^2}{4 \left[2R - \sqrt{4R^2 - d^2} \right]}.$$

Sijas neitrālā slāņa liekuma rādiuss, ja tās šķēlums ir trīsstūris

$$r = \frac{hb}{2R_1 \frac{b}{h} \ln \frac{R_1}{R_2} - 2b}.$$

5.10. SIJAS LIEKTĀS ASS DIFERENCIĀLVIENĀDOJUMS UN TĀ INTEGRĒŠANA

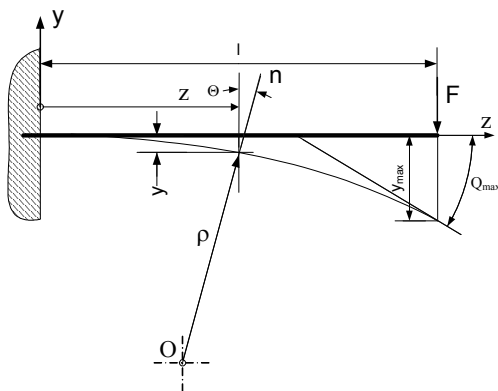
Pieņem patstāvīgu koordinātu sistēmu yz , kurā (5.28. att.):

y – sijas izliece, kuru mēra perpendikulāri sijas nedeformētai asij;

Θ – sijas ass pagrieziens leņķis, kuru mēra starp sijas nedeformēto asi un liektās ass pieskari;

ρ – sijas ass liekuma rādiuss šķēlumā z ;

$y_{\max}$ un $\Theta_{\max}$ – maksimālā izliece un maksimālais sijas ass pagrieziens leņķis.



5.28. att. Sijas slogojums un tās deformācija.

No diferenciālās ģeometrijas

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^{3/2}}} \quad (5.20)$$

un no lieces normālā sprieguma aprēķina

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (5.21)$$

Funkcijas y pirmais atvasinājums

$$\frac{dy}{dz} = y'(z)$$

dod pieskares leņķa tangensu

$$\frac{dy}{dz} = \operatorname{tg} \Theta,$$

vai

$$\Theta \approx \operatorname{tg} \Theta = \frac{dy}{dz},$$

tad

$$y' = \Theta.$$

Pielīdzinām vienādojumu (5.20) un (5.21) labās puses

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dz^2}}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]^3}} = \frac{M_x}{EI_x}$$

vai

$$\frac{y''}{\sqrt{\left[1 + (y')^2\right]^3}} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (5.22)$$

Parasti konstrukcijās $\Theta \ll 1^\circ$, tātad

$$\left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = \tan^2 \Theta \ll 1,$$

tāpēc

$$\frac{y''}{\sqrt{\left[1 + (y')^2\right]^3}} \approx 1$$

un var uzrakstīt

$$y'' = \frac{M_x}{EI_x},$$

tad

$$EI_x y'' = M_x. \quad (5.23)$$

Šo vienādojumu var izmantot stingām sijām ar nelielām deformācijām. Pirmais integrālis

$$EI_x y' = EI_x \Theta = \int M_x dz + C \quad (5.24)$$

dod pagriezienu leņķi Θ , bet otro reizi integrējot iegūstam izlieci y

$$EI_x y = \int dz \int M_x dz + Cz + D, \quad (5.25)$$

kur C un D – integrēšanas konstantes; tās aprēķina pēc uzdevuma sākotnējiem parametriem vai robežnosacījumiem.

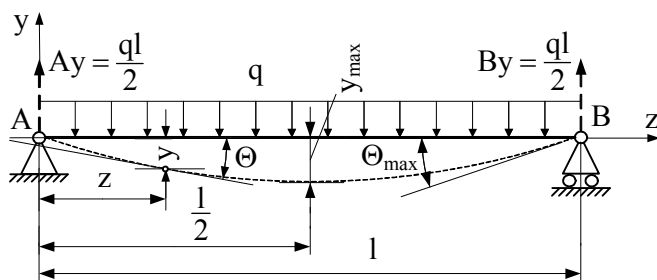
No izteiksmēm (5.5.5) un (5.6) iegūstam:

$$\Theta = \frac{\int M_x dz + C}{EI_x} \quad (5.26)$$

$$y = \frac{\int dz \int M_x dz + Cz + D}{EI_x} . \quad (5.27)$$

5.6. piemērs. Deformāciju aprēķini.

Sija uz diviem balstiem noslogota ar vienmērīgi izkliedētu slodzi ($q = \text{const}$) (5.29. att.). Aprēķināt maksimālo izlieci y_{max} un maksimālo sijas ass pagriezenia leņķi Θ_{max} .



5.29. att. Sijas slogojums.

Atrisinājums

Diferenciālvienādojums der visai sijai:

$$EIy'' = M .$$

Lieces moments z šķēlumā: $M = A_y - \frac{qz^2}{2} = \frac{qlz}{2} - \frac{qz^2}{2} = \frac{q}{2}(lz - z^2)$.

Divreiz integrējam

$$EIy' = EI\Theta = \frac{q}{2} \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) + C \quad (5.28)$$

$$EIy = \frac{q}{2} \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) + Cz + D . \quad (5.29)$$

Konstanšu C un D noteikšanai izmanto sākotnējos robežnoteikumus:

Balstā A :

$$z = 0$$

un

$$y = 0.$$

Balstā B :

$$z = l$$

un

$$y = 0.$$

Formula (5.29) balstā A dod

$$D = 0,$$

bet balstā B

$$0 = \frac{q}{2} \left(\frac{l^4}{6} - \frac{l^4}{12} \right) + Cl,$$

tad

$$C = \frac{ql^3}{24}. \quad (5.30)$$

Ievietojot izteiksmi (5.30) formulās (5.28) un (5.29), iegūstam

$$EI\Theta = \frac{q}{2} \left(\frac{lz^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) - \frac{ql^3}{24} = -\frac{ql^3}{24} \left(1 - \frac{6z^2}{l^2} + \frac{4z^3}{l^3} \right); \quad (5.31)$$

$$EIy = \frac{q}{2} \left(\frac{lz^3}{6} - \frac{z^4}{12} \right) - \frac{ql^3z}{24} = -\frac{ql^3z}{24} \left(1 - \frac{2z^2}{l^2} + \frac{z^3}{l^3} \right). \quad (5.32)$$

Maksimālā izliece slodzes simetrijas dēļ rodas sijas vidū, kur $z = \frac{l}{2}$;

$$y_{\max} = -\frac{ql^3}{24EI} \left(1 - \frac{2\left(\frac{l}{2}\right)^2}{l^2} + \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{l^3} \right) = -\frac{5ql^4}{384EI}.$$

Lielākais deformētās sijas ass pagrieziens leņķis rodas virs balstiem A un B , kur

$$z = 0$$

vai

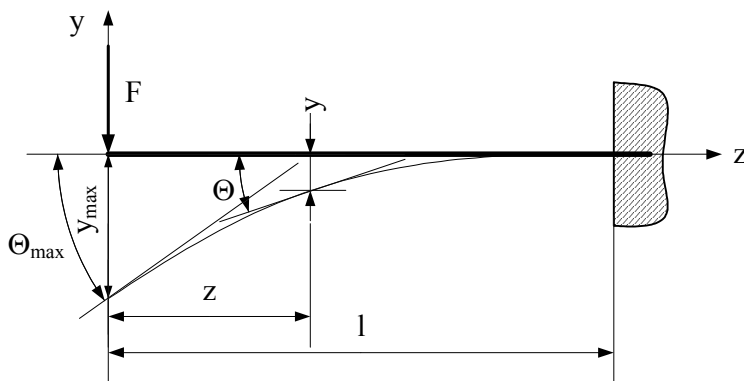
$$z = l;$$

$$\Theta_{\max} = \pm \frac{ql^3}{24EI}.$$

Izteiksme ar mīnus zīmi der balstam A , bet ar plus zīmi – balstam B .

5.7. piemērs. Deformāciju aprēķini.

Sija, kuras viens gals iespīlēts, noslogota ar koncentrētu slodzi F , kura darbojas sijas brīvajā galā (5.30. att.). Aprēķināt maksimālo izlieci $y_{\max}$ un maksimālo sijas ass pagriezenia leņķi $\Theta_{\max}$.



5.30. att. Iespīlētās sijas slogojums.

Sijas liektās ass diferenciālvienādojums $EIy'' = M$ un lieces moments $M = -Fz$.

Divreiz integrējam

$$EIy' = EI\Theta = -\frac{Fz^2}{2} + C; \quad (c)$$

$$EIy = -\frac{Fz^3}{6} + Cz + D. \quad (d)$$

Konstanšu noteikšanai izmantojam sākotnējos robežnoteikumus:

a) ja $z = l$, tad

$$y = 0$$

un

b) ja $z = l$, tad

$$\Theta = 0.$$

Ievietojot robežnoteikumus iepriekšminētajos vienādojumos iegūstam konstantes:

$$EI \cdot 0 = -\frac{Fl^2}{2} + C;$$

$$C = \frac{Fl^2}{2}$$

un

$$EI \cdot 0 = -\frac{Fl^3}{6} + \frac{Fl^2}{2} \cdot l + D;$$

$$D = -\frac{Fl^3}{3}.$$

Ievietojam konstantes vienādojumos (c) un (d):

$$\Theta = \frac{1}{EI} \left(-\frac{Fz^2}{2} + \frac{Fl^2}{2} \right) = \frac{Fl^2}{2EI} \left(1 - \frac{z^2}{l^2} \right);$$

$$y = \frac{1}{EI} \left(-\frac{Fz^3}{6} + \frac{Fl^2}{2} \cdot z - \frac{Fl^3}{3} \right) = \frac{Fl^3}{6EI} \left(-\frac{z^3}{l^3} + \frac{3z}{l} - 2 \right).$$

Ja $z = 0$, tad

$$\Theta_{\max} = \frac{Fl^2}{2EI}.$$

Plusa zīme rāda, ka sijas ass pagrieziena leņķis veidojas pretēji pulksteņa rādītāja virzienam,

Ja $z = 0$, tad

$$y_{\max} = -\frac{Fl^3}{3EI}.$$

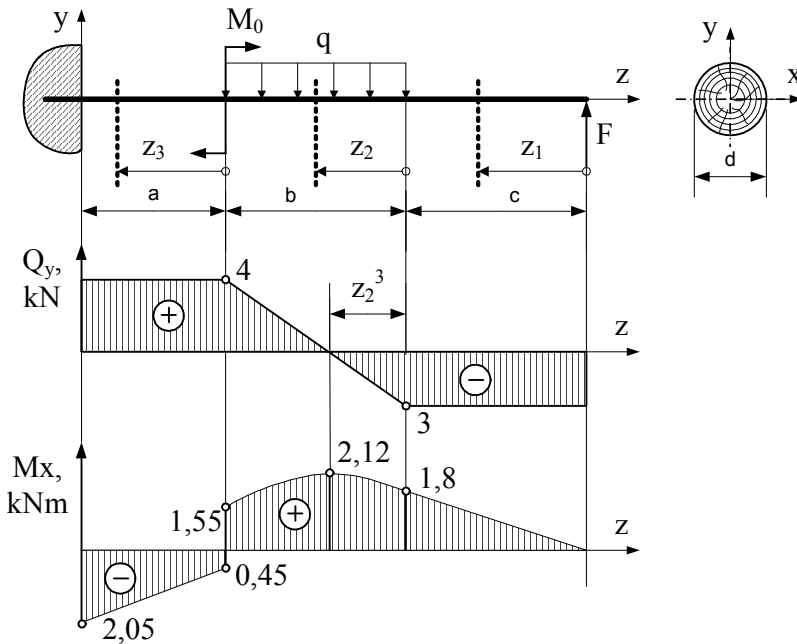
Mīnusa zīme rāda, ka izliece notiek pretēji y ass virzienam..

5.8. piemērs. Stiprības aprēķini.

Katram sijas posmam (5.31. att.) uzrakstīt šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x vienādojumus un konstruēt to epīras. Noteikt $\max Q_y$ un $\max M_x$ vērtības, izvēlēties nepieciešamo priedes apaļkoka diametru un pārbaudīt uz τ spriegumiem. Dots: $F = 3$ kN; $q = 14$ kN/m; $M_0 = 2$ kNm; $a = 0,4$ m; $b = 0,5$ m; $c = 0,6$ m; $[\sigma] = 8$ MN/m²; $[\tau] = 1$ MN/m².

Atrisinājums

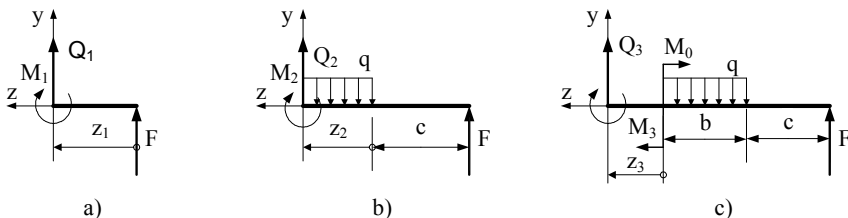
Konstruējot konsolsijai epīras nav nepieciešams noteikt balstu reakcijas. Par posmu robežām izvēlamies spēka F un spēkpāra M_0 iedarbības šķēlumus, kā arī vienmērīgi izkliedētās slodzes q robežas. Konkrētajā gadījumā (5.31. att.), būs trīs posmi. Tādēļ turpmāk šķēlumus izvēlamies no labā sijas gala.



5.31. att. Sijas aprēķinu shēma, šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x epīras.

Izvēlamies pirmo šķēlumu posmā c ($0 \leq z_1 \leq c = 0,6m$) attālumā z_1 no sijas brīvā gala. Atmetam sijas kreiso daļu un aplūkojam labās daļas līdzsvaru. Aizstājam atmestās daļas iedarbību ar šķērsspēku Q_{y1} un lieces momentu M_{x1} (5.32. att. a), kur izvēlamies to nosacīti pozitīvos vektoru virzienus. Šķērsspēks tiek uzskatīts par pozitīvu, ja tas cenšas elementu pagriezt pulksteņa rādītāja kustības virzienā, bet lieces momentu – ja tas cenšas saspiest sijas augšējās šķiedras. Sastādām statikas līdzsvara vienādojumus attiecībā pret izvēlēto šķēluma vietu:

$$\sum F_{iy} = 0;$$



5.32. att. Šķēluma metodes aprēķina shēmas šķērsspēka un lieces momenta noteikšanai atsevišķiem posmiem.

$$Q_{y1} + F = 0;$$

$$Q_{y1} = -F \text{ (konstants),}$$

$$\sum M_{x1} = 0;$$

$$-M_{x1} + Fz_1 = 0;$$

$$M_{x1} = Fz_1; \text{ (lineārs vienādojums).}$$

Ja $z_1 = 0$, tad

$$Q_{y1} = -3 \text{ kN un } M_{x1} = 0,$$

ja $z_1 = 0,6 \text{ m}$, tad

$$M_{x1} = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ kNm.}$$

Konstruējam Q_{y1} un M_{x1} epīras pirmajam posmam (5.31. att.). Epīras pieņemts iesvītrot perpendikulāri sijas asij.

Izvēlamies otro šķēlumu posmā b ($0 \leq z_2 \leq b = 0,5 \text{ m}$) attālumā $(z_2 + c)$ no sijas brīvā gala (5.32. att. b) un sastādām līdzsvara vienādojumus:

$$Q_{y2} - qz_2 + F = 0, \quad -M_{x2} - qz_2 \frac{z_2}{2} + F(z_2 + c) = 0,$$

tad

$$Q_{y2} = qz_2 - F \text{ (lineārs vienādojums)}$$

un

$$M_{x2} = F(z_2 + c) - \frac{qz_2^2}{2} \text{ (kvadrātiska parabola).}$$

Nosakot z_2 koordinātes, kuras atbilst otrā posma b robežām, iegūstam šķērsspēka Q_{y2} robežvērtības:

ja $z_2 = 0$, tad

$$Q_{y2} = -3 \text{ kN}$$

un ja $z_2 = 0,5 \text{ m}$, tad

$$Q_{y2} = 14 \cdot 0,5 - 3 = 4 \text{ kN}.$$

Konstruējam Q_{y2} epīru. Posmā b Q_{y2} epīra maina zīmi un saskaņā ar diferenciālvienādojumu $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$ sekojoši tur, kur $Q_{y2} = 0$ epīrai M_{x2} būs ekstremālā vērtība. Pielīdzinot $Q_{y2} = 0$, nosakām ekstremālo koordinātu:

$$Q_{y2} = q\bar{z}_2 - F = 0,$$

tad

$$\bar{z}_2 = \frac{F}{q} = \frac{3}{14} = 0,214 \text{ m}.$$

Lieces momenta M_{x2} vērtības ir jānosaka trijās z_2 koordinātās (kvadrātiskās parabolas konstrukcija):

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{x2} = 3(0 + 0,6) - 14 \frac{0}{2} = 1,8 \text{ kNm}.$$

Ja $z_2 = 0,214 \text{ m}$, tad

$$M_{x2} = 3(0,214 + 0,6) - 14 \frac{0,214^2}{2} = 2,12 \text{ kNm}.$$

Ja $z_2 = 0,5 \text{ m}$

$$M_{x2} = 3(0,5 + 0,6) - 14 \frac{0,5^2}{2} = 1,55 \text{ kNm}.$$

Konstruējam M_{x2} epīru analogi pirmajam posmam.

Izvēlamies trešo šķēlumu posmā a ($0 \leq z_3 \leq a = 0,4 \text{ m}$) attālumā ($z_3 + b + c$) no sijas brīvā gala (5.32.c. att.) un sastādām atšķeltai daļai līdzsvara vienādojumus:

$$Q_{y3} - qb + F = 0; -M_{x3} - M_0 - qb\left(z_3 + \frac{b}{2}\right) + F(z_3 + b + c) = 0,$$

tad

$$Q_{y3} = qb - F \text{ (const),}$$

$$M_{x3} = F(z_3 + b + c) - qb\left(z_3 + \frac{b}{2}\right) - M_0 \text{ (lineārs vienādojums).}$$

Nosakot z_3 koordinātas, kuras atbilst posma a robežām, iegūstam:

$$Q_{y3} = 14 \cdot 0,5 - 3 = 4 \text{ kN (const);}$$

$$M_{x3} = 3(0 + 0,5 + 0,6) - 14 \cdot 0,5\left(0 + \frac{0,5}{2}\right) - 2 = -0,45 \text{ kNm, ja } z_3 = 0$$

un

$$M_{x3} = 3(0,4 + 0,5 + 0,6) - 14 \cdot 0,5\left(0,4 + \frac{0,5}{2}\right) - 2 = -2,05 \text{ kNm, ja } z_3 = 0,4 \text{ m.}$$

Konstruējam trešā posma epīras.

Lieces momenta epīrā meklējam maksimālo lieces momentu $|\max M_x| = 2,12$ kNm, bet šķērsspēka epīrā $|\max Q_y| = 4$ kN.

No stiprības nosacījuma liecē izsakām priedes apaļkoka sijas diametru:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32|\max M_x|}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,12}{\pi \cdot 8 \cdot 10^3}} = 0,139 \text{ m.}$$

Pieņemam $d = 14$ cm.

Koka konstrukcijas ir nepieciešams pārbaudīt arī uz šķērslieces tangenciālajiem spriegumiem:

$$\max \tau = \frac{4|\max Q_y|}{3\pi r^2} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{3\pi (7 \cdot 10^{-2})^2} = 0,346 [\tau] = 1,0 \text{ MN/m}^2.$$

Sijas stiprība uz tangenciālajiem spriegumiem ir nodrošināta.

5.8. piemērs. Stiprības aprēķini.

Katram sijas posmam (5.33. att.) uzrakstīt šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x vienādojumus un konstruēt to epīras. Noteikt $\max Q_y$ un $\max M_x$ vērtības un izvēlēties tērauda dubult – T profilu.

Dots: $F = 20$ kN; $q = 50$ kN/m; $M_0 = 16$ kNm; $a = d = 0,5$ m; $b = 1,2$ m; $c = 0,8$ m; $[\sigma] = 160$ MN/m².

Atrisinājums

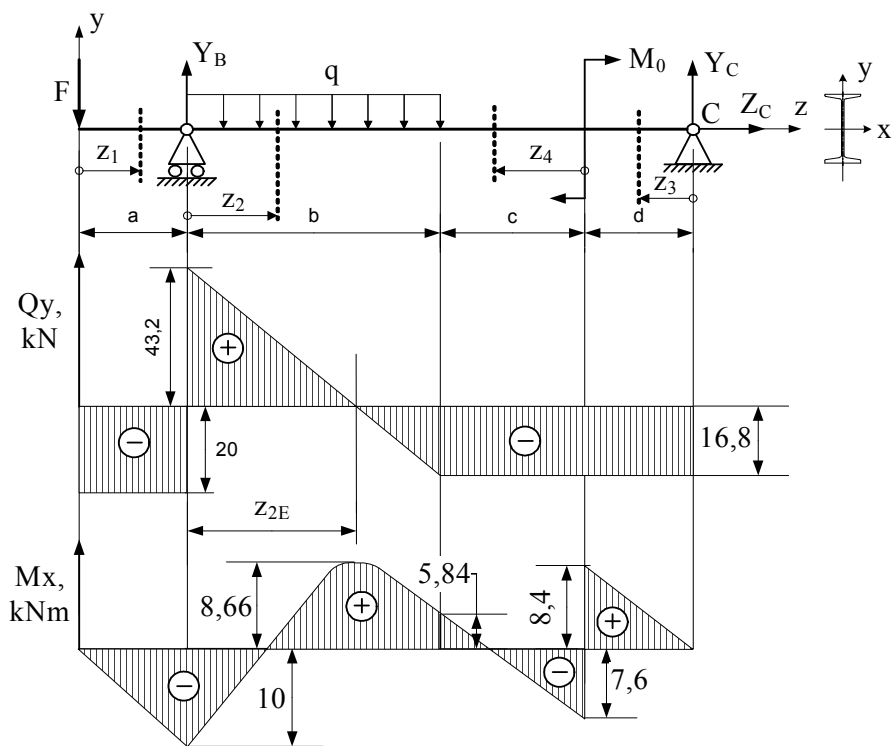
Divbalstu sijas gadījumā vispirms jānosaka balstu reakcijas. No statikas līdzsvara nosacījumiem:

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$Fa - q \frac{b^2}{2} - M_0 + Y_C (b + c + d) = 0;$$

$$Y_C = 16,8 \text{ kN},$$

$$\sum M_{iC} = 0;$$



5.33. att. Sijas aprēķina shēma, šķērsspēka Q_y un lieces momenta M_x epīras.

$$F(a + b + c + d) - Y_B(b + c + d) + qb \left(\frac{b}{2} + c + d \right) - M_0 = 0;$$

$$Y_B = 63,2 \text{ kN},$$

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$Z_C = 0.$$

Līdzsvara vienādojums $\sum F_{iy} = 0$ var tikt izmantots balstu reakciju aprēķina pareizības pārbaudei, tas ir

$$-F + Y_B - qb + Y_C = 0; -20 + 63,2 - 50 \cdot 1,2 + 16,8 = 0;$$

$$80 - 80 = 0.$$

Tātad balstu reakcijas aprēķinātas pareizi.

Pirmo šķēlumu izvēlamies posmā a ($0 \leq z_1 \leq a$) attālumā z_1 no kreisā sijas gala (5.34.a. att.) un apskatām atšķeltās daļas līdzsvaru:

$$\sum F_{iy} = 0;$$

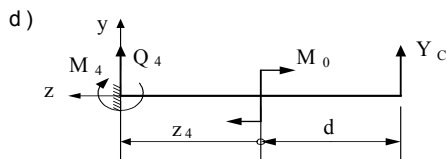
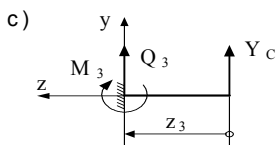
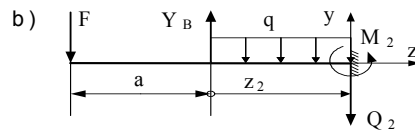
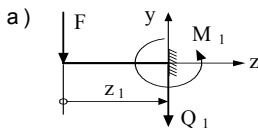
$$-Q_{y1} - F = 0;$$

$$Q_{y1} = -F \text{ (const),}$$

$$\sum M_{ix} = 0;$$

$$M_{x1} + Fz_1 = 0;$$

$$M_{x1} = -Fz_1 \text{ (lineārs vienādojums).}$$



5.34. att. Šķēluma metodes aprēķina shēmas šķērsspēka un lieces momenta noteikšanai.

Ja $z_1 = 0$, tad

$$Q_{y1} = 20 \text{ kN (konst)}$$

un

$$M_{x1} = 0.$$

Ja $z_1 = a = 0,5$ m, tad

$$M_{x1} = -20 \cdot 0,5 = -10 \text{ kNm}.$$

Otro šķēlumu izvēlamies posmā b ($0 \leq z_2 \leq b$) attālumā ($z_2 + a$) no kreisā sijas gala (5.34.b. att.) un apskatām atšķeltās daļas līdzsvaru:

$$-Q_{y2} - qz_2 + Y_B - F = 0;$$

$$M_{x2} + \frac{qz_2^2}{2} + F(z_2 + a) - Y_B z_2 = 0,$$

tad

$$Q_{y2} = Y_B - F - qz_2 \text{ (lineārs vienādojums)}$$

un

$$M_{x2} = Y_B z_2 - F(a + z_2) - \frac{qz_2^2}{2} \text{ (kvadrātiska parabola)}.$$

$$Q_{y2} = 63,2 - 20 - 50 \cdot 0 = 43,2 \text{ kN, ja } z_2 = 0;$$

$$Q_{y2} = 63,2 - 20 - 50 \cdot 1,2 = -16,8 \text{ kN, ja } z_2 = 1,2 \text{ m}.$$

Nosakām koordinātu $\overline{z_2}$ pie kuras šķērsspēka epūra maina zīmi:

$$Q_{y2} = Y_B - q\overline{z_2} - F = 0;$$

$$\overline{z_2} = \frac{Y_B - F}{q} = \frac{63,2 - 20}{50} = 0,864 \text{ m}.$$

Lieces momenta vērtības nosakām pie trijām z_2 koordinātām:

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{x2} = 63,2 \cdot 0 - 20(0,5 + 0) - \frac{50 \cdot 0}{2} = -10 \text{ kNm},$$

ja $z_2 = 0,864$ m, tad

$$M_{x2} = 63,2 \cdot 0,864 - 20(0,5 + 0,864) - \frac{50 \cdot 0,864^2}{2} = 8,66 \text{ kNm},$$

ja $z_2 = 1,2$ m, tad

$$M_{x2} = 63,2 \cdot 1,2 - 20(0,5 + 1,2) - \frac{50 \cdot 1,2^2}{2} = 5,84 \text{ kNm}.$$

Trešo šķēlumu izvēlamies posmā d ($0 \leq z_3 \leq d$) attālumā z_3 no labā sijas gala (5.34.c. att.) un apskatām atšķeltās daļas līdzsvaru:

$$Q_{y3} + Y_C = 0;$$

$$-M_{x3} + Y_C z_3 = 0,$$

tad

$$Q_{y3} = -Y_C \text{ (const)}$$

un

$$M_{x3} = Y_C z_3 \text{ (lineārs vienādojums)}.$$

Pielietojot z_3 koordinātas, kuras atbilst posma d robežām, iegūstam:

ja $z_3 = 0$, tad

$$Q_{y3} = -16,8 \text{ kN};$$

$$M_{x3} = 0,$$

ja $z_3 = 0,5 \text{ m}$, tad

$$M_{x3} = 16,8 \cdot 0,5 = 8,4 \text{ kNm},$$

Ceturto šķēlumu izvēlamies posmā c ($0 \leq z_4 \leq c$) attālumā ($z_4 + d$) no labā sijas gala (5.34.d. att.) un apskatām atšķeltās daļas līdzsvaru.

Pielietojot z_4 koordinātas, kuras atbilst posma c robežām, iegūstam:

$$Q_{y4} + Y_C = 0;$$

$$-M_{x4} - M_0 + Y_C (z_4 + d) = 0,$$

tad

$$Q_{y4} = -Y_C \text{ (const)}$$

$$M_{x4} = Y_C (z_4 + d) - M_0 \text{ (lineārs vienādojums)}.$$

$$Q_{y4} = -16,8 \text{ kN}; M_{x4} = 16,8(0 + 0,5) - 16 = -7,6 \text{ kNm, ja } z_4 = 0 \text{ un}$$

$$M_{x4} = 16,8(0,8 + 0,5) - 16 = 5,84 \text{ kNm, ja } z_4 = 0,8 \text{ m}.$$

No lieces momenta epīras atrodam maksimālo lieces momentu $|\max M_x| = 10 \text{ kNm}$.

No stiprības nosacījuma liecē aprēķinām sijas nepieciešamo aksiālo pretestības momentu:

$$W_x \geq \frac{|\max M_x|}{[\sigma]} = \frac{10}{160 \cdot 10^3} = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 62,5 \text{ cm}^3.$$

Saskaņā ar sortimentu standarta tabulām izvēlamies dubult – T profilu Nr. 14, kuram faktiskais $W_x = 81,7 \text{ cm}^3$.

ELASTĪGIE PĀRVIETOJUMI

6.1. SISTĒMAS POTENCIĀLĀ ENERĢIJA

Konstrukcijām un to elementiem jābūt ne tikai pietiekoši stipriem un noturīgiem, lai pretotos ārējās slodzes iedarbībai, bet arī ar noteiktu stingrību. Mehāniskas sistēmas stingrību izsaka ar tās atsevišķo punktu pārvietojumiem un šķēlumu pagriezienu leņķiem. No mehānikas zināms, ka, ja kādu konstrukciju elastīgi deformējam slogojot ar ārēju slodzi, tiek padarīts noteikts darbs. Šis darbs uzkrājas konstrukcijā kā potenciālā enerģija, kura tiek atdota, ārējo slodzi noņemot. Konstrukcijas elementa – stieņa šķēlumos vispārīgā gadījumā darbojas iekšējo spēku faktori: trīs iekšējie spēki (N , Q_x , Q_y) un trīs iekšējie momenti (M_x , M_y , M_z), kurus nosaka ar šķēluma metodi. Ja no stieņa iedomāti izdalām bezgala mazu elementu ar garumu dz , tad, saskaņā ar spēku darbības neatkarības principu, tajā uzkrātā kopējā potenciālā enerģija būs

$$dU = dU_N + dQ_x + dQ_y + dM_x + dM_y + dM_z. \quad (6.1)$$

Analizējot lieces slogojumu konstatējam, ka šķērsspēka radītie tangenciālie spriegumi stieņa stiprību ietekmē nenozīmīgi maz, tāpēc tos stieņa izmēru aprēķinos parasti neņem vērā. Arī stieņa deformācijas šķērsspēki Q_x un Q_y būtiski neietekmē, tādēļ tos deformācijas aprēķinos parasti neņem vērā. Tad izteiksme (6.1) vienkāršojas uz

$$dU = dU_N + dM_x + dM_y + dM_z. \quad (6.2)$$

Apskatot pamatslogojumus stiepi (spiedi), lieci un vērpi, katram no tiem ieguvām sakarības deformāciju aprēķinam stienī, ja uz to darbojas tikai viens no atsevišķiem iekšējo spēku faktoriem. Izvedot Huka likuma formulu konstatējam, ka bezgalīgi maza stieņa elementam ar garumu dz , kurš slogots ar mainīgu aksiālo spēku $N = N(z)$, deformāciju var aprēķināt pēc formulas

$$d\Delta = \frac{N(z)dz}{EA}, \quad (6.3)$$

kur E – stieņa materiāla elastības modulis,

A – stieņa šķērsriezuma laukums.

Ja stienis slogots ar lieces momentu $M(z)$, kurš siju izliec, tad šķēluma pagriezienu leņķi aprēķinām izmantojot sijas liektās ass diferenciālvienādojumu $EIy'' = M(z)$, kuru parakstam šādi

$$y'' = \frac{M(z)}{EI} \quad (6.4)$$

vai

$$y'' = \frac{d(y')}{dz} = \frac{d\theta}{dz} = \frac{M(z)}{EI}, \quad (6.5)$$

kur I – stieņa šķērsriezuma laukuma inerces moments.

No pēdējās vienādības formulā (6.5) izsakām sijas šķēluma pagriezienu leņķi $d\theta$, ja sija slogota ar lieces momentu $M(z)$

$$d\theta = \frac{M(z)dz}{EI}. \quad (6.6)$$

Bezgala mazam stieņa elementam ar garumu dz savērpes leņķi φ no vērpes momenta M_z aprēķinām

$$d\varphi = \frac{M_z(z)dz}{GI_p}, \quad (6.7)$$

kur G – stieņa materiāla bīdes modulis,

I_p – stieņa šķērsriezuma laukuma polārais inerces moments.

Taču praksē reālās konstrukcijas un to elementi bieži vien ir slogoti ar vairākiem pamatslogojumiem vienlaicīgi, veidojot t.s. saliktos slogojumus. Šeit katrs no atsevišķiem pamatslogojumiem konstrukcijā rada elastīgās deformācijas. Tas nozīmē, ka arī stieņu šķērsriezumus darbojas vairāki iekšējo spēku faktori vienlaicīgi.

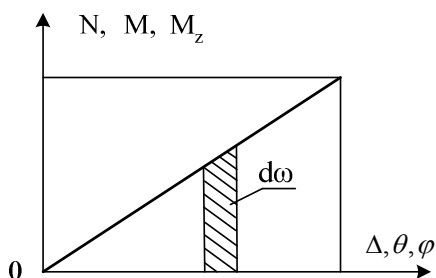
Elastīgo deformāciju aprēķināšanai saliktu slogojumu gadījumos ir izstrādātas vairākas aprēķina metodes. Viena no tām, kuru plaši izmanto, ir t.s. enerģētiskā metode. Ar šo metodi iespējams aprēķināt kā lineāros, tā leņķiskos pārvietojumus ar ārējo slodzi slogotas sistēmas jebkurā šķēlumā. Saskaņā ar enerģētisko metodi aprēķina sistēmā uzkrāto potenciālo enerģiju, tai elastīgi deformējoties no ārējās slodzes.

Aplūkojam stieņa elementu garumā dz , uz kuru darbojas aksiālais spēks $N(z)$, lieces moments $M(z)$ un vērpes moments $M_z(z)$. Elastīgo deformāciju robežās, izmantot spēku darbības neatkarības principu, kopējo sistēmā uzkrāto potenciālo enerģiju varam aprēķināt kā potenciālo enerģiju summu no katra atsevišķā iekšējo spēku faktora. Δ, θ, φ

Sloojot stieni stiepē, liecē vai vērpē Huka likums darbības robežās, sakarība starp attiecīgo iekšējo spēku faktoriem un to izsauktām elastīgām deformācijām ir lineāra (6.1. att.).

Stieņa elementā ar garumu dz akumulētās potenciālās enerģijas integrālā vērtība no aksiālā spēka N būs vienāda ar zemlīknes laukumu

$$U_N = \int d\omega \text{ vai } U_N = \frac{1}{2} N\Delta, \quad (6.8)$$



kur N - aksiālā spēka galīgā vērtība,

6.1. att. Sakarība starp iekšējo spēku faktoriem N, M, M_z un to izsauktām deformācijām Δ, θ, φ .

Δ - stieņa deformācijas galīgā vērtība.

Bezgala maza stieņa elementa ar garumu dz galīgā deformācija, kas atbilst aksiālā spēka vērtībai $N(z)$, būs $d\Delta$. Tad

$$dU_N = \frac{1}{2} N(z) d\Delta. \quad (6.9)$$

No lineārās sakarības starp vērpes momentu M_z un savērpes leņķi φ seko

$$dU_{M_z} = \frac{1}{2} M_z(z) d\varphi. \quad (6.10)$$

Stieņa elementā ar garumu dz akumulēto potenciālo enerģiju no lieces momenta $M(z)$ darbības aprēķināsim kā

$$dU_M = \frac{1}{2} M(z) d\theta. \quad (6.11)$$

Ievietojot sakarības (6.9), (6.10) un (6.11) potenciālās enerģijas izteiksmē (6.2), iegūsim

$$dU = dU_N + dM_x + dM_y + dM_z = \frac{1}{2} N(z) d\Delta + \frac{1}{2} M_z(z) d\varphi + \frac{1}{2} M(z) d\theta. \quad (6.12)$$

Tālāk formulā (6.12) lielumus $d\Delta$, $d\varphi$ un $d\theta$ aizvietojam ar sakarībām (6.3), (6.6) un (6.7), iegūstot

$$dU = \frac{1}{2} \frac{N^2(z)}{EA} dz + \frac{1}{2} \frac{M_z^2(z)}{GI_p} dz + \frac{1}{2} \frac{M^2(z)}{EI} dz. \quad (6.13)$$

Visā sistēmā akumulēto potenciālo enerģiju iegūsim integrāli summējot atsevišķos elementos dz uzkrātās potenciālās enerģijas:

$$U = \frac{1}{2} \int_L \frac{N^2(z)}{EA} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_z^2(z)}{GI_p} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M^2(z)}{EI} dz, \quad (6.14)$$

kur indekss L pie integrāļa zīmes norāda, ka integrēšanu veicam pa visu attiecīgā stieņa garumu.

Izteiksme (6.14) ietver sevī iekšējos spēku faktorus – aksiālo spēku N , vērpes momentu M_z un lieces momentu M . Tā kā lieces moments var darboties divās plaknēs – radīt lieci ap x un y asīm, tad pēdējo saskaitāmo formulā (6.14) sadalām divās daļās, rakstot atsevišķas izteiksmes lieces momentam ap katru no šīm asīm:

$$U = \frac{1}{2} \int_L \frac{N^2(z)}{EA} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_z^2(z)}{GI_p} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_x^2(z)}{EI_x} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_y^2(z)}{EI_y} dz, \quad (6.15)$$

kur I_x un I_y – stieņa šķēluma laukuma aksiālie inerces momenti attiecīgi pret x un y asīm.

6.2. MAKSVELA TEORĒMA PAR PĀRVIETOJUMU SAVSTARPĪGUMU

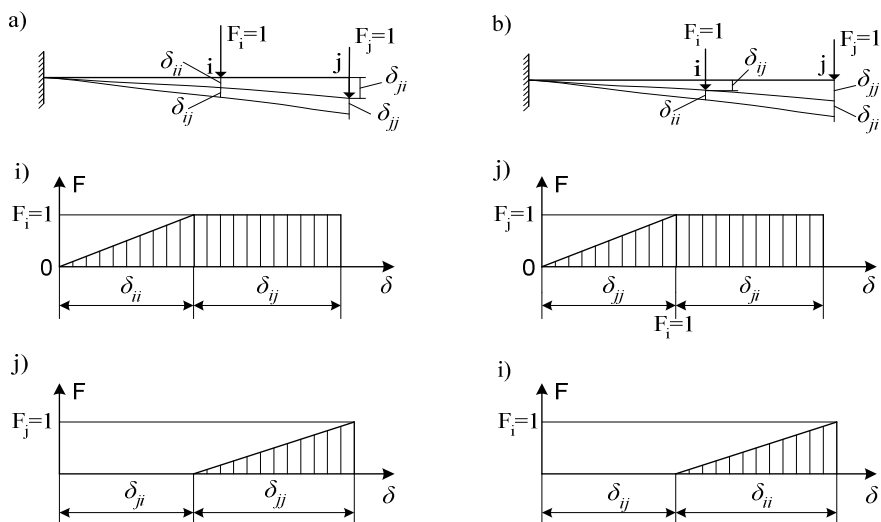
Lai viennozīmīgi varētu aprakstīt jebkura šķēluma pārvietojumus no spēkiem, kuri pielikti dažādos stieņa punktos, materiālu pretestībā izmanto speciālu apzīmējumu sistēmu. Ja uz konstrukciju kādā punktā j darbojas spēks F_j , tad tas kādā citā punktā i

izsauc pārvietojumu, ko apzīmē ar Δ_{ij} . Pirmais indekss norāda, kurā punktā meklē pārvietojumu, bet otrs – kurā punktā pieliktais spēks to izraisa.

Ja uz konstrukciju (sistēmu) punktā j darbojas spēks, kura vērtība ir viena spēka vienība ($\bar{F}_j = 1$) un kuru sauc par spēka vieninieku, tad i -tā punkta pārvietojumu no šī spēka vieninieka apzīmē ar δ_{ij} . Pierādīsim t.s. Maksvela teorēmu, ka

$$\delta_{ij} = \delta_{ji}. \quad (6.16)$$

Tam nolūkam pieņemsim, ka kāda konstrukcija tiek slogota elastīgo deformāciju robežās. Tad deformāciju aprēķinam varam pielietos spēku darbības neatkarības principu (6.2. att.).



6.2. att. Spēku vieninieki un to izraisītie pārvietojumi.

Vispirms pieliksim spēka vieninieku $\bar{F}_i = 1$ punktā i (6.2. att. a). Tas pieaug no nulles līdz vienai spēka vienībai un izsauc punkta i pārvietojumu par lielumu δ_{ii} (6.2. att. a), punkts i)). Sistēmā uzkrājas potenciālā enerģija, kas skaitliski vienāda ar spēka $\bar{F}_i = 1$ veikto darbu pārvietojumā δ_{ii} , t.i.

$$\frac{1}{2} \bar{F}_i \delta_{ii} = \frac{1}{2} \delta_{ii}. \quad (6.17)$$

Spēks $\bar{F}_i = 1$ punktā j rada pārvietojumu δ_{ji} , bet darbs šeit netiek darīts (6.2. att. a, punkts j). Pēc tam, jau deformētai sistēmai, punktā j pieliekam otru spēka vieninieku $\bar{F}_j = 1$, atstājot spēku $\bar{F}_i = 1$ punktā i . Punktā j pieliktais spēks $\bar{F}_j = 1$ pieaugot no nulles līdz vienai spēka vienībai izsauc punkta j pārvietojumu δ_{jj} un punkta i pārvietojumu δ_{ij} , veicot darbu punkta j pārvietojumā

$$\frac{1}{2} \bar{F}_j \delta_{jj} = \frac{1}{2} \delta_{jj}.$$

Punktā i atstātais spēka vieninieks $\bar{F}_i = 1$ pārvietojoties par lielumu δ_{ij} veic darbu

$$\bar{F}_i \delta_{ij} = \delta_{ij}. \quad (6.18)$$

Tad sistēmā uzkrātā kopēja potenciālā enerģija būs

$$\frac{1}{2} \delta_{ii} + \frac{1}{2} \delta_{jj} + \delta_{ij}. \quad (6.19)$$

Tālāk atkārtotam aprēķinu, mainot spēku pielikšanas secību (6.2. att. b). Vispirms pieliksim spēku $\bar{F}_j = 1$ punktā j un tad spēku $\bar{F}_i = 1$ punktā i , atstājot spēku $\bar{F}_j = 1$ punktā j . Sistēmā uzkrāsies potenciālā enerģija (6.2. att. b, punkti j un i):

$$\frac{1}{2} \delta_{jj} + \frac{1}{2} \delta_{ii} + \delta_{ji}. \quad (6.20)$$

Saskaņā ar spēku darbības neatkarības principu izteiksmēm (6.19) un (6.20) ir jābūt vienādām:

$$\frac{1}{2} \delta_{ii} + \frac{1}{2} \delta_{jj} + \delta_{ij} = \frac{1}{2} \delta_{jj} + \frac{1}{2} \delta_{ii} + \delta_{ji}, \quad (6.21)$$

no kurienes seko, ka

$$\delta_{ij} = \delta_{ji}.$$

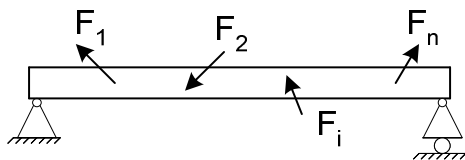
Līdz ar to Maksvela teorēma par pārvietojumu savstarpīgumu ir pierādīta. Šo teorēmu izmantosim aprēķinot statistiski nenoteicamas sistēmas u.c. gadījumos.

6.3. KASTILJANO TEORĒMA

Konstrukciju stiprību raksturo spriegumi tās šķēlumos $\sigma \leq [\sigma]$, kur σ – faktiskais spriegums konstrukcijas materiālā, bet $[\sigma]$ – pieļaujamā sprieguma vērtība. Arī konstrukciju noturībai jāpiegriež vērība, sekojot, lai tiktu ievērota sakarība $\sigma \leq [\sigma]_l$, kur $[\sigma]_l$ – pieļaujamais spriegums uz noturības zaudēšanu (lodzi). Jābūt nodrošinātam arī konstrukcijas stingumam vai stingrībai, kuru raksturo konstrukcijas punktu deformācijas – lineārie pārvietojumi un šķēlumu pagriezienu leņķi.

Ar enerģētisko metodi nosaka šķēlumu virzes un griezes pārvietojumus. Aprēķinu pamatā ir t.s. Kastiljano teorēma, saskaņā ar kuru parciālais atvasinājums no elastīgā sistēmā akumulētās potenciālās enerģijas pēc kāda no spēkiem, kuri darbojas uz šo sistēmu, ir vienāds ar šī spēka pielikšanas punkta pārvietojumu spēka darbības virzienā. Ar punkta pārvietojumu, kāda no spēkiem darbības virzienā, saprotam šī punkta pilnā pārvietojuma projekciju uz spēka darbības virzienu.

Apskatam balstos nekustīgi nostiprinātu ķermeni, kurš slogots ar brīvi izvēlētu spēku sistēmu (6.3. att.).



6.3. att. Ar spēku $F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_n$ sistēmu slogots nekustīgi nostiprināts stienis.

Pieņemam, ka ārējās slodzes $F_1, F_2, \dots, F_n$ darbības rezultātā ķermenī akumulētā potenciālā enerģija U ir vienāda ar visu spēku veikto darbu summu attiecīgos pārvietojumos. Dosim vienam no spēkiem, piemēram, F_r bezgala mazu pieaugumu dF_r . Tad potenciālā enerģija U arī iegūs attiecīgu pieaugumu

$$\frac{\partial U}{\partial F_r} dF_r \quad (6.22)$$

un kļūs

$$U + \frac{\partial U}{\partial F_r} dF_r. \quad (6.23)$$

Mainām spēku pielikšanas secību. Vispirms pieliksim spēku dF_r . Tas izsauks spēka dF_r pielikšanas punkta bezgala mazu elastīgu pārvietojumu $d\delta_r$ šī spēka darbības virzienā. Spēka dF_r veiktais darbs būs $\frac{dF_r d\delta_r}{2}$. Tālāk pieliksim visu pārējo spēku sistēmu, kura dot potenciālo enerģiju U , atstājot spēku dF_r . Tagad sistēmas kopējā potenciālā enerģija būs pieaugusi par šo papildus darbu $dF_r \Delta_r$, kuru veica spēks dF_r pārvietojumā Δ_r . Pārvietojums Δ_r ir sijai pielikto spēku $F_1, F_2, \dots, F_n$ sistēmas radītā kopējā pārvietojuma projekcija uz spēka F_r darbības virzienu. Sistēmas potenciālā enerģija tagad ir

$$U + dF_r \Delta_r + \frac{1}{2} dF_r d\delta_r. \quad (6.24)$$

Salīdzinot izteiksmes (6.23) un (6.24), iegūsim

$$U + \frac{\partial U}{\partial F_r} dF_r = U + dF_r \Delta_r + \frac{1}{2} dF_r d\delta_r. \quad (6.25)$$

Atmetot formulā (6.25) saskaitāmo $\frac{dF_r d\delta_r}{2}$, kā otrās kārtas bezgalīgi mazu lielumu, būs

$$\frac{\partial U}{\partial F_r} dF_r = dF_r \Delta_r \quad (6.26)$$

vai

$$\frac{\partial U}{\partial F_r} = \Delta_r. \quad (6.27)$$

Tātad, atvasinot ar ārēju slodzi slogotas sistēmas potenciālo enerģiju pēc kāda no ārējiem spēkiem, iegūstam šī spēka pielikšanas punkta pārvietojumu spēka darbības virzienā. Formulā (6.27) spēku F_r var uzskatīt par vispārēju spēku faktoru, bet pārvietojumu Δ_r par tādu ģeometrisku parametru, kurā vispārējais spēks F_r veic darbu. Ja ar vispārējā spēka jēdzienu saprotam arī lieces vai vērpes momentus, kuri darbojas kādā šķēlumā k , tad atvasinot potenciālo enerģiju pēc šiem momentiem iegūsim attiecīgo šķēlumu k , kuros pielikti šie momenti, leņķiskos pārvietojumus šo momentu darbības virzienā:

$$\frac{\partial U}{\partial M_k} = \theta_k, \quad (6.28)$$

kur M_k – ārējās slodzes lieces vai vērpes moments,

θ_k – momenta darbības šķēluma pagriezienu leņķis momenta virzienā.

Šādi aprakstīto Kastiljano teorēmu var pielietot elastīgo pārvietojumu – lineāro (6.27) un leņķisko (6.28) aprēķināšanai tikai Huka likuma darbības robežās, t.i., elastīgo deformāciju robežās pie nemainīgas ārējās slodzes. Teorēmas izvedumā tika pieņemts, ka pārvietojumu virzieni sakrīt ar spēku vai momentu darbības virzieniem. Tādēļ, veicot aprēķinus ar šo teorēmu, pārvietojumus, kuri vērsti spēku vai momentu darbības virzienā, uzskata par pozitīviem.

Lai aprēķinus vienkāršotu, ir radīti vairāki enerģētiskās metodes specifiski varianti vai paveidi, tādi kā Kastiljano formula, Mora integrālis, Vereščagina paņēmieni, Simpsona formula, sākotnējo parametru metode u.c.

6.4. KASTILJANO FORMULA

Ārējās slodzes darbības rezultātā stienī akumulēto potenciālo enerģiju aprēķina ar formulu (6.15)

$$U = \frac{1}{2} \int_L \frac{N^2(z)}{EA} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_z^2(z)}{GI_p} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_x^2(z)}{EI_x} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_y^2(z)}{EI_y} dz.$$

Lai aprēķinātu elastīgo pārvietojumu Δ_r , ārējās slodzes F_r darbības virzienā, ievietosim potenciālās enerģijas izteiksmi (6.15) Kastiljano teorēmas formulā (6.27) un atvasināsim pēc spēka F_r . Tad iegūsim

$$\Delta_r = \frac{\partial U}{\partial F_r} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial F_r} \left[\int_L \frac{N^2(z)}{EA} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_z^2(z)}{GI_p} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_x^2(z)}{EI_x} dz + \frac{1}{2} \int_L \frac{M_y^2(z)}{EI_y} dz \right].$$

Spēku F_r satur tikai zemintegrāļa funkcijas $N^2(z)$, $M_x^2(z)$, $M_y^2(z)$ un $M_z^2(z)$. Veiksim vispirms atvasināšanas darbību, iegūstot

$$\frac{\partial N^2(z)}{\partial F_r} = 2N(z) \frac{\partial N(z)}{\partial F_r};$$

$$\frac{\partial M_x^2(z)}{\partial F_r} = 2M_x(z) \frac{\partial M_x(z)}{\partial F_r}; \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial M_y^2(z)}{\partial F_r} = 2M_y(z) \frac{\partial M_y(z)}{\partial F_r};$$

$$\frac{\partial M_z^2(z)}{\partial F_r} = 2M_z(z) \frac{\partial M_z(z)}{\partial F_r}.$$

Ievietojot atvasinājumus (6.29) formulā (6.15) iegūstam izteiksmi pārvietojuma Δ_r aprēķināšanai

$$\begin{aligned} \Delta_r = & \int_L \frac{N(z)}{EA} \frac{\partial N(z)}{\partial F_r} dz + \int_L \frac{M_x(z)}{EI_x} \frac{\partial M_x(z)}{\partial F_r} dz + \\ & + \int_L \frac{M_y(z)}{EI_y} \frac{\partial M_y(z)}{\partial F_r} dz + \int_L \frac{M_z(z)}{GI_p} \frac{\partial M_z(z)}{\partial F_r} dz. \end{aligned} \quad (6.30)$$

Analogi, saskaņā ar Kastiljano teorēmas otru izteiksmi (6.28), atvasinot sistēmas potenciālo enerģiju pēc momenta M_k , iegūstam formulu šķēluma pagrieziņa leņķa aprēķinam

$$\begin{aligned} \theta_k = & \int_L \frac{N(z)}{EA} \frac{\partial N(z)}{\partial M_k} dz + \int_L \frac{M_x(z)}{EI_x} \frac{\partial M_x(z)}{\partial M_k} dz + \\ & + \int_L \frac{M_y(z)}{EI_y} \frac{\partial M_y(z)}{\partial M_k} dz + \int_L \frac{M_z(z)}{GI_p} \frac{\partial M_z(z)}{\partial M_k} dz. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Iegūtās formulas (6.30) un (6.31) sauc par Kastiljano formulām elastīgo pārvietojumu aprēķinam. Dažreiz izteiksmi (6.30) sauc par Kastiljano formulas pirmo daļu, bet sakarību (6.31) – par Kastiljano formulas otro daļu.

Lai aprēķinu veikšanu padarītu ērtāku, ieteicams katram no sijas posmiem izmantot savu koordinātu asu sistēmu ar nullpunktu posma sākumā. Tad apakšējā integrācijas robeža vienmēr būs nulle, kas atvieglos skaitļošanu.

No Kastiljano teorēmas izveduma seko, ka tā dod iespēju aprēķināt pārvietojumu spēka pielikšanas punktam spēka darbības virzienā, un šķēluma pagrieziņa leņķi momenta darbības virzienā. Ja nepieciešams aprēķināt pārvietojumu vai pagrieziņa leņķi šķēlumā, kur nav pielikts spēks vai moments, tad šajā punktā pieliekam iedomātu

(fiktīvu) spēku, vienādu ar nulli ($F_f = 0$), vai šķēlumā - fiktīvu momentu ($M_f = 0$). Tālāk aprēķinām balstu reakcijas un rakstam iekšējo spēku faktoru izteiksmes, ietverot tajās šos fiktīvos lielumus. Veicam atvasināšanu pēc fiktīvā spēka vai momenta. Ievietojot iekšējo spēku faktoru izteiksmes un atvasinājumus Kastiljano formulās atceramies, ka fiktīvais spēks un fiktīvais moments ir vienādi ar nulli. Veicot integrēšanu aprēķinām attiecīgos pārvietojumus.

6.5. MORA INTEGRĀLIS

Vācu zinātnieka Otto Mora ieteiktais paņēmieni neprasa parciālo atvasinājumu atrašanu, kuri ietilpst Kastiljano formulās. Pielietojot Mora formulu (integrāli), atvasinājumu vietā raksta iekšējo spēku faktoru izteiksmes attiecīgos šķēlumos (kur meklē pārvietojumus) no spēka vai momenta vieninieka.

Iekšējo spēku faktoros – aksiālo spēku $N(z)$, lieces momentu $M(z)$ un vērpes momentu $M_z(z)$ izsauc ārējā slodze: koncentrēti spēki $F_1, F_2, \dots, F_n$, momenti $M_1, M_2, \dots, M_n$ un izkļaidētās slodzes $q_i(z)$. Aprēķinos varam pielietot spēku darbības neatkarības principu, jo deformācijas nepārsniedz elastības robežu un sistēma ir lineāra:

$$\begin{aligned} N(z) &= N(z)_F + N(z)_M + N(z)_q, \\ M(z) &= M(z)_F + M(z)_M + M(z)_q, \\ M_z(z) &= M_z(z)_F + M_z(z)_M + M_z(z)_q, \end{aligned} \tag{6.32}$$

kur indeksi F , M un q rāda, kāda slodze ir izsaukusi iekšējo spēku faktoru rašanos. Saskaitāmos, kurus rada slodzes F un M pierakstam šādi:

$$\begin{aligned} N(z)_F &= \sum_{i=1}^n F_i \bar{N}_i(z), & N(z)_M &= \sum_{j=1}^n M_j \bar{N}_j(z) \\ M(z)_F &= \sum_{i=1}^n F_i \bar{M}_i(z), & M(z)_M &= \sum_{j=1}^n M_j \bar{M}_j(z), \\ M_z(z)_F &= \sum_{i=1}^n F_i \bar{M}_{z_i}(z), & M_z(z)_M &= \sum_{j=1}^n M_j \bar{M}_{z_j}(z), \end{aligned} \tag{6.33}$$

kur $\bar{N}_i(z)$, $\bar{M}_i(z)$, $\bar{M}_{zi}(z)$ - aksiālais spēks, lieces moments un vērpes moments no i -tā spēka F_i , ja tā vērtība būtu viena spēka vienība ($\bar{F}_i = 1$);

$\bar{N}_j(z)$, $\bar{M}_j(z)$, $\bar{M}_{zj}(z)$ - aksiālais spēks, lieces moments un vērpes moments no momenta vieninieka ($\bar{M}_j = 1$).

Sakarības (6.33) nozīmē, ka iekšējo spēku faktorus no kāda ārēja spēka F_i , pierakstam kā ārējā spēka patiesās vērtības F_i reizinājumu ar spēka vieninieku ($\bar{F}_i = 1$). Analogi, iekšējo spēku faktorus no ārējā momenta pierakstam kā ārējā momenta īstās vērtības reizinājumu ar momenta vieninieku ($\bar{M}_j = 1$).

Tālāk aprēķinam parciālos atvasinājumus un ievietojam tos formulā (6.30). No sakarībām (6.32) seko, ka

$$\frac{\partial N(z)}{\partial F_r} = \frac{\partial N(z)_F}{\partial F_r} + \frac{\partial N(z)_M}{\partial F_r} + \frac{\partial N(z)_q}{\partial F_r}. \quad (6.34)$$

Pēdējie divi saskaitāmie atvasinājumi dot nevar, jo izteiksmēs $N(z)_M$ un $N(z)_q$ nevar iekļaut spēks F_r . Tāpēc

$$\frac{\partial N(z)}{\partial F_r} = \frac{\partial N(z)_F}{\partial F_r}. \quad (6.35)$$

Ievietojot izteiksmē (6.35) $N(z)$ vērtību no sakarībām (6.33), iegūstam

$$\frac{\partial N(z)}{\partial F_r} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n F_i \bar{N}_i(z)}{\partial F_r}. \quad (6.36)$$

Atvasinājumu var dot tikai saskaitāmais, kuram $i = r$. Tad

$$\frac{\partial N(z)}{\partial F_r} = \bar{N}_r(z). \quad (6.37)$$

Līdzīgi iegūstam, ka

$$\frac{\partial M(z)}{\partial F_r} = \bar{M}_r(z) \text{ un } \frac{\partial M_z(z)}{\partial F_r} = \bar{M}_{zr}(z). \quad (6.38)$$

Ievietojot iegūtās sakarības (6.37) un (6.38) Kastiljano formulas pirmajā daļā (6.30), dabūjam formulu, ko sauc par Mora integrāli un izmanto elastīgo pārvietojumu aprēķināšanai:

$$\Delta_r = \int_L \frac{N(z)}{EA} \overline{N}_r(z) dz + \int_L \frac{M_x(z)}{EI_x} \overline{M}_{xr}(z) dz + \int_L \frac{M_y(z)}{EI_y} \overline{M}_{yr}(z) dz + \int_L \frac{M_z(z)}{GI_p} \overline{M}_{zr}(z) dz. \quad (6.39)$$

Formulu (6.39) sauc par Mora integrāli un to var izmantot kā lineāro, tā leņķisko pārvietojumu noteikšanai. Pārvietojumus aprēķina sekojošā kārtībā:

1. Katram sistēmas posmam raksta iekšējo spēku faktoru izteiksmes no ārējās slodzes.

2. Veido jaunu aprēķina shēmu, kuru slogo tikai ar spēka (ja aprēķina lineāro pārvietojumu) vai momenta (ja aprēķina pagrieziena leņķi) vieninieku, tajā vietā un virzienā, kur pārvietojums jāaprēķina.

3. Raksta iekšējo spēku faktoru izteiksmes tikai no spēka vai momenta vieninieka.

4. Ievieto iegūtās iekšējo spēku faktoru izteiksmes Mora integrālī (6.39) un aprēķina pārvietojumu.

Rakstot iekšējo spēku faktoru izteiksmes no ārējās slodzes un no spēka vai momenta vieninieka, posmu secībai jābūt vienai un tai pašai.

6.1. piemērs. Pagrieziena leņķa aprēķins ar Mora integrāli.

Aprēķināt konsolsijas vidū izlieci un sijas ass pagrieziena leņķi, ja sija slogota ar spēku F (6.4. att. a). Konsolsijas stingums visā tās garumā ir konstants ($EI_x = const$).

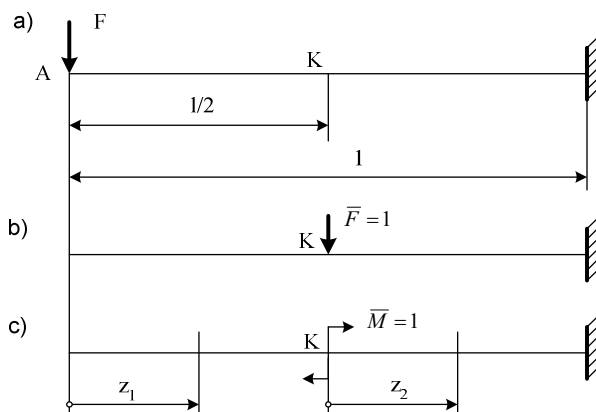
Lieces momenta izteiksmes šķēlumos no spēka F :

Posmā A – K : $0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2}$;

$$M_{x1} = -Fz_1 .$$

Posmā K – B: $0 \leq z_2 \leq \frac{l}{2}$;

$$M_{x1} = -F \left(\frac{l}{2} + z_2 \right) .$$



6.4. att. **Konsolsijas sloojuma shēma.**

Lai aprēķinātu izlieci, uz jaunas sijas ar tādiem pašiem balstiem (6.4. att. b), aprēķina vietā pieliekam spēka vieninieku $\bar{F} = 1$.

Lieces momenta izteiksmes no spēka vieninieka:

$$\bar{M}_1 = 0$$

un

$$\bar{M}_2 = -1 \cdot z_2$$

Lai aprēķinātu sijas ass pagriezienu leņķi θ_K , uz jaunas sijas ass ar tādiem pašiem balstiem (6.4. att. c), pagriezienu leņķa aprēķināšanas vietā pieliekam momentu $\bar{M}_1 = 1$.

Lieces momenta izteiksmes no momenta vieninieka:

$$\bar{M}_1 = 0$$

un

$$\bar{M}_1 = 1.$$

Izliece šķēlumā K:

$$y_K = \sum \int_l \frac{M_{ix} \bar{M}_i}{EI_x} dz = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_{x1} \bar{M}_1}{EI_x} dz_1 + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_{x2} \bar{M}_2}{EI_x} dz_2 = \frac{1}{EI_x} \int_0^{\frac{l}{2}} \left[-F \left(\frac{l}{2} + z_2 \right) \right] (-z_2) dz_2 =$$

$$= \frac{F}{EI_x} \int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{l \cdot z_2}{2} + z_2^2 \right) dz_2 = \frac{F}{EI_x} \left[\frac{l \cdot z_2^2}{2 \cdot 2} + \frac{z_2^3}{3} \right]_0^{\frac{l}{2}} = \frac{F}{EI_x} \left(\frac{l^3}{16} + \frac{l^3}{24} \right) = \frac{5Fl^3}{48EI_x}.$$

Ja rezultāts ir pozitīvs, tad izliece notiek pieliktā spēka vieninieka virzienā.

Sijas ass pagriežiena leņķis šķēlumā K :

$$\begin{aligned} \theta_k &= \sum_i \int_l \frac{M_{ix} \bar{M}_i}{EI_x} = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_{x1} \bar{M}_1}{EI_x} dz_1 + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_{x2} \bar{M}_2}{EI_x} dz_2 = \frac{1}{EI_x} \int_0^{\frac{l}{2}} \left[-F \left(\frac{l}{2} + z_2 \right) \right] \cdot dz_2 = \\ &= -\frac{F}{EI_x} \left[\frac{l \cdot z_2}{2} + \frac{z_2^2}{2} \right]_0^{\frac{l}{2}} = -\frac{F}{EI_x} \left(\frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{8} \right) = -\frac{3Fl^2}{8EI_x}. \end{aligned}$$

Mīnusa zīme norāda, ka sijas šķēlums K pagriežas pretēji momenta vieninieka virzienam.

6.2. piemērs. Pārvietojuma aprēķins līkai sijai.

Aprēķināt punkta A horizontālo pārvietojumu līkai sijai, kuras rādiuss ir R un stingums $EI_x = \text{const}$ (6.5. att.). Aksiālā spēka un šķērsspēka ietekmi neievērojam.

Aprēķinā izmantojam tikai lieces momenta ietekmi.

Atrisinājums

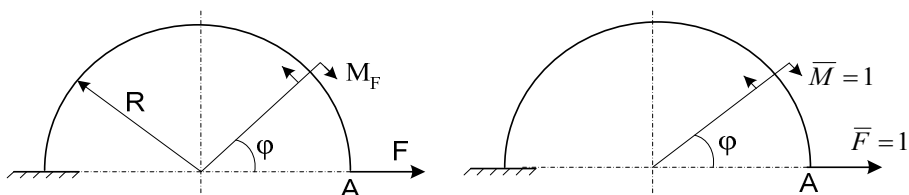
Lai aprēķinātu punkta A horizontālo pārvietojumu, uz jaunas sijas ass punktā A pieliekam horizontālā virzienā vērstu spēka vieninieku $\bar{F}=1$. Mainīgais lielums ir leņķis $0 \leq \varphi \leq \pi$.

Lieces moments no spēka F :

$$M_F = FR \sin \varphi.$$

Lieces moments no spēka vieninieka:

$$\bar{M} = R \sin \varphi.$$



6.5. att. Slogojuma shēma.

Punkta A horizontālais pārvietojums

$$\Delta_{hor} = \int_0^l \frac{M_F \bar{M} ds}{EI_x} = \int_0^\pi \frac{FR \sin \varphi R \sin \varphi R d\varphi}{EI_x} = \frac{FR^3}{EI_x} \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi =$$

$$= \frac{FR^3}{EI_x} \left[\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right]_0^\pi = \frac{\pi FR^3}{2EI_x},$$

kur loks $ds = R d\varphi$.

Punkta A horizontālā pārvietojumā plusa zīme norāda, ka pārvietojums notiek pieliktā spēka vieninieka virzienā.

6.3. piemērs. Izlieces aprēķins divbalstu sijai.

Divbalstu sija līdz vidusdaļai slogota ar izkliedētu slodzi q . Aprēķināt izlieci sijas viduspunktā, ja sijas stingums $EI_x = \text{const}$.

Atrisinājums

Vispirms aprēķinām balstu reakcijas no izkliedētās slodzes (6.6. att. a) un no spēka vieninieka (6.6. att. b):

$$\sum M_{IA} = 0;$$

$$-\frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} + B_y l = 0;$$

$$B_y = \frac{ql}{8}.$$

$$\sum F_{iy} = 0;$$

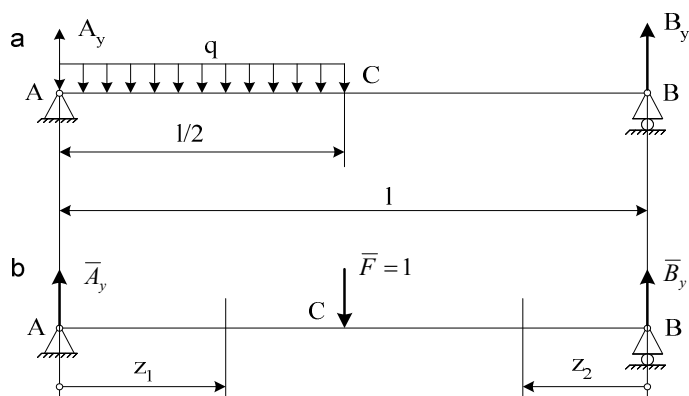
$$A_y + B_y - \frac{ql}{8} = 0;$$

$$A_y = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{8} = \frac{3ql}{8}.$$

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$-1 \cdot \frac{l}{2} + \bar{B}_y l = 0;$$

$$\bar{B}_y = \frac{1}{2}.$$



6.6. att. Slogojumi ar izkļaidētu slodzi (a) un spēka vieninieku (b).

$$\sum F_{iy} = 0;$$

$$\bar{A}_y + \bar{B}_y - 1 = 0;$$

$$\bar{A}_y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Lieces momenti no izkļaidētās slodzes un no spēka vieninieka:

Posmā A-C: $0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2};$

$$M_1 = A_y z_1 - \frac{q z_1^2}{2} = \frac{3qlz_1}{8} - \frac{q z_1^2}{2}$$

un

$$\bar{M}_1 = B_y z_1 = \frac{z_1}{2}.$$

Posmā *B-C*: $0 \leq z_2 \leq \frac{l}{2}$;

$$M_2 = B_y z_2 = \frac{qlz_2}{8}$$

un

$$\bar{M}_2 = \bar{B}_y z_2 = \frac{z_2}{2}.$$

Izliece šijas viduspunktā *C*:

$$\begin{aligned} y_C &= \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_1 \bar{M}_1 dz_1}{EI_x} + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_2 \bar{M}_2 dz_2}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left(\int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{3qlz_1}{8} - \frac{qz_1^2}{2} \right) \frac{z_1}{2} dz_1 + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{qlz_2}{8} \cdot \frac{z_2}{2} dz_2 \right) = \\ &= \frac{1}{EI_x} \left[\int_0^{\frac{l}{2}} \frac{3qlz_1^2}{16} dz_1 - \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{qz_1^3}{4} dz_1 + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{qlz_2^2}{16} dz_2 \right] = \frac{1}{EI_x} \left(\left[\frac{3qlz_1^3}{16 \cdot 3} \right]_0^{\frac{l}{2}} - \left[\frac{qz_1^4}{4 \cdot 4} \right]_0^{\frac{l}{2}} + \left[\frac{qlz_2^3}{16 \cdot 3} \right]_0^{\frac{l}{2}} \right) = \\ &= \frac{1}{EI_x} \left(\frac{3ql^4}{16 \cdot 3 \cdot 8} - \frac{ql^4}{4 \cdot 4 \cdot 16} + \frac{ql^4}{16 \cdot 3 \cdot 8} \right) = \frac{5ql^4}{768EI_x}. \end{aligned}$$

6.6. VEREŠČAGINA PAŅĒMIENS

Tas ir viens no enerģētiskās metodes variantiem, kuru ieteicams pielietot, ja konstrukcija slogota ar koncentrētiem spēkiem vai momentiem, kā arī ja šķēlumu laukumus un to smagumcentru koordinātes iespējams noteikt bez integrēšanas. Ar šo paņēmieni iespējams integrēšanu Kastiljano un Mora formulās aizstāt ar vienkāršākām matemātiskām darbībām. Vereščagina formula dod iespēju noteikt stieņa šķēlumu lineāros un leņķiskos pārvietojumus reizinot katra posma robežās iekšējo spēku faktoru epīru laukumus ω , no ārējās slodzes, ar šo laukumu smagumcentru koordinātēm atbilstoša spēka vai momenta vieninieka epīras augstumu

h šī paša posma robežas. Ja abas epīras ir lineāras, var darīt arī otrādi. Vereščagina paņēmieni ir ērts tad, ja iekšējo spēku faktoru epīras var konstruēt nerakstot analītiskās izteiksmes. Vienkāršas epīras iegūst, ja taisnu stieņu sistēma nav pakļauta izkļiedātai slodzei.

Pie konstanta stinguma ($EI = \text{const}$) lieces slogojuma gadījumā Mora integrālis (6.39) iegūst sekojošu formu:

$$\Delta = \frac{1}{EI} \int_L M \bar{M} dz \quad (6.40)$$

kur M – lieces moments izteiksme šijas posmā;

$\bar{M}$ – momenta izteiksme no spēka vieninieka šajā pat posmā.

Pieņemam, ka šija kādā posmā slogota ar ārēju slodzi un spēka vieninieku un to epīras attiecīgi ir M un $\bar{M}$ (6.7. att.). No ārējās slodzes momenta epīras M izdalām elementārlaukumu $d\omega$ attālumā z no šijas gala. Viss epīras laukums ir ω . Ārējo spēku epīras elementārlaukums $d\omega = M dz$, kur M – momenta vērtība dz vidū pie koordinātes z . No šejienes seko, ka

$$M = \frac{d\omega}{dz} \quad (6.41)$$

No spēka vieninieka epīras redzams, ka

$$tg \alpha = \frac{\bar{M}}{z} \text{ vai } \bar{M} = z tg \alpha \quad (6.42)$$

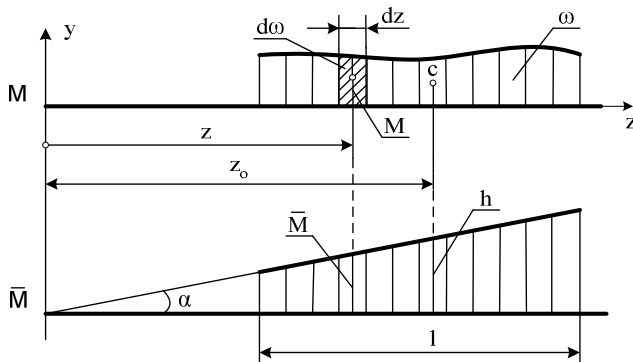
Ievietojot sakarības (6.41) un (6.42) Mora formulas (6.40) zemintegrāļa izteiksmē, iegūstam

$$\int_0^l M \bar{M} dz = \int_0^l \frac{d\omega}{dz} z tg \alpha dz = \int_0^l z tg \alpha d\omega = tg \alpha \int_0^l z d\omega \quad (6.43)$$

Integrālis $\int_0^l z d\omega$ ir ārējās slodzes momentu epīras laukuma statistiskais moments

pret y asi, kuru varam izteikt arī kā visas epīras laukuma ω reizinājumu ar tā smagumcentra koordināti z_o . Tad no formulas (6.43) seko, ka

$$\int_0^l M \bar{M} dz = tg \alpha z_o \omega \quad (6.44)$$



6.7. att. Lieces momenta M un spēka vieninieka $\bar{M}$ epīras.

No (6.7. att.) redzams, ka

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{z_0} \quad \text{vai} \quad h = \operatorname{tg} \alpha z_0. \quad (6.45)$$

Ievietojot pēdējo sakarību no formulas (6.45) izteiksmē (6.44), būs

$$\int_0^l M \bar{M} dz = \omega h. \quad (6.46)$$

Aizvietojot integrāli Mora formulā ar reizinājumu $\omega \cdot h$, iegūsim t.s. Vereščagina formulu:

$$\Delta = \frac{\omega h}{EI}. \quad (6.47)$$

Vereščagina formulu var izmantot pārvietojumu atrašanai sijām ar taisnu asi (arī rāmjiem), reizinot katra posma robežās ārējās slodzes epīras laukumu ω ar šā laukuma smagumcentra koordinātei aizbilstošo vieninieka epīras augstumu h .

Ja sija sastāv no vairākiem (n) posmiem, tad Mora formulu pierakstam šādi:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_i h_i}{E_i I_i}. \quad (6.48)$$

Vereščagina formulu (6.48) var izmantot ne tikai lieces gadījumā, bet arī jebkuriem citiem sloģojumu veidiem. Tāpēc vispārīgām gadījumam Vereščagina formulu pieraksta sekojoši:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\omega h}{EA} \right)_{i,N} + \left(\frac{\omega h}{EI} \right)_{i,M} + \left(\frac{\omega h}{EI_p} \right)_{i,M_z} \right], \quad (6.49)$$

kur i – posma kārtas numurs;

n – posmu skaits.

Pārvietojumu aprēķināšanu ar Vereščagina paņēmieni veic sekojošā secībā:

1. Zīmē iekšējo spēku faktoru epīras no ārējās slodzes;
2. veido jaunu aprēķinu shēmu bez ārējās slodzes un slogo to tikai ar spēka (ja rēķina punkta lineāro pārvietojumu) vai momenta (ja rēķina šķēluma pagriezienu leņķi) vieninieku ($\bar{F}=1$ vai $\bar{M}=1$) tajā vietā un virzienā, kādā pārvietojums jānosaka.
3. Konstruē iekšējo spēku epīras no spēka vai momenta vieninieka;
4. Veic epīru reizināšanu saskaņā ar Vereščagina formulu.

Pārvietojumu aprēķinos parasti neievēro šķērsspēku (Q_x un Q_y), dažreiz arī aksiālā spēka ietekmi.

6.4. piemērs. Vereščagina paņēmiena izmantošana.

Izmantojot Vereščagina paņēmieni, aprēķināt dotās sijas balsta A pagriezienu leņķi φ_A un punkta C vertikālu pārvietojumu y_C , ja $F = 1 \text{ kG}$, $a = 40 \text{ cm}$, $b = 30 \text{ cm}$, $d = 30 \text{ cm}$, $e = 5 \text{ cm}$, $f = 6 \text{ mm}$, $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kG/cm}^2$ (6.8. att. a).

Atrisinājums

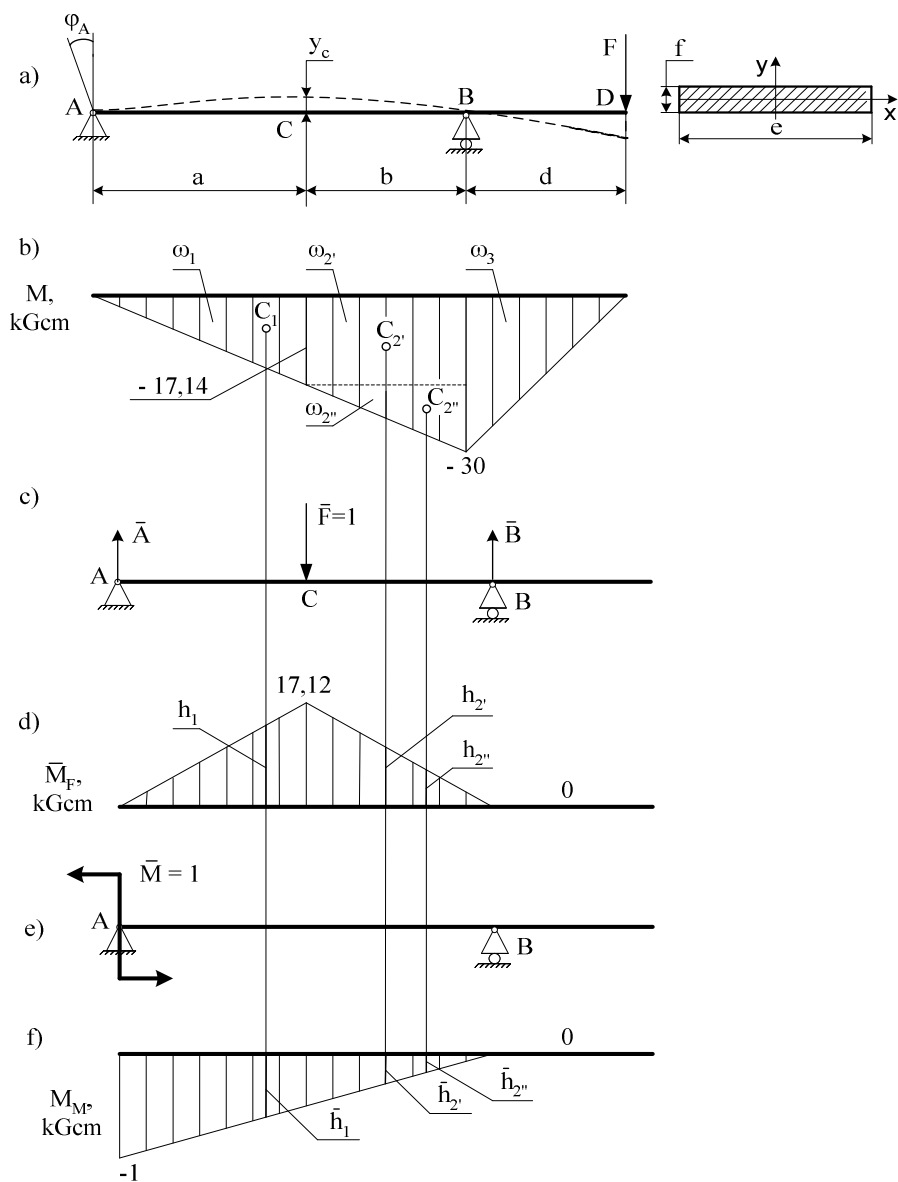
Izmantosim Vereščagina formulu:

$$\Delta = \sum \frac{\omega_i h_i}{EI}.$$

Ar jau zināmiem paņēmieniem zīmējam lieces momenta epīru no sijai pieliktās ārējās slodzes F (6.8. att. b):

$$M_B = F \cdot d = 1 \cdot 30 = 30 \text{ kGm}.$$

Kā redzams, sijai ir trīs posmi: A-C, C-B un B-D. Aprēķinam lieces momenta epīras laukumus ω katrā no posmiem.



6.8. att. Aprēķina shēma un lieces momentu epīras.

Lai aprēķinātu pirmā posma A-C epīras laukumu ω_1 , aprēķināsim epīras augstumu šķēlumā C, t.i., M_C , izmantojot līdzīgu trijstūru malu attiecību:

$$\frac{M_C}{30} = \frac{a}{a+b},$$

no kurienes

$$M_C = \frac{30a}{a+b} = \frac{30 \cdot 40}{40+30} = 17,14 kGcm.$$

Tad epīras laukums posmā A-C būs

$$\omega_1 = -\frac{17,14 \cdot a}{2} = -\frac{17,14 \cdot 40}{2} = -34,28 kGcm.$$

Otrā posmā C-B epīras laukumu veido trapeca. To sadalām divos laukumos – taisnstūra laukumā ω_2' un trijstūra laukumā ω_2'' un aprēķinām šo laukumu lielumus:

$$\omega_2' = -17,14 \cdot b = -17,14 \cdot 30 = -514,2 kG \cdot cm^2.$$

$$\omega_2'' = -\frac{(30-17,14) \cdot b}{2} = -\frac{12,86 \cdot 30}{2} = -192,9 kGcm^2.$$

Trešā posma B-D epīras laukumu ω_3 varam neaprēķināt, jo spēka un momenta vieninieku epīrās šajā posmā laukumi vienādi ar nulli.

Vertikālā pārvietojuma noteikšanai šķēlumā C, veidojam jaunu sijas un balstu zīmējumu, kuru šķēlumā C slogojam ar spēka vieninieku $\bar{F}=1$ (6.8. att. c). Tālāk, zīmējam lieces momenta epīru no šī spēka vieninieka un aprēķinam momentu vērtības h_1 , h_2' un h_2'' šķēlumos zem ārējās slodzes lieces momenta epīras laukumu ω_1 , ω_2' un ω_2'' smagumcentriem C_1 , C_2' un C_2'' (6.8. att. d). Epīru augstumus h_1 , h_2' un h_2'' spēka vieninieka $\bar{F}=1$ epīrā aprēķinam rakstot līdzīgu trijstūru malu attiecības:

$$\frac{h_1}{17,12} = \frac{2a}{3a} = \frac{2}{3},$$

no kurienes

$$h_1 = \frac{17,12 \cdot 2}{3} = 11,41 kGcm.$$

Nav grūti konstatēt, ka

$$h_2' = \frac{\bar{M}_C}{2} = \frac{17,12}{2} = 8,56 kGcm.$$

Lielumu h_2'' atrodam no līdzīgu trijstūru malu attiecībām:

$$\frac{h_{2''}}{17,12} = \frac{b}{3b} = \frac{1}{3},$$

no kurienes

$$h_{2''} = \frac{17,12}{3} = 5,71 \text{ kGcm}.$$

Sijas šķēluma aksiālais inerces moments pret x asi:

$$I_x = \frac{f^3 \cdot e}{12} = \frac{0,6^3 \cdot 5}{12} = 0,09 \text{ cm}^4.$$

Tālāk aprēķinām punkta C vertikālo pārvietojumu:

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{1}{EI_x} (-\omega_1 \cdot h_1 + \omega_{2'} \cdot h_{2'} + \omega_{2''} \cdot h_{2''}) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^6 \cdot 0,09} [(-34,28) \cdot 11,41 + (-514,2) \cdot 8,56 + (-192,9) \cdot 5,71] = -0,032 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Rezultāts ar mīnusa zīmi norāda, ka šķēluma C pārvietojums ir pretējs pieņemtajam spēka vieninieka virzienam, tātad uz leju.

Tālāk aprēķināsim balsta A pagriezienu leņķi. Tam nolūkam zīmējam vēlreiz sijas asi ar balstiem un balstā A pieliekam spēkpāri ar momentu $\overline{M} = 1$, t.i., momenta vieninieku (6.8. att. e).

Zīmējam lieces momenta epīru no momenta vieninieka (6.8. att. f) un aprēķinām momentu vērtības šajā epīrā zem arējās slodzes lieces momenta epīras (6.8. att. a) atsevišķo posmu laukumu smagumcentriem C_1 , $C_{2'}$ un $C_{2''}$, t.i., lielumus $\overline{h}_1$, $\overline{h}_{2'}$ un $\overline{h}_{2''}$, rakstot līdzīgo trijstūru malu attiecības:

$$\frac{\overline{h}_1}{-1} = \frac{\frac{a}{3} + b}{a + b} = \frac{\frac{40}{3} + 30}{40 + 30} = 0,62,$$

no kurienes

$$\overline{h}_1 = -0,62 \text{ kGcm}.$$

No attiecības

$$\frac{\overline{h}_{2'}}{-1} = \frac{\frac{b}{2}}{a + b} = \frac{\frac{30}{2}}{40 + 30} = \frac{15}{70} = 0,21$$

atrodam, ka

$$\bar{h}_{2'} = -0,21 \text{ kGcm}.$$

No attiecības

$$\frac{\bar{h}_{2''}}{-1} = \frac{\frac{b}{3}}{a+b} = \frac{\frac{30}{3}}{40+30} = \frac{1}{7}$$

aprēķinam, ka

$$\bar{h}_{2''} = -\frac{1}{7} = -0,14 \text{ kGcm}.$$

Tālāk aprēķinam balsta A pagriezenia leņķi:

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \frac{1}{EI_x} (\omega_1 \cdot \bar{h}_1 + \omega_{2'} \cdot \bar{h}_{2'} + \omega_{2''} \cdot \bar{h}_{2''}) = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 10^6 \cdot 0,09} [(-34,28)(-0,62) + (-514,2)(-0,21) + (-192,9)(-0,14)] = 0,000868 \text{ rad}. \end{aligned}$$

Pozitīva zīme pie rezultāta skaitliskās vērtības norāda uz to, ka balsta A šķēlums pagriezies momenta vieninieka darbības virzienā.

6.7. PĀRVIETOJUMU NOTEIKŠANA AR SIMPSONA FORMULU

Pārvietojumu noteikšanai lieto noteikto integrāli, kuru var atrisināt ar Simpsona skaitliskās integrēšanas formulu. Pirms integrāļu izskaitļošanas lieces momenta no spēka vieninieka $\bar{M}$ un ārējās slodzes M_F epīrām izdala posmus, kuru robežās skaitliskā integrēšana ērti izdarāma. Lieces momenta epīrās no ārējās slodzes un spēka vieninieka tiek izdalīti attiecīgi integrēšanas posmi.

Lietojot Simpsona formulu posmos, kur abas epīras ir lineāras (6.9. att. a), iegūstam

$$\int_0^l \frac{\bar{M} M_F dz}{EI} = \frac{l}{6EI} (\bar{M}^A M_F^A + 4\bar{M}^C M_F^C + \bar{M}^B M_F^B)$$

un, ievērojot, ka

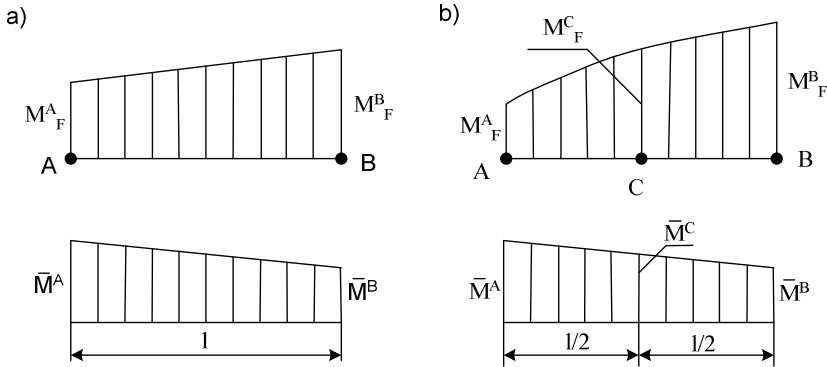
$$\bar{M}^C = \frac{\bar{M}^A + \bar{M}^B}{2}$$

un

$$M_F^C = \frac{M_F^A + M_F^B}{2},$$

iegūstam

$$\int_0^l \frac{\bar{M} M_F dz}{EI} = \frac{l}{6EI} (2\bar{M}^A M_F^A + 2\bar{M}^B M_F^B + \bar{M}^A M_F^B + \bar{M}^B M_F^A). \quad (6.1)$$



6.9. att. Lieces momenta epīras vienam posmam no ārējās slodzes un no spēka vieninieka.

Posmos, kur viena no epīrām ir paraboliska, izskaitļo $\bar{M}^C$ un M_F^C integrēšanas posma vidū (6.9. att. b)

$$\int_0^l \frac{\bar{M} M_F dz}{EI} = \frac{l}{6EI} (\bar{M}^A M_F^A + 4\bar{M}^C M_F^C + \bar{M}^B M_F^B). \quad (6.2)$$

Pēc Simpsona formulas ar trim locekļiem konstanta l gadījumā iegūst pilnīgi precīzus rezultātus, ja abas epīras ir lineāras un ja vienai epīrai ir parabolisks raksturs.

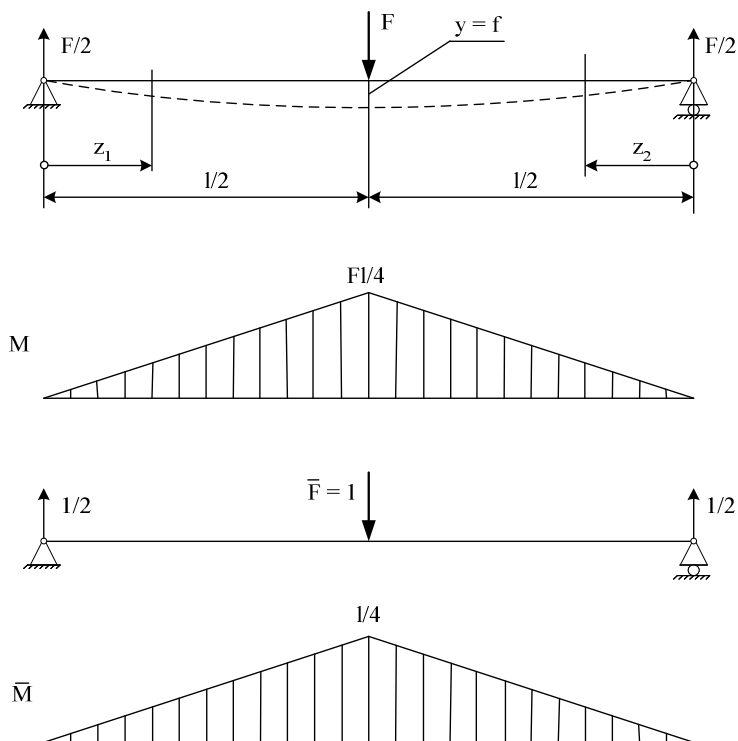
Tālāk apskatīsim dažus piemērus elastīgo pārvietojumu aprēķinam ar Simpsona formulu.

6.5. piemērs. Izlieces aprēķināšana ar Simpsona formulu.

Ar Simpsona formulas palīdzību aprēķināt maksimālo izlieci divbalstu sijai, kura tās vidū slogota ar spēku F , ja $EI = \text{const}$ (6.10. att.).

Atrisinājums

Epīrās ir 2 posmi ar vienādiem lielumiem:



6.10. att. Sijas sloojumi un lieces momenta epīras no ārējās slodzes un no spēka vieninieka.

$$0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2}$$

un

$$0 \leq z_2 \leq \frac{l}{2}.$$

Attiecīgo posmu lieces momentu izteiksmes:

$$M_1 = \frac{F}{2} \cdot z_1$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot z_1,$$

attiecīgi

$$M_2 = \frac{F}{2} \cdot z_2$$

un

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{2} \cdot z_2.$$

Abām lieces momentu epīrām ir lineārs raksturs un aprēķina lielumi ir vienādi. Izlieces aprēķinam izmantojam formulu (6.1).

$$y = f = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_1 \bar{M}_1 dz_1}{EI} = 2 \cdot \frac{l}{2 \cdot 6EI} \left(2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{Fl}{4} \cdot \frac{l}{4} + 0 \cdot \frac{l}{4} + \frac{Fl}{4} \cdot 0 \right) = \frac{Fl^3}{48EI}.$$

6.6. piemērs. Izlieces aprēķināšana ar Simpsona formulu.

Ar Simpsona formulas palīdzību aprēķināt maksimālo izlieci divbalstu sijai, kura slogota ar izkliedētu slodzi q , ja $EI = \text{const}$.

Atrisinājums

Vispirms zīmējam lieces momenta epīras no ārējās slodzes un no spēka vieninieka, kurš pielikts šķēlumā, kur vislielākais lieces moments, t.i., laiduma vidū (6.11. att.).

Epīrās ir 2 posmi ar vienādiem lielumiem:

$$0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2}$$

un

$$0 \leq z_2 \leq \frac{l}{2}.$$

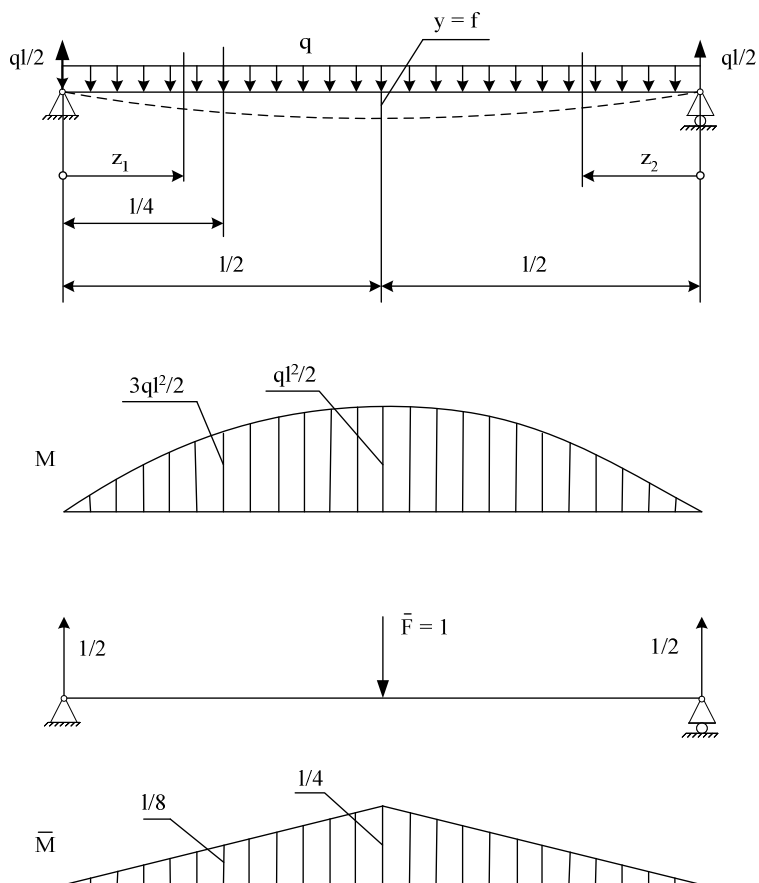
Lieces momentu izteiksmes no ārējās slodzes un spēka vieninieka:

$$M_1 = \frac{ql}{2} \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2}$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot z_1.$$

Otrajā posmā lieces momentu izteiksme no ārējās slodzes un spēka vieninieka ir vienādas kā pirmajā posmā.



6.11. att. Lieces momenta epīras vienam posmam no ārējās slodzes un no spēka vieninieka.

Ja $z_1 = 0$, tad

$$M_1 = 0$$

un

$$\bar{M}_1 = 0,$$

ja $z_1 = \frac{l}{4}$, tad

$$M_1 = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} - \frac{ql^2}{2 \cdot 16} = \frac{3ql^2}{32}$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{l}{8},$$

$$\text{ja } z_1 = \frac{l}{2},$$

tad

$$M_1 = \frac{ql^2}{8}$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{l}{4}.$$

Tā kā otrajā posmā lieces momentu izteiksmes no ārējās slodzes un spēka vieninieka ir vienādas kā pirmajā posmā, tādēļ pirmā posma rezultātu var reizināt ar 2. Viena no epīrām ir paraboliska un tādēļ izmantojam formulu (6.2).

$$y = f = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M_1 \bar{M}_1 dz_1}{EI} = 2 \cdot \frac{l}{2 \cdot 6EI} \left(0 \cdot 0 + 4 \cdot \frac{3ql^2}{32} \cdot \frac{l}{8} + \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{4} \right) = \frac{5ql^4}{384EI}.$$

6.7. piemērs. Deformācijas aprēķins ar Simpsona formulu.

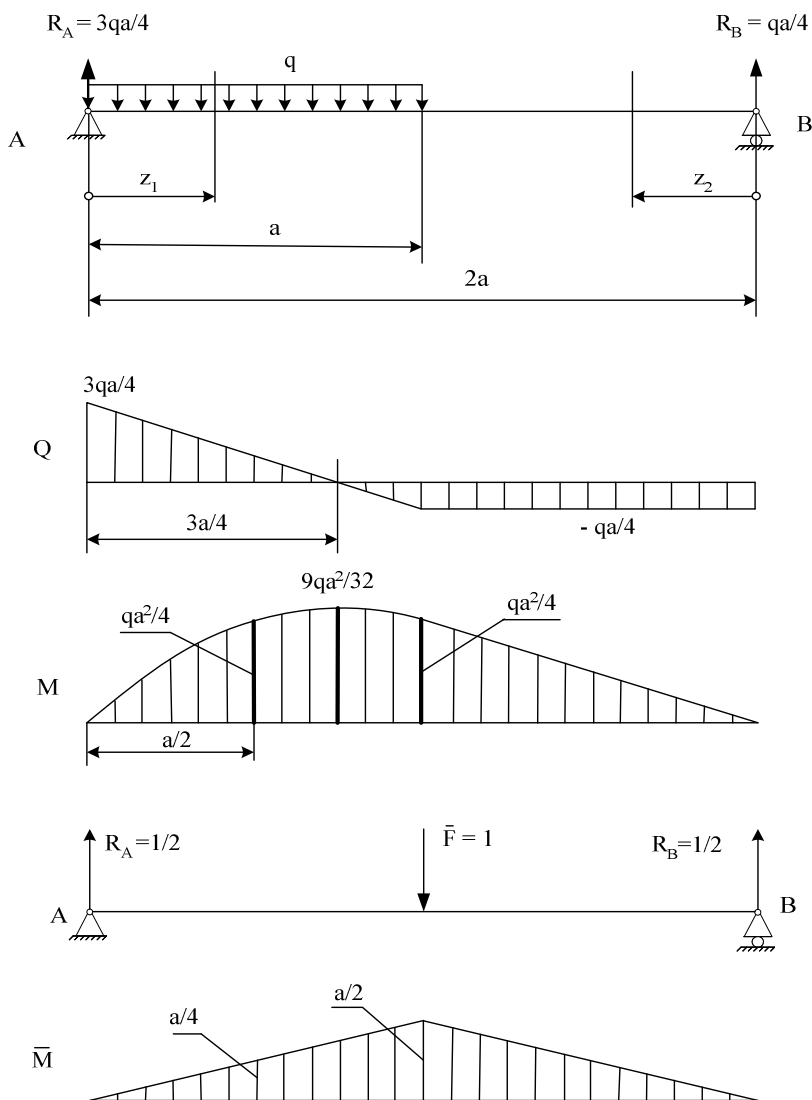
Sija slogota, kā parādīts 6.12. attēlā. Aprēķināt izlieci sijas vidū, izmantojot Simpsona formulu.

Aprēķinām balstu reakcijas no ārējās slodzes

$$\sum M_A = 0;$$

$$-\frac{qa^2}{2} + R_B 2a = 0,$$

$$R_B = \frac{qa}{4};$$



6.12. att. Sijas sloojums, šķērsspēka un lieces momenta epīras no ārējās slodzes un spēka vieninieka.

$$\sum M_B = 0;$$

$$qa \cdot \frac{3}{2}a - R_A \cdot 2a = 0;$$

$$R_A = \frac{3qa}{4}$$

un no spēka vieninieka

$$\sum M_A = 0;$$

$$-1 \cdot a + \bar{R}_B \cdot 2a = 0;$$

$$\bar{R}_B = \frac{1}{2};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-\bar{R}_A \cdot 2a + 1 \cdot a = 0;$$

$$\bar{R}_A = \frac{1}{2}.$$

Pirmā posmā $0 \leq z_1 \leq a$.

Šķērsspēks no ārējās slodzes

$$Q_1 = \frac{3qa}{4} - qz_1,$$

Ja $z_1 = 0$, tad

$$Q_1 = \frac{3qa}{4}$$

un ja $z_1 = a$, tad

$$Q_1 = \frac{3qa}{4} - qa = -\frac{qa}{4}.$$

Ja $Q_1 = 0$, tad

$$\frac{3qa}{4} - q\bar{z}_1 = 0$$

un

$$\bar{z}_1 = \frac{3a}{4}.$$

Lieces moments no ārējās slodzes un spēka vieninieka:

$$M_1 = \frac{3qa}{4} \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2};$$

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot z_1 = \frac{z_1}{2}.$$

Ja $z_1 = 0$, tad

$$M_1 = 0$$

un

$$\bar{M}_1 = 0.$$

Ja $z_1 = \frac{a}{2}$, tad

$$M_1 = \frac{3qa}{4} \cdot \frac{a}{2} - \frac{q}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{qa^2}{4}$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{4}.$$

Ja $z_1 = \bar{z}_1 = \frac{3a}{4}$, tad

$$M_1 = \frac{3qa}{4} \cdot \frac{3a}{4} - \frac{q}{2} \cdot \left(\frac{3a}{4}\right)^2 = \frac{9qa^2}{32}.$$

Ja $z_1 = a$, tad

$$M_1 = \frac{3qa}{4} \cdot a - \frac{qa^2}{2} = \frac{qa^2}{4}$$

un

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} a = \frac{a}{2}.$$

Otrā posmā $0 \leq z_2 \leq a$.

Šķērsspēks no ārējās slodzes

$$Q_2 = -\frac{qa}{4} - \text{const.}$$

Lieces moments no ārējās slodzes un spēka vieninieka:

$$M_2 = \frac{qaz_2}{4}$$

un

$$\bar{M}_2 = \frac{z_2}{2}.$$

Ja $z_2 = 0$, tad

$$M_2 = 0 \text{ un } \bar{M}_2 = 0.$$

Ja $z_2 = a$, tad

$$M_2 = \frac{qa^2}{4}$$

un

$$\bar{M}_2 = \frac{a}{2}.$$

Izlieci sijas vidū aprēķinām ar Simpsona formulas palīdzību. Pirmajā posmā izmantojam formulu (6.2), jo vienai no epīrām ir parabolisks raksturs, bet otrā posmā formulu (6.1), jo abas epīras ir lineāras.

$$\begin{aligned} y = \int_0^a \frac{M_1 \bar{M}_1 dz_1}{EI} + \int_0^a \frac{M_2 \bar{M}_2 dz_2}{EI} &= \frac{a}{6EI} \left(0 + 4 \cdot \frac{qa^2}{4} \cdot \frac{a}{4} + \frac{qa^2}{4} \cdot \frac{a}{2} \right) + \\ &+ \frac{a}{6EI} \left(2 \cdot \frac{qa^2}{4} \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot 0 \cdot 0 + \frac{qa^2}{4} \cdot 0 + 0 \cdot \frac{a}{2} \right) = \frac{5qa^4}{48EI}. \end{aligned}$$

6.8. piemērs. Simpsona formulas pielietošana.

Sija visā garumā slogota ar vienmērīgi izkliedētu slodzi q un koncentrētu spēku $F = qa$. Aprēķināt izlieci šķēlumos C un D, ja $EI = \text{const}$ visā sijas garumā (6.13. att. a).

Atrisinājums

Balstu reakciju aprēķins no ārējās slodzes

$$\sum M_A = 0;$$

$$-qa \cdot \frac{a}{2} - 3qa \cdot \frac{3a}{2} + R_B \cdot 2a = 0;$$

$$R_B = 2,75qa = \frac{22qa}{8}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-R_A \cdot 2a + qa \cdot a + qa \cdot \frac{3a}{2} - \frac{qa^2}{2} + \frac{qa^2}{2} = 0;$$

$$R_A = 1,25qa = \frac{10qa}{8}.$$

Reakciju pārbaude $\sum F_y = 0$;

$$-3qa - qa + \frac{10qa}{8} + \frac{22qa}{8} = 0;$$

$$-4qa + 4qa = 0.$$

Balstu reakcijas no ārējās slodzes aprēķinātas pareizi.

Balstu reakcijas no spēka vieninieka, kurš pielikts šķēlumā D vertikālā virzienā (6.13. att. c).

$$\sum M_A = 0;$$

$$\bar{R}_B \cdot 2a + 1 \cdot 3a = 0;$$

$$\bar{R}_B = -\frac{3}{2}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-\bar{R} \cdot 2a + 1 \cdot a = 0;$$

$$\bar{R}_A = \frac{1}{2}.$$

Aplūkojot abas slogojuma shēmas veidojas trīs posmi. Šajos posmos aprēķinām lieces momentus no ārējās slodzes un no spēka vieninieka (6.13. att. b un d).

Pirmajā posmā $0 \leq z_1 \leq a$:

$$M_1 = \frac{10qa}{8} \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2};$$

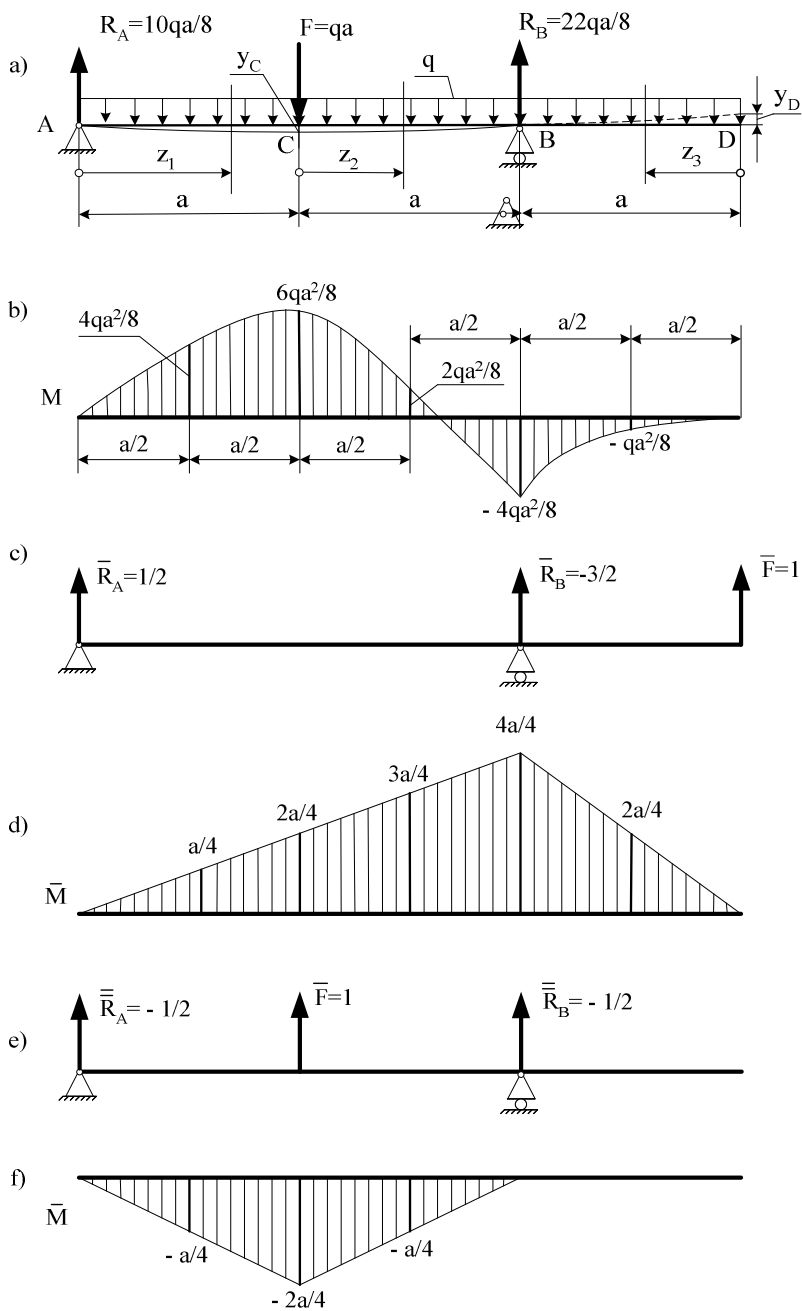
$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} z_1 = \frac{z_1}{2},$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_1 = 0$$

un

$$\bar{M}_1 = 0,$$



6.13. att. Slogojuma shēma un lieces momentu epīras.

ja $z_1 = \frac{a}{2}$, tad

$$M_1 = \frac{10qa}{8} \cdot \frac{a}{2} - \frac{q\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = \frac{4qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a}{4},$$

ja $z_1 = a$, tad

$$M_1 = \frac{10qa}{8} \cdot a - \frac{qa^2}{2} = \frac{6qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_1 = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{2a}{4}.$$

Otrajā posmā $0 \leq z_2 \leq a$.

$$M_2 = \frac{10qa}{8}(a + z_2) - qaz_2 - \frac{q(a + z_2)^2}{2};$$

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{2}(a + z_2),$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_2 = \frac{10qa}{8} \cdot a - \frac{qa^2}{2} = \frac{6qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{2}a = \frac{2a}{4},$$

ja $z_2 = \frac{a}{2}$, tad

$$M_2 = \frac{10qa}{8}\left(a + \frac{a}{2}\right) - qa \cdot \frac{a}{2} - \frac{q\left(a + \frac{a}{2}\right)^2}{2} = \frac{2qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) = \frac{3a}{4},$$

ja $z_2 = a$, tad

$$M_2 = \frac{10qa}{8}(a + a) - qa \cdot a - \frac{q(a + a)^2}{2} = -\frac{4qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_2 = \frac{1}{2}(a + a) = a = \frac{4a}{4}.$$

Trešajā posmā $0 \leq z_3 \leq a$.

$$M_3 = -\frac{qz_3^2}{2};$$

$$\bar{M}_3 = 1 \cdot z_3 = z_3,$$

ja $z_3 = 0$, tad

$$M_3 = 0$$

un

$$\bar{M}_3 = 0,$$

ja $z_3 = \frac{a}{2}$, tad

$$M_3 = -\frac{q\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = -\frac{qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_3 = \frac{a}{2} = \frac{2a}{4},$$

ja $z_3 = a$, tad

$$M_3 = -\frac{qa^2}{2} = -\frac{4qa^2}{8};$$

$$\bar{M}_3 = a = \frac{4a}{4}.$$

Aprēķinām izlieci šķēlumā D, izmantojot Simpsona formulu, ja vienai no lieces momenta epīrām ir parabolisks raksturs (6.13. att. b).

$$\begin{aligned} y_D = & \frac{a}{6EI} \left(0 + 4 \cdot \frac{4qa^2}{8} \cdot \frac{a}{4} + \frac{6qa^2}{8} \cdot \frac{2a}{4} \right) + \\ & + \frac{a}{6EI} \left(\frac{6qa^2}{8} \cdot \frac{2a}{4} + 4 \cdot \frac{2qa^2}{8} \cdot \frac{3a}{4} - \frac{4qa^2}{8} \cdot \frac{4a}{4} \right) + \\ & + \frac{a}{6EI} \left(-\frac{4qa^2}{8} \cdot \frac{4a}{4} - 4 \cdot \frac{qa^2}{8} \cdot \frac{2a}{4} + 0 \right) = \frac{qa^4}{8EI} \end{aligned}$$

Balstu reakcijas no spēka vieninieka, kurš pielikts šķēlumā C vertikālā virzienā (6.13. att. e):

$$\sum M_A = 0;$$

$$1 \cdot a + \bar{\bar{R}}_B \cdot 2a = 0;$$

$$\bar{\bar{R}}_B = -\frac{1}{2}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-\bar{\bar{R}}_A \cdot 2a - 1 \cdot a = 0;$$

$$\bar{\bar{R}}_A = -\frac{1}{2}.$$

Lieces momenti no šī spēka vieninieka:

Pirmajā posmā $0 \leq z_1 \leq a$:

$$\bar{M}_1 = -\frac{1}{2}z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$\bar{M}_1 = 0,$$

ja $z_1 = \frac{a}{2}$, tad

$$\bar{M}_1 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} = -\frac{a}{4},$$

ja $z_1 = a$, tad

$$\bar{M}_1 = -\frac{1}{2}a = -\frac{2a}{4}.$$

Otrajā posmā $0 \leq z_2 \leq a$:

$$\bar{M}_2 = -\frac{1}{2}(a + z_2) + 1 \cdot z_2,$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$\bar{M}_2 = -\frac{1}{2}a = -\frac{2a}{4},$$

ja $z_2 = \frac{a}{2}$, tad

$$\bar{M}_2 = -\frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) + \frac{a}{2} = -\frac{a}{4},$$

ja $z_2 = a$, tad

$$\bar{M}_2 = -\frac{1}{2}(a+a)+a=0.$$

Zīmējam lieces momentu epīru no spēka vieninieka, pielikta šķēlumā C (6.13. att. f).

Sijas izliece šķēlumā C:

$$y_c = \frac{a}{6EI} \left(0 - 4 \cdot \frac{4qa^2}{8} \cdot \frac{a}{4} - \frac{6qa^2}{8} \cdot \frac{2a}{4} \right) + \frac{a}{6EI} \left(-\frac{6qa^2}{8} \cdot \frac{2a}{4} - 4 \cdot \frac{2qa^2}{8} \cdot \frac{a}{4} + 0 \right) = -\frac{qa^4}{4EI}.$$

Mīnusa zīme norāda, ka izliece notiek pretēji pieliktā spēka vieninieka virzienam.

6.9. piemērs. Simpsona formulas pielietošana.

Divbalstu sija slogota ar trim vienādiem spēkiem $F = 20$ kN, kuri izvietoti soļa $a = 2$ m attālumā (6.14. att. a). Pieļaujamā maksimālā izliece $[y] = 40$ mm = 4 cm; $E = 2 \cdot 10^4$ kN/cm² un $[\sigma] = 20$ kN/cm². Izvēlētie velmētā dubult – T profila numuru.

Atrisinājums

Balstu reakcijas no ārējās slodzes

$$\sum M_A = 0;$$

$$-Fa - 2Fa - 3Fa + 4R_B a = 0;$$

$$R_B = \frac{3F}{2}.$$

Tā kā ārējā slodze uzlikta simetriski, tad reakcijas ir vienādas:

$$R_A = R_B = \frac{3F}{2}.$$

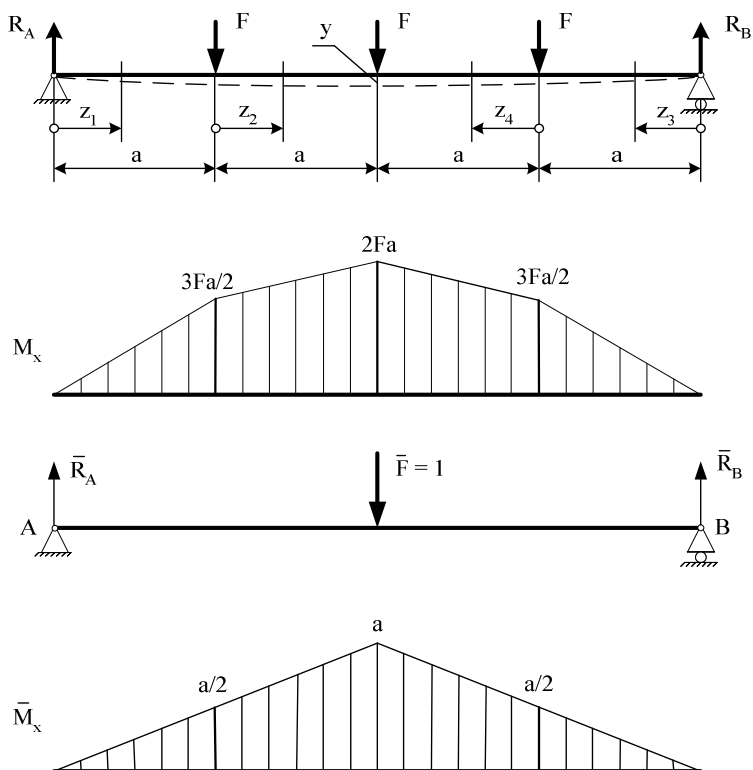
Lieces momentu aprēķins no ārējās slodzes.

$$0 \leq z_1 \leq a;$$

$$M_{x1} = R_A z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_{x1} = 0,$$



6.14. att. Slogojuma shēma, lieces momenta epīras no ārējās slodzes un no spēka vieninieka.

ja $z_1 = a$, tad

$$M_{x1} = \frac{3F}{2} \cdot a = \frac{3 \cdot 20}{2} \cdot 2 = 60 \text{ kNm}.$$

$$0 \leq z_2 \leq a;$$

$$M_{x2} = R_A(a + z_2) - Fz_2 = \frac{3Fa}{2} + \frac{Fz_2}{2},$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{x2} = \frac{3Fa}{2} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 2}{2} = 60 \text{ kNm},$$

ja $z_2 = a$, tad

$$M_{x2} = \frac{3Fa}{2} + \frac{Fa}{2} = 2Fa = 2 \cdot 20 \cdot 2 = 80 \text{ kNm}.$$

Šķēlumi z_3 un z_4 ir analogi šķēlumiem z_1 un z_2 , tādēļ arī lieces momenta epūra ir simetriska.

Maksimālais lieces moments ir sijas vidū

$$\max M_x = 80 \text{ kNm} = 8000 \text{ kNcm}.$$

No stiprības nosacījuma liecē izsakām nepieciešamo aksiālo pretestības momentu.

$$\max \sigma = \frac{\max M_x}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$W_x \geq \frac{\max M_x}{[\sigma]} = \frac{8000}{20} = 400 \text{ cm}^3.$$

Izvēlamies dubult – T profilu Nr. 27a, kuram :

$$A = 43,2 \text{ cm}^2; W_x = 407 \text{ cm}^3 \text{ un } I_x = 5500 \text{ cm}^4.$$

Maksimālā izliece ir sijas vidū. Tādēļ uz divbalstu jaunas sijas tajā vietā un virzienā, kur ir jāaprēķina izliece pieliekam spēka vieninieku $\bar{F} = 1$.

Balstu reakcijas no spēka vieninieka:

$$\sum M_A = 0;$$

$$-\bar{F} \cdot 2a + \bar{R}_B \cdot 4a = -1 \cdot 2a + \bar{R}_B \cdot 4a = 0;$$

$$\bar{R}_A = \bar{R}_B = \frac{1}{2}.$$

Lieces momenti no spēka vieninieka

$$0 \leq z_1 \leq a;$$

$$\bar{M}_{x1} = \bar{R}_A \cdot z_1 = \frac{z_1}{2},$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$\bar{M}_{x1} = 0,$$

ja $z_1 = a$, tad

$$\bar{M}_{x1} = \frac{a}{2}.$$

$$0 \leq z_2 \leq a;$$

$$\bar{M}_{x2} = \bar{R}_A (a + z_2),$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$\bar{M}_{x2} = \frac{a}{2},$$

ja $z_2 = a$, tad

$$\bar{M}_{x2} = \frac{1}{2}(a + a) = a.$$

Šķēlumi z_3 un z_4 analogi šķēlumiem z_1 un z_2 , tad arī lieces momenta epīra no spēka vieninieka ir tāda paša kā sijas kreisajā pusē.

Sijas maksimālās izlieces aprēķinam izmantojam Simpsona formulu, kad abas epīras ir lineāra rakstura. Epīras ir vienādas pirmajā un trešajā posmā, kā arī otrajā un ceturtajā posmā.

$$\begin{aligned} y &= 2 \cdot \frac{a}{6EI_x} \left(0 + 2 \cdot \frac{3Fa}{2} \cdot \frac{a}{2} + 0 + 0 \right) + 2 \cdot \frac{a}{6EI_x} \left(2 \cdot \frac{3Fa}{2} \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot 2Fa \cdot a + \frac{3Fa}{2} \cdot a + 2Fa \cdot \frac{a}{2} \right) = \\ &= \frac{a}{3EI_x} \left(\frac{3Fa^2}{2} + \frac{3Fa^2}{2} + \frac{8Fa^2}{2} + \frac{3Fa^2}{2} + \frac{2Fa^2}{2} \right) = \frac{19Fa^3}{6EI_x}. \end{aligned}$$

Stiprības nosacījums sijai stingumā ir

$$\frac{19Fa^3}{6EI_x} \leq [y];$$

izsakām aksiālo inerces momentu

$$I_x \geq \frac{19Fa^3}{6E[y]} = \frac{19 \cdot 20 \cdot 200^3}{6 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 4} = 6333 \text{ cm}^4.$$

Izvēlamies no sortimenta tabulām dubult – T profila Nr. 30, kuram $A = 46,5 \text{ cm}^2$, $W_x = 472,0 \text{ cm}^3$ un $I_x = 7080 \text{ cm}^4$. Šajā gadījumā noteicošais ir sijas stinguma aprēķins.

6.8. DEFORMĀCIJAS NO TEMPERATŪRAS IZMAIŅAS

Temperatūras izmaiņas rezultātā konstrukciju elementu izmēri mainās – sasilstot palielinās, bet atdziestiet samazinās. Tas izsauc stieņu šķēlumu lineāros un leņķiskos

pārvietojumus. Nolūkā atrast izteiksmes šo deformāciju aprēķinam apskatīsim bezgala mazu stieņa elementu ar garumu dz (6.15. att.).

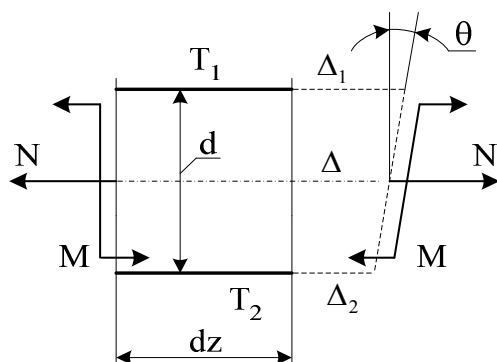
Pieņemam, ka stieņa augšējās malas malu temperatūra paaugstinās par T_1 , bet apakšējās malas temperatūra par T_2 grādiem. Tad elementa augšējā mala pagarināsies par

$$\Delta_1 = \alpha T_1 dz, \quad (6.50)$$

bet apakšējā mala par

$$\Delta_2 = \alpha T_2 dz, \quad (6.51)$$

kur α – stieņa materiāla termiskās izplešanās koeficients.



6.15. att. Stieņa elementa deformācijas no temperatūras izmaiņas.

Stieņa deformāciju rezultātā mainās tajā akumulētā potenciālā enerģija. Aksiālais spēks $N(z)$, elementam deformējoties, pārvietojas par lielumu Δ , kas izsauc potenciālās enerģijas izmaiņu par

$$\Delta N(z) = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} N(z) = \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} N(z) dz \quad (6.52)$$

Stieni slogojošais moments temperatūras izmaiņas rezultātā pagriežas par leņķi

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{d}. \quad (6.53)$$

Potenciālā enerģija no momenta pagriešanās izmainīsies par lielumu

$$M(z)\theta = M(z) \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{d} = \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} M(z) dz. \quad (6.54)$$

Elementa potenciālā enerģija izmainīsies par

$$dU_T = \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} N(z) dz + \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} M(z) dz. \quad (6.55)$$

Visas sistēmas potenciālās enerģijas izmaiņu aprēķināsim kā

$$U_T = \int_L dU_T = \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} N(z) dz + \int_L \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} M(z) dz. \quad (6.56)$$

Stieņa deformāciju aprēķinam izmantosim Kastiljano formulu. Jebkura stieņa punkta r pārvietojumu temperatūras izmaiņas rezultātā aprēķinam

$$\Delta r_T = \int_L \frac{\partial U_T}{\partial F_r} = \int_L \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \frac{\partial N(z)}{\partial F_r} dz + \int_L \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} \frac{\partial M(z)}{\partial F_r} dz. \quad (6.57)$$

Analogu rezultātu iegūsim izmantojot Mora integrāli:

$$\Delta r_T = \int_L \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \bar{N}(z) dz + \int_L \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} \bar{M}(z) dz. \quad (6.58)$$

Atvasinot potenciālo enerģiju pēc momenta, aprēķinam šķēluma pagriezienu leņķi:

$$\Delta r_T = \frac{\partial U_T}{\partial M_k} = \int_L \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \frac{\partial N(z)}{\partial M_k} dz + \int_L \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} \frac{\partial M(z)}{\partial M_k} dz. \quad (6.59)$$

Izmantojot Mora integrāli, būs

$$\theta_{kT} = \int_L \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \bar{N}(z) dz + \int_L \alpha \frac{T_1 - T_2}{d} \bar{M}(z) dz. \quad (6.60)$$

SALIKTIE SLOGOJUMI

Par saliktu slogojumu sauc tādu slogojumu, kad stienis (sija, kolonna) vienlaicīgi pakļauta diviem vai vairākiem pamatslogojumiem; stiepei, spiedei, bīdei, vērpei un liecei. Praksē visbiežāk sastopami šādi saliktie slogojumi: greizā liece, ekscentriskā spiede (stiepe), spiede (stiepe) un liece, liece un vērpe, liece vērpe un spiede (stiepe). Lai noteiktu spriegumus saliktā slogojumā, sadalām vienkāršos slogojumus un aprēķinām tiem spriegumus. Pēc spēku darbības neatkarības principa, iegūtos spriegumus saskaitām: normālos spriegumus σ - algebriski, bet tangenciālos spriegumus τ - ģeometriski.

Aprēķinot konstrukciju, svarīgākais uzdevums ir atrast visvairāk noslogoto konstrukcijas daļu. Uzrakstot šai daļai sakarību starp spriegumiem un ārējiem spēkiem, iegūst izteiksmi stiprības aprēķinam. Ar šo izteiksmi var aprēķināt vai nu nepieciešamos šķērsgriezuma izmērus vai arī noteikt pieļaujamo spēku vērtības esošajam šķērsgriezumam.

Salikta slogojuma gadījumā aprēķinu secība var būt sekojoša:

1. Sastāda reālajam objektam aprēķina shēmu. Tas ir konstrukcijas elementu aizstāj ar tā ass līniju, kura attēlo šķērsgriezumu laukumu smagumcentru novietojumu telpā.

2. Zīmē iekšējo spēku un momentu epīras. Jāatceras, ka epīru plaknēm jāsakrīt ar plaknēm, ko veido šķēluma galvenās inerces asis.

3. Analizē iekšējo spēku un momentu epīras, atrod bīstamo šķēlumu, t. i., to šķēlumu, kurā spriegumi varētu sasniegt vislielākās vērtības. Ja stienša šķērsgriezums nemainās, tad bīstamais šķēlums ir tur, kur iekšējo spēku epīrām ir vislielākās vērtības.

4. Raksta sakarības spriegumiem no katra iekšējā spēka un momenta bīstamajā šķēlumā.

5. Kopējos normālos spriegumus jebkurā šķēluma punktā iegūst, summējot algebriski visus normālos spriegumus. Kopējos tangenciālos spriegumus iegūst, summējot ģeometriski tangenciālos spriegumus.

6. Izmantojot kādu no stiprības teorijām, iegūst ekvivalentā sprieguma izteiksmi.
Stiprības noteikums

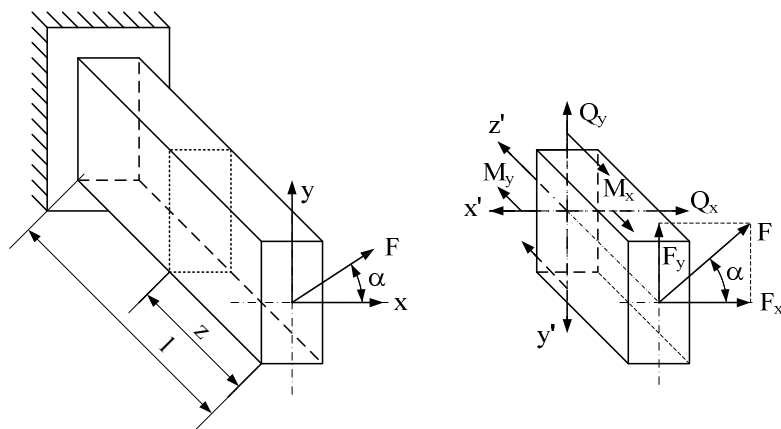
$$\max \sigma_e \leq [\sigma]$$

dod izteiksmi šķērsriezuma laukuma izmēru vai pieļaujamās slodzes aprēķinam.

7.1. GREIZĀ LIECE

Par greizo lieci sauc tādu lieces gadījumu, kad lieces momenta darbības plakne iet caur sijas asi, bet neiet ne caur vienu no šķēluma galvenajām inerces asīm.

Tāpat kā šķērslieces gadījumā, šķērsspēka radītiem tangenciāliem spriegumiem (τ) ir niecīga ietekme salīdzinot ar normāliem spriegumiem (σ).



7.1. att. Greizās lieces slogojums.

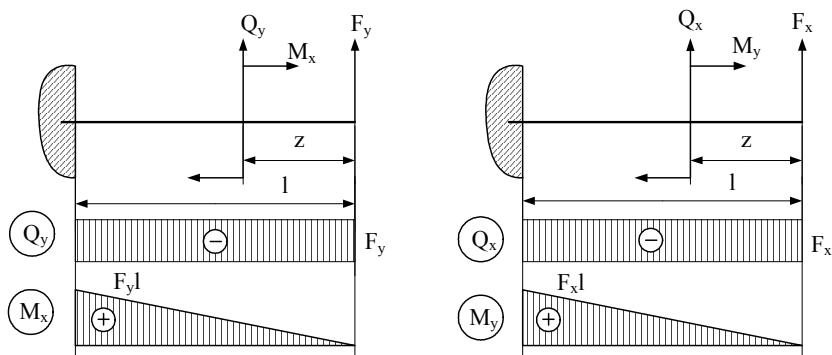
Praktiskos greizās šķērsbieces aprēķinos izmanto tīrās lieces formulas normālo spriegumu noteikšanai un tangenciālos spriegumus ignorē.

Aplūkosim konsolsiju (7.1. att.), slogotu ar spēku F .

Šķēlumā $0 \leq z \leq l$ spēka projekcijas

$$F_x = F \cdot \cos \alpha ;$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha .$$



7.2. att. Lieces momentu epīras.

Lieces momenti (7.2. att.):

$$M_x = F_y z = Fz \sin \alpha ;$$

$$\max M_x = Fl \sin \alpha ;$$

$$M_y = F_x z = Fz \cos \alpha ;$$

$$\max M_y = Fl \cos \alpha .$$

Bīstamais šķēlums ir iespīlējumā, ja $z=l$, kur kopējais lieces moments

$$\max M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} . \quad (7.1)$$

Kopējā lieces momenta pēda bīstamajā šķēlumā ar x asi veido leņķi α (7.3. att.).

Leņķi α aprēķina ar izteiksmi

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_x}{M_y} . \quad (7.2)$$

Ja aprēķinātais leņķis $\alpha > 0$, tad pēdu no x ass pagriež pret pulksteņa rādītāja virzienu par leņķi α , ja otrādi, tad pulksteņa rādītāja virzienā.

Lieces momenta M pēda greizās lieces gadījumā nesakrīt ne ar vienu no šķēluma galvenajām inerces asīm. Šajā gadījumā greizo lieci var uzskatīt kā divu šķērslieču summu.

Atsevišķās šķērslieču plaknēs normālos spriegumus σ var aprēķināt ar izteiksmēm

$$\sigma_{Mx} = -\frac{M_x y}{I_x}$$

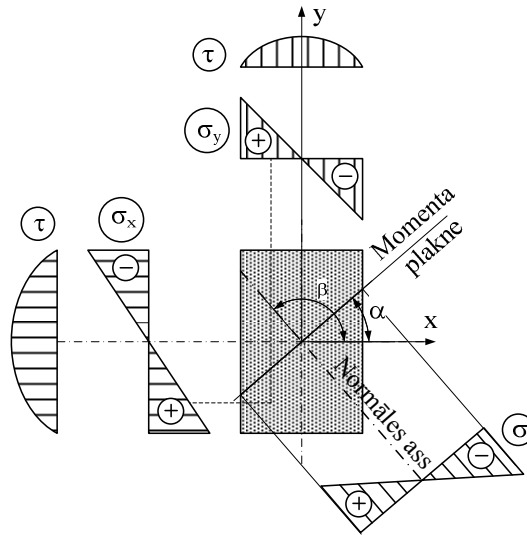
un

$$\sigma_{My} = -\frac{M_y x}{I_y}. \quad (7.3)$$

Izmantojot spēku darbības neatkarības principu, spriegumus sakaitām

$$\sigma = \sigma_{Mx} + \sigma_{My} = -\frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y}, \quad (7.4)$$

kur x un y patvaļīga punkta koordinātas šķēlumā.



7.3. att. Spriegumu epīras bīstamajā šķēlumā.

Ja iegūtie spriegumi $\sigma > 0$, tad šajā punktā ir stiepe, ja $\sigma < 0$, tad spiede.

Atrodam neitrālās ass stāvokli bīstamajā šķēlumā. Uz neitrālās ass normālie spriegumi ir vienādi ar nulli ($\sigma = 0$);

$$-\frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y} = 0. \quad (7.5)$$

Apzīmējam neitrālās ass stāvokļa leņķi β ar x asi, pieņemot

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y}{x}.$$

$$\text{Izteiksmi } -\frac{M_x y}{I_x} - \frac{M_y x}{I_y} = 0 \text{ nodalām ar } x \text{ un iegūstam}$$

$$-\frac{M_x \operatorname{tg} \beta}{I_x} - \frac{M_y}{I_y} = 0,$$

tad

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{M_y I_x}{M_x I_y}. \quad (7.6)$$

Regulāriem daudzstūriem, sākot no regulāra trīsstūra, kvadrāta līdz aplim, kuriem $I_x = I_y$ neitrālā ass ir perpendikulāra momenta pēdai un tā ir parastā liece vai šķērslice.

Greizās lieces gadījumā lielākie normālie spriegumi būs bīstamajā šķēlumā ($z = l$) visattālākajos punktos B un D no neitrālās ass, tad stiprības nosacījumi būs

$$\begin{aligned} \sigma_{sp} &= -\frac{M_x y_D}{I_x} - \frac{M_y x_D}{I_y} \leq [\sigma]_{sp}; \\ \sigma_{st} &= -\frac{M_x y_B}{I_x} - \frac{M_y x_B}{I_y} \leq [\sigma]_{st}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Ja sijas šķērsgriezums veido taisnstūra formu ar divām simetrijas asīm, tad iepriekš minētos stiprības nosacījumus var pārveidot

$$\begin{aligned} \max \sigma_{st} &= \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]_{st}; \\ \max \sigma_{sp} &= -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]_{sp}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

7.1. piemērs. Stiprības aprēķini.

Tērauda sija A-B (7.4. att.), slogota ar spēkiem $F_1 = 2 \text{ kN}$ un $F_2 = 4 \text{ kN}$. Sijas garums $l = 4 \text{ m}$ un tās šķērsgriezuma izmērs $c = 0,02 \text{ m}$.

1. Konstruēt lieces momenta epīras galvenajās inerces asīs.
2. Ar epīru palīdzību noskaidrot bīstamo šķēlumu.
3. Aprēķināt lielākos stiepes un spiedes normālos spriegumus.

4. Bīstamajā šķēlumā atrast lieces momenta pēdas un neitrālās ass stāvokli.

Atrisinājums

Balstu reakcijas un lieces momenti yz plaknē:

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$-F_2 \frac{l}{2} + B_y l = 0;$$

$$B_y = \frac{F_2}{2} = \frac{4}{2} = 2kN.$$

$$\sum F_{iy} = 0;$$

$$A_y - F_2 + B_y = 0;$$

$$A_y = F_2 - B_y = 4 - 2 = 2kN.$$

$$M_{xC} = A_y \frac{l}{4} = 2 \frac{4}{4} = 2kNm$$

un

$$M_{xD} = A_y \frac{l}{2} = 2 \frac{4}{2} = 4kNm.$$

Sijas šķēluma aksiālie inerces momenti:

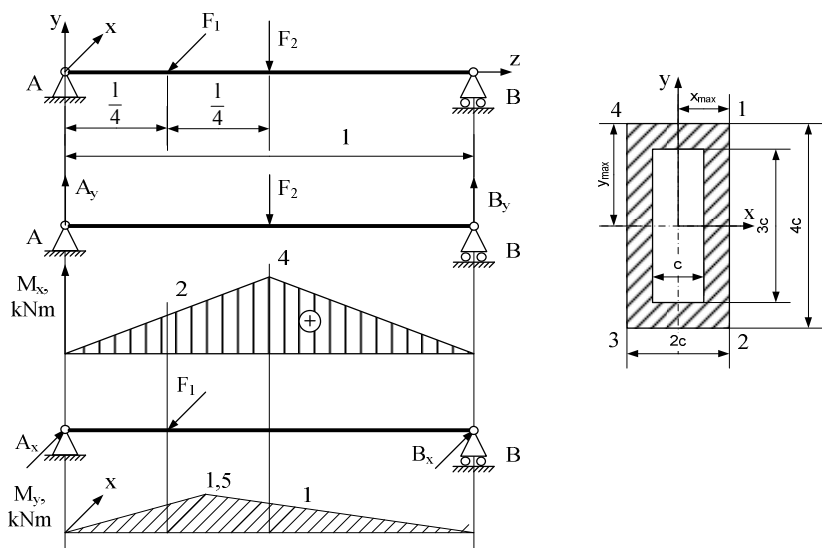
$$I_x = \frac{(4c)^3 2c}{12} - \frac{(3c)^3 c}{12} = 8,42c^4 = 8,42 \cdot 0,02^4 = 1,35 \cdot 10^{-6} m^4,$$

$$I_y = \frac{(2c)^3 4c}{12} - \frac{c^3 3c}{12} = 2,42c^4 = 2,42 \cdot 0,02^4 = 0,39 \cdot 10^{-6} m^4.$$

Sijas šķēluma aksiālie pretestības momenti:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{8,42c^4}{2c} = 4,21c^3 = 4,21 \cdot 0,02^3 = 33,68 \cdot 10^{-6} m^3,$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{2,42c^4}{c} = 2,42c^3 = 2,42 \cdot 0,02^3 = 19,36 \cdot 10^{-6} m^3.$$



7.4. att. Sijas slodrojuma shēma, šķērsriezuma laukums un lieces momenta epīras.

Maksimālie normālie spriegumi šķēlumā C:

$$\sigma_{\max}^{(C)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{2 \cdot 10^3}{33,68 \cdot 10^{-6}} + \frac{1,5 \cdot 10^3}{19,36 \cdot 10^{-6}} = 136,9 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 136,9 \text{ MPa}.$$

Maksimālie normālie spriegumi šķēlumā D:

$$\sigma_{\max}^{(D)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{4 \cdot 10^3}{33,68 \cdot 10^{-6}} + \frac{1 \cdot 10^3}{19,36 \cdot 10^{-6}} = 170,4 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 170,4 \text{ MPa}.$$

Bīstamais šķēlums ir punktā D, jo šajā šķēlumā ir lielākie normālie spriegumi.

Lieces momenta pēdas leņķis ar x asi šķēlumā D:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M_x}{M_y} = \frac{4}{1}; \quad \alpha = 75,96^\circ.$$

Neitrālās ass stāvokļa leņķis β ar x asi šķēlumā D (7.5. att.):

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{I_x}{I_y} = -\frac{4}{1} \cdot \frac{1,35 \cdot 10^{-6}}{0,39 \cdot 10^{-6}} = -13,85,$$

tad

$$\beta = -85,87^\circ.$$

Lielākie normālie spriegumi ir visattālākajos punktos no neitrālās ass, tas ir punktā (1) lielākie spiedes spriegumi, bet punktā (3) lielākie stiepes spriegumi.

7.2. EKSCENTRISKĀ SPIEDE (STIEPE)

Centriskās spiedes (stiepes) gadījumā spēks F darbojas šķēluma smaguma centrā. Ekscentriskās spiedes vai stiepes gadījumā spēka F pielikšanas punkts nobīdīts no šķēluma smaguma centra par attālumu e (ekscentricitāti).

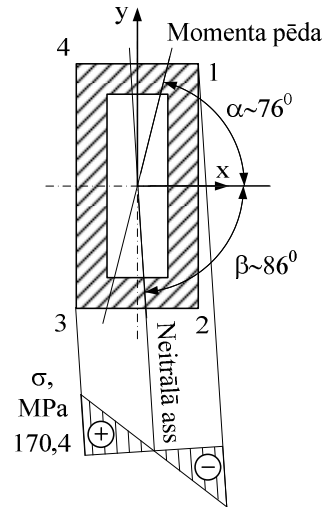
Par ekscentrisko spiedi (stiepi) sauc tādu slogojuma veidu, kad spiedes spēka darbības līnija ir paralēla stieņa asij un nesakrīt ar to. Vispārīgā ekscentriskās spiedes gadījumā darbojas lieces momenti M_x un M_y , kā arī aksiālais spēks N .

Ekscentriskā spiede (stiepe) ir viens no visbiežāk sastopamiem konstrukciju slogojuma veidiem. Pie tam jāievēro, ka pat neliela slodzes ekscentricitāte e (7.6. att.), kad spēka F pielikšanas punkts nobīdīts no šķēluma smaguma centra C jūtami maina spriegumu sadalījumu šķēlumā.

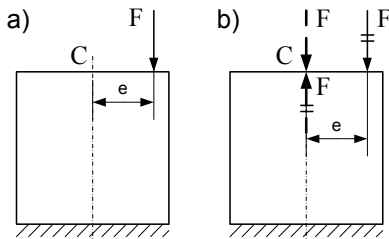
Analizēsim sīkāk ekscentriskās spiedes gadījumu. Aplūkosim stieni (7.6. att.a); pārnesam spiedes spēku uz šķēluma smaguma centru par ekscentricitāti e un smaguma centrā pieliekam pretēji vērstu spēku F (7.6. att. b). Līdzvērtīgā spēku sistēmā laukuma smaguma centrā (C) darbojas spiedes spēks F un spēkpāris ($F-F$) ar momentu $M=Fe$.

Ass spiedes un tīrās lieces spriegumi visos šķērsgriezumos ir vienādi, tāpēc izturības pārbaudi var izdarīt jebkurā šķērsgriezumā.

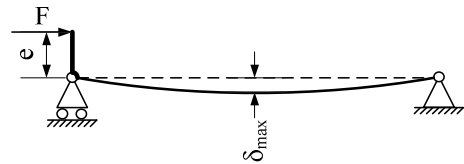
Ekscentriskās spiedes aprēķinu gadījumā netiek ievērtēts lieces moments no stieņa izlieces, kas rodas no šķērsspēka (7.7. att.).



7.5. att. Neitrālās ass stāvoklis un normālo spriegumu epīra.



7.6. att. Ekscentriskais slogojums.



7.7. att. Izliece ekscentriskās spiedes gadījumā.

Spriegumi ekscentriskā spiedē

Analizēsim sīkāk ekscentriskās spiedes gadījumu, kad spiedes spēks F pielikts 1. kvadrantā punktā K (7.8. att.). Iekšējo spēku faktoru epīras N , M_x un M_y visā stieņa garumā ir vienādas. Šķēlumā z atmetīsim stieņa (kolonnas) apakšējo daļu un aplūkosim tās augšējās daļas līdzsvaru (7.8. att.), kur x un y ir šķērsgriezuma galvenās centrālās asis, bet e_x un e_y ir spēka F darbības līnijas koordinātas.

Aprēķinām spriegumus patvaļīgā šķēluma punktā ar koordinātām x un y .

No spēka F rodas spiedes spriegums

$$\sigma_{sp} = \frac{N}{A} = -\frac{F}{A}, \quad (7.9)$$

kur A – stieņa šķērsgriezuma laukums

$N = -F$ - aksiālais spēks.

Kopējo lieces momentu sadalām divās komponentēs

$$M_x = -Fe_y$$

un

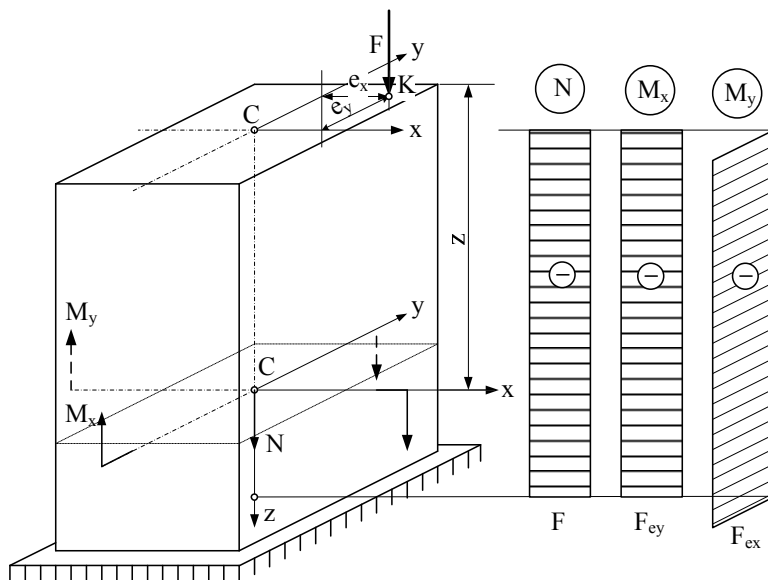
$$M_y = -Fe_x. \quad (7.10)$$

Tie rada lieces normālos spriegumus

$$\sigma_M = -\frac{M_y x}{I_y} - \frac{M_x y}{I_x}. \quad (7.11)$$

Pamatojoties uz spriegumu summēšanas principu, iegūstam kopējos normālos spriegumus

$$\sigma = \sigma_{sp} + \sigma_M = - \left(\frac{F}{A} + \frac{F e_y x}{I_y} + \frac{F e_x y}{I_x} \right). \quad (7.12)$$



7.8. att. Iekšējo spēku faktoru epīras.

Ievietojot 7.12. formulā (7.10) un (7.11), iegūsim

$$\sigma = -F \left(\frac{1}{A} + \frac{e_x x}{I_y} + \frac{e_y y}{I_x} \right). \quad (7.13)$$

Ar šīs formulas palīdzību var noteikt spriegumus σ jebkurā šķēluma punktā, ierakstot e_x un e_y ar attiecīgām zīmēm un ekscentriskās stiepes gadījumā formulā (7.13) – zīmes vietā jāraksta + zīme.

Formulu (7.13) var pārveidot, inerces momentus aizvietojo ar zināmām sakarībām

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A}$$

un

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A}, \quad (7.14)$$

kur i_x un i_y – šķēluma laukuma galvenie inerces radiusi.

No izteiksmēm (7.13) un (7.14) iegūstam normālo spriegumu aprēķinu formulu

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_x^2} \right). \quad (7.15)$$

Neitrālās ass vienādojumu iegūstam, pieņemot $\sigma = 0$; tā kā $\frac{F}{A} \neq 0$, tad

$$1 + \frac{e_x x}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_x^2} = 0. \quad (7.16)$$

Aplūkosim šķēlumu z (7.9. att.), kur x_0 un y_0 ir neitrālās ass tekošās koordinātas.

Punktam M

$$x = x_0 \quad \text{un} \quad y = 0,$$

bet punktam R

$$y = y_0 \quad \text{un} \quad x = 0,$$

ievietojot vienādojumā (7.16) iegūstam neitrālās ass koordinātas

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{e_x}$$

un

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{e_y}. \quad (7.17)$$

Neitrālā ass šķēlumu sadala divās daļās: spiestajā ($-\sigma$) un stieptajā ($+\sigma$) daļā. Maksimālie spriegumi $|\sigma_{\max}|$ darbojas visattālākajā šķēluma punktā no neitrālās ass, tas ir punktā 3 (7.9. att.). Ja materiāls vienādi pretojas stiepei un spiedei, tad stiprības nosacījums ir

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_x^2} \right) \leq [\sigma], \quad (7.18)$$

kur x un y šķēluma attālākā punkta koordinātas no neitrālās ass.

Ja stienā materiāls dažādi pretojas stiepei un spiedei, tad atsevišķi jāpārbauda attālākajos pretējos punktos no neitrālās ass spriegumi stiepē un spiedē

$$\sigma_{(1)}^{(3)} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_x^2} \right) \leq \left[\sigma_{st(1)}^{sp(3)} \right]. \quad (7.19)$$

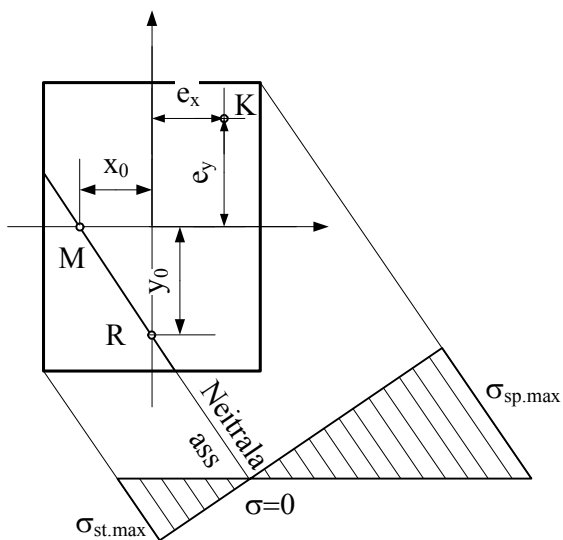
Stiepiem (kolonnām), kuru šķērsgriezumiem ir divas simetrijas asis, ekscentriskās spiedes gadījumā normālo spriegumu noteikšanai var izmantot izteiksmi

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}. \quad (7.20)$$

Šķēluma kodols

Praksē ļoti bieži tiek pielietoti tādi materiāli kā betons, ķieģeļi un citi, kuri praktiski nav

spējīgi pretoties stiepes spriegumiem. Tādēļ arī konstrukcijas no šādiem materiāliem ir jāprojektē tā, lai nekur šķērsgriezuma laukuma robežās neparādītos stiepes spriegumi. Ja ekscentriskās spiedes gadījumā, spēka ekscentricitāte būs neliela, tad nelieli būs arī lieces momenta izraisītie stiepes spriegumi. Summējot šos spriegumus ar spiedes spriegumiem no spiedes spēka, pēdējie pārklās stiepes spriegumus un kopējie spriegumi visās šķēluma vietās būs spiedes. Tādā gadījumā neitrālā ass nešķērsos laukuma robežas. Vissliktākais gadījums, ko drīkst pieļaut, ir gadījums, kad neitrālā ass iet caur kādu no laukuma kontūras punktiem, t. i., spiedes spriegumu vērtība kādā laukuma punktā nokritīsies līdz nullei, bet stiepe vēl nesāksies. No iepriekš minētā izriet, ka var atrast tādas ekscentricitātes vērtības, kuras visā šķērsgriezuma laukumā dos tikai spiedes spriegumus. Atliekot šīs pieļaujamās ekscentricitātes uz visām pusēm no laukuma smaguma centra, iegūst tā saukto šķēluma kodolu. Laukuma daļu ap šķēluma smagumcentru, kurā pielikts spiedes spēks, nerada nevienā šķērsgriezuma laukuma vietā stiepes spriegumus, sauc par šķēluma kodolu. Lai noteiktu tā kontūras,



7.9. att. Neitrālā ass un spriegumu epīra.

pieņem, ka neitrālā ass iet caur šķērsriezuma laukuma kontūras ārējiem punktiem (kā pieskares).

No izteiksmēm (7.17) izsakām spēka pielikšanas koordinātas

$$e_x = -\frac{i_y^2}{x_0}$$

un

$$e_y = -\frac{i_x^2}{y_0} . \quad (7.21)$$

Aplūkosim šķēluma laukuma kodola konstruēšanu taisnstūra šķēlumam (7.10. att.).

Taisnstūra šķēluma laukuma ģeometriskie raksturotāji:

laukums

$$A = hb;$$

aksiālie inerces momenti

$$I_x = \frac{h^3 b}{12}$$

un

$$I_y = \frac{hb^3}{12};$$

inerces rādiusu kvadrāti

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{h^2}{12}$$

un

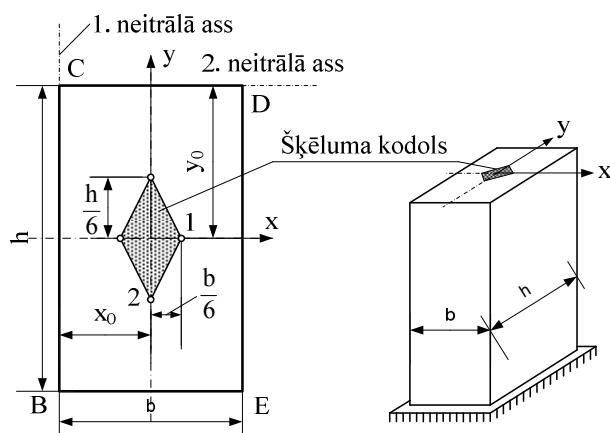
$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{b^2}{12} .$$

Pieņemam, ka 1. neitrālā ass sakrīt ar malu BC, tad

$$x_0 = -\frac{b}{2}$$

un

$$y_0 = \infty .$$



7.10. att. Taisnstūra laukuma šķēluma kodols.

Ievietojot izteiksmē (7.21), iegūstam spiedes spēka pielikšanas koordinātas punktā 1.

$$e_{x1} = -\frac{i_y^2}{x_0} = -\frac{\frac{b^2}{12}}{-\frac{b}{2}} = \frac{b}{6}$$

un

$$e_{y1} = -\frac{i_x^2}{y_0} = -\frac{\frac{h^2}{12}}{\infty} = 0.$$

Analogi pieņemam, ka 2. neitrālā ass sakrīt ar malu C-D, kurai

$$y_0 = \frac{h}{2} \text{ un } x_0 = \infty,$$

ievietojot izteiksmē (7.21), iegūstam

$$e_{y2} = \frac{h}{2}$$

un

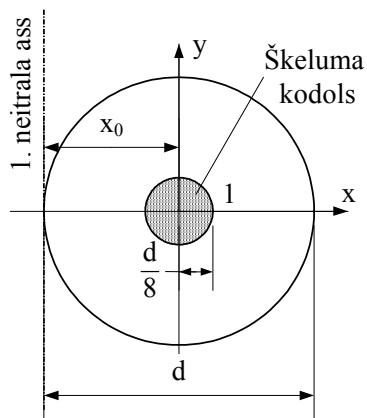
$$e_{x2} = 0.$$

3. un 4. punktu konstruēšana analoga iepriekšējam aprēķinam. Savienojot punktus 1; 2; 3 un 4, iegūstam šķēluma kodola laukumu.

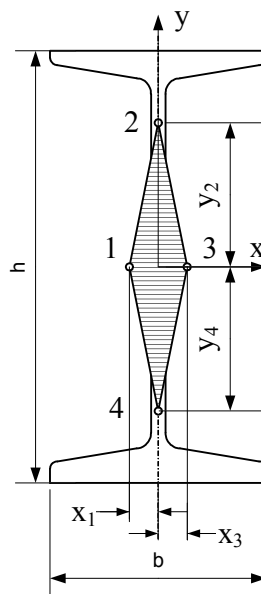
Līdzīgi atrodam šķēluma kodolu riņķim (7.11. att.). Šķēluma raksturotāji riņķim:

Šķeluma laukums (7.11. att.)

$$A = \frac{\pi d^2}{4} .$$



7.11. att. Šķeluma kodols riņķim.



7.12. att. Velmēta dubult – T profila šķeluma kodols.

Aksiālais inerces moments

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} .$$

Inerces rādiusa kvadrāts

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{d^2}{16} .$$

Neitrālās ass koordināta

$$x_0 = -\frac{d}{2} .$$

Spēka pielikšanas koordināta

$$e_x = -\frac{i_y^2}{x_0} = \frac{\frac{d^2}{16}}{\frac{d}{2}} = \frac{d}{8}.$$

7.2. piemērs. Šķēluma kodola konstruēšana.

7.13. attēlā parādīts balsts, kas slogots ar spiedes spēku F un šķērsizmēriem (7.14. att.) $h_1=100$ mm; $b_1=30$ mm; $h_2=20$ mm; $b_2= 80$ mm. Aprēķināt pieļaujamo spēku $|F|$, ja $[\sigma]_{st}=3,3$ kN/cm² un $[\sigma]_{sp}=14,5$ kN/cm². Uzzīmēt šķēluma kodola kontūru.

Atrisinājums

1. Sadalām doto šķēluma laukumu 2 pamatfigūrās – taisnstūros.

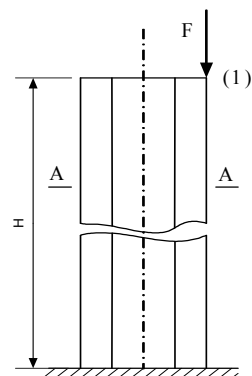
Pamatfigūru laukumi: $A_1 = h_1 b_1 = 10 \cdot 3 = 30$ cm²;

$$A_2 = h_2 b_2 = 2 \cdot 8 = 16$$
 cm².

Šķēluma laukums

$$A = \sum A_i = A_1 + A_2 = 30 + 16 = 46$$
 cm².

2. Par palīgasīm izvēlamies asis x un y . Tā kā šķēluma laukumam ir simetrijas ass, tad y ass sakrīt ar simetrijas asi. Lai iegūtu statiskos momentus, jāzina atsevišķo pamatfigūru smaguma centru koordinātas.



7.13. att. Ekscentriskais slogojums.

1. figūrai $x_1=0$;

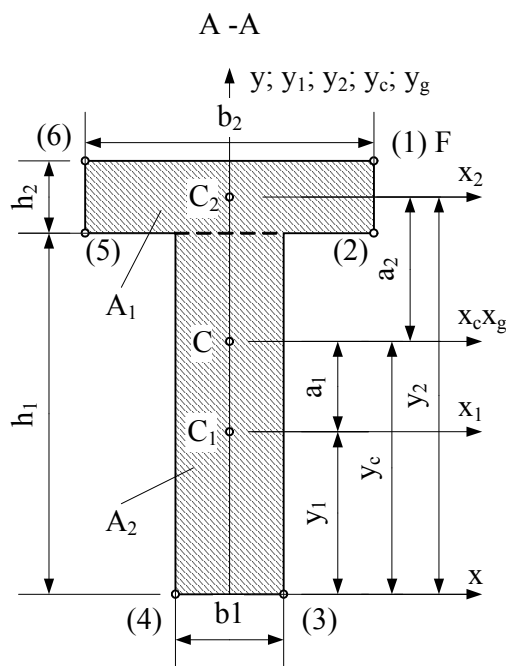
$$y_1 = \frac{h_1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$
 cm.

2. figūrai $x_2=0$;

$$y_2 = h_1 + \frac{h_2}{2} = 10 + \frac{2}{2} = 11$$
 cm.

3. Aprēķinām šķēluma laukuma smaguma centra koordinātas

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{30 \cdot 5 + 16 \cdot 11}{30 + 16} = 7,09 \text{ cm un } x_c = 0.$$



7.14. att. Šķēluma smaguma centrs.

$$y_c = y_g$$

un

$$x_c = x_g.$$

Attālumus starp paralēlajām asīm:

$$a_i = y_i - y_c;$$

$$a_1 = y_1 - y_c = 5 - 7,09 = -2,09 \text{ cm};$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 11 - 7,09 = 3,91 \text{ cm}.$$

$$I_{xc} = I_{xg} = I_{x1} + a_1^2 A_1 + I_{x2} + a_2^2 A_2 = 250 + (-2,09)^2 \cdot 30 + 5,33 + 3,91^2 \cdot 16 = 630,98 \text{ cm}^4;$$

$$I_{yc} = I_{yg} = I_{y1} + I_{y2} = 22,5 + 85,33 = 107,83 \text{ cm}^4.$$

6. Inerces rādiusu i_{xg}^2 un i_{yg}^2 kvadrāti

4. Atsevišķo figūru aksiālie un centrifugālie inerces momenti pret šo figūru centrālajām asīm x_i un y_i :

$$I_{x1} = \frac{h_1^3 b_1}{12} = \frac{10^3 \cdot 3}{12} = 250 \text{ cm}^4;$$

$$I_{y1} = \frac{h_1 \cdot b_1^3}{12} = \frac{10 \cdot 3^3}{12} = 22,5 \text{ cm}^4;$$

$$I_{x2} = \frac{h_2^3 b_2}{12} = \frac{2^3 \cdot 8}{12} = 5,33 \text{ cm}^4;$$

$$I_{y2} = \frac{h_2 b_2^3}{12} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} = 85,33 \text{ cm}^4.$$

5. Aksiālie inerces momenti pret galvenajām asīm.

Tā kā šķēluma laukumam ir simetrijas ass, tad galvenās asis sakrīt ar simetrijas asi

$$i_x^2 = \frac{I_{xg}}{A} = \frac{630,98}{46} = 13,72 \text{ cm}^2;$$

7. Spēka F pielikšanas punkta koordinātas (7.15. att.):

$$e_x = 4 \text{ cm un } e_y = h_I + h_2 - y_c = 10 + 2 - 7,09 = 4,81 \text{ cm}.$$

8. Neitrālās ass stāvokli nosakām pēc (9)

$$x_0 = -\frac{i_y^2}{e_x} = -\frac{2,34}{4} = -0,59 \text{ cm};$$

$$y_0 = -\frac{i_x^2}{e_y} = -\frac{13,72}{4,91} = -2,79 \text{ cm}.$$

9. Uzzīmējam neitrālo asi – n, konstatējam, ka bīstamie punkti šķērsgrīzumā ir kontūra stūra punkti (1) un (5). Šo punktu koordinātas ir :

$$x_{(1)} = 4 \text{ cm};$$

$$y_{(1)} = 4,91 \text{ cm};$$

$$x_{(5)} = -4 \text{ cm}$$

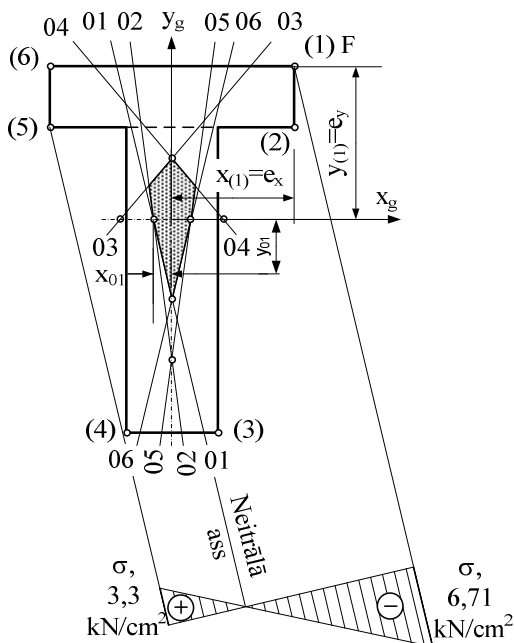
un

$$y_{(5)} = h_I - y_c = 10 - 7,09 = 2,91 \text{ cm}.$$

10. Uzrakstām stiprības nosacījumu ekscentriskā spiedē un nosakām pieļaujamo spiedes spēku, izejot no pieļaujamajiem spiedes spriegumiem punktā (1):

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_x^2} \right) \leq [\sigma] ;$$

$$|F| \leq -\frac{A \cdot [\sigma_{sp}]}{1 + \frac{e_x x_{(1)}}{i_y^2} + \frac{e_y y_{(1)}}{i_x^2}} = -\frac{46 \cdot (-14,7)}{1 + \frac{4 \cdot 4}{2,39} + \frac{4,91 \cdot 4,91}{13,72}} = 71,56 \text{ kN}.$$



7.15. att. Šķēluma kodols un spriegumu epūra.

Nosakām pieļaujamo spiedes spēku, izejot no pieļaujamajiem stiepes spriegumiem punktā (5):

$$|F| \leq -\frac{A \cdot [\sigma_{st}]}{1 + \frac{e_x x_{(5)}}{i_y^2} + \frac{e_y y_{(5)}}{i_x^2}} = -\frac{46 \cdot (3,3)}{1 + \frac{4 \cdot (-4)}{2,39} + \frac{4,91 \cdot 2,91}{13,72}} = 32,56 \text{ kN}.$$

Pieļaujamais spiedes spēks $F_{min} = 32,56 \text{ kN}$.

11. Aprēķinām maksimālos spiedes spriegumus punktā (1) un maksimālos stiepes spriegumus punktā (5), ja kolona tiek slogota ar spiedes spēku $F = F_{min}$:

$$\sigma_{sp} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x_{(1)}}{i_y^2} + \frac{e_y y_{(1)}}{i_x^2} \right) = -\frac{32,56}{46} \left(1 + \frac{4 \cdot 4}{2,39} + \frac{4,91 \cdot 4,91}{13,72} \right) = -6,71 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\sigma_{st} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{e_x x_{(5)}}{i_y^2} + \frac{e_y y_{(5)}}{i_x^2} \right) = -\frac{32,56}{46} \left(1 + \frac{4 \cdot (-4)}{2,39} + \frac{4,91 \cdot 2,91}{13,72} \right) = 3,29 \approx 3,3 \text{ kN/cm}^2.$$

12. Aprēķinām šķērsgriezuma kodolu (7.15. att.):

Aprēķinām šķērsgriezuma stūra punktu koordinātas un pēc formulas (7.17) nosaka nogriežņus, ko kodola kontūra taisne atšķēļ no x un y asīm:

Punktam (1)

$$e_{x(1)} = 4 \text{ cm}$$

un

$$e_{y(1)} = 4,91 \text{ cm};$$

$$x_{01} = -\frac{i_y^2}{e_{x(1)}} = -\frac{2,34}{4} = -0,59 \text{ cm},$$

$$y_{01} = -\frac{i_x^2}{e_{y(1)}} = -\frac{13,72}{4,91} = -2,79 \text{ cm}.$$

Simetriska neitrālā ass veidojas punktam (6).

Punktam (5)

$$e_{x(5)} = -4 \text{ cm};$$

$$e_{y(5)} = 2,91 \text{ cm};$$

$$x_{05} = -\frac{i_y^2}{e_{x(5)}} = -\frac{2,34}{-4} = 0,59 \text{ cm};$$

$$y_{05} = -\frac{i_x^2}{e_{y(5)}} = -\frac{13,72}{2,91} = -4,71 \text{ cm}.$$

Simetriska neitrālā ass veidojas punktam (2).

Punktam (3)

$$e_{x(3)} = 1,5 \text{ cm};$$

$$e_{y(3)} = -7,09 \text{ cm};$$

$$x_{03} = -\frac{i_y^2}{e_{x(3)}} = -\frac{2,34}{1,5} = -1,56 \text{ cm},$$

$$y_{03} = -\frac{i_x^2}{e_{y(3)}} = -\frac{13,72}{-7,09} = 1,94 \text{ cm}.$$

Simetriska neitrālā ass punktam (4).

7.3. piemērs. Stiprības aprēķini.

Uz slīpi novietotu dubult – T profila tērauda siju Nr. 20 ($A = 26,8 \text{ cm}^2$, $W_x = 184 \text{ cm}^3$) darbojas vertikāls spēks $F = 40 \text{ kN}$ pielikts sijas vidū (7.16. att.). Sijas garums $l = 3 \text{ m}$ un tās ass ar horizontālo virzienu veido leņķi $\alpha = 30^\circ$. Aprēķināt spriegumus visvairāk slogotā šķēlumā.

Atrisinājums

Aprēķinām balstu reakcijas izmantojot statikas līdzsvara nosacījumus:

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$R_B l \sin \alpha - \frac{Fl}{2} \cos \alpha = 0;$$

$$R_B = 34,64 \text{ kN},$$

$$\sum F_{iy} = 0;$$

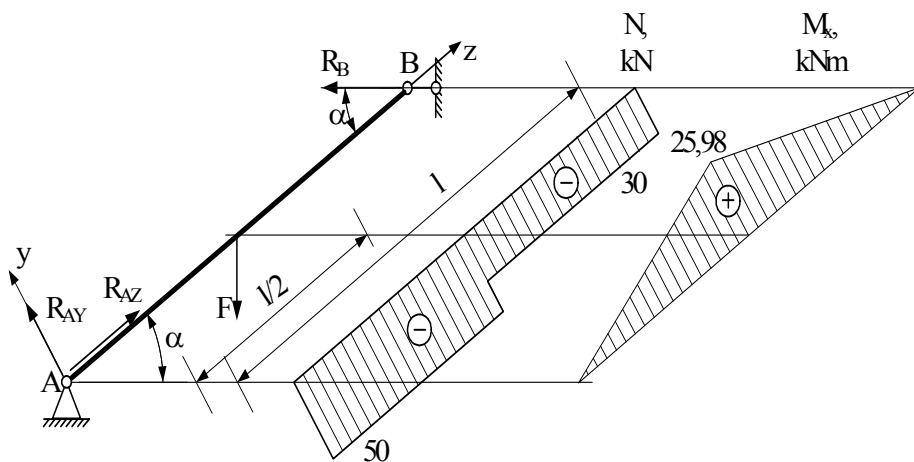
$$R_{Ay} - F \cos \alpha + R_B \sin \alpha = 0;$$

$$R_{Ay} = 17,32 \text{ kN},$$

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$R_{Az} - F \sin \alpha - R_B \cos \alpha = 0;$$

$$R_{Az} = 50 \text{ kN}.$$



7. 16. att. Slogojuma shēma, aksiālā spēka un lieces momenta epīras.

Aksiālā spēka N un lieces momenta M_x aprēķins:

1. posmā $0 \leq z_1 \leq \frac{l}{2} = 1,5 \text{ m}$.

$$N_1 = -R_{Az} = -50 \text{ kN};$$

$$M_{x1} = R_{Ay} z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_{x1} = 0$$

un

ja $z_1 = 1,5 \text{ m}$, tad

$$M_{x1} = 17,32 \cdot 1,5 = 25,98 \text{ kNm}.$$

2. posmā $0 \leq z_2 \leq \frac{l}{2} = 1,5 \text{ m}$.

$$N_2 = -R_B \cos \alpha = -34,64 \cdot 0,866 = -30 \text{ kN};$$

$$M_{x2} = R_B z_2 \sin \alpha,$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{x2} = 0$$

un

ja $z_2 = 1,5 \text{ m}$, tad

$$M_{x2} = 34,64 \cdot 1,5 \cdot 0,5 = 25,98 \text{ kNm}.$$

Visvairāk noslogots ir sijas šķēlums C. Šeit lieces moments ir

$$M_x = 25,98 \text{ kNm}$$

un aksiālais spēks

$$N = -50 \text{ kN}.$$

Maksimālie spiedes spriegumi atrodas sijas augšējās šķiedrās

$$\max \sigma_{sp} = -\frac{N}{A} - \frac{M_x}{W_x} = -\frac{50}{26,8} - \frac{25,98 \cdot 100}{184} \approx -16 \text{ kN/cm}^2$$

un apakšējās šķiedrās ir maksimālie stiepes spriegumi

$$\max \sigma_{st} = -\frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} = -\frac{50}{26,8} + \frac{25,98 \cdot 100}{184} = 12,25 \text{ kN/cm}^2.$$

7.4. piemērs. Stiprības aprēķini.

Aprēķināt pieļaujamos spēkus (7.17. att.) pieliktus vienāda biezuma a un materiāla plāksnēm, kur a) plāksnei izgriezumi ir no abām pusēm, bet b) plāksnei no vienas puses. Izgriezumam platums a abām plāksnēm ir vienāds.

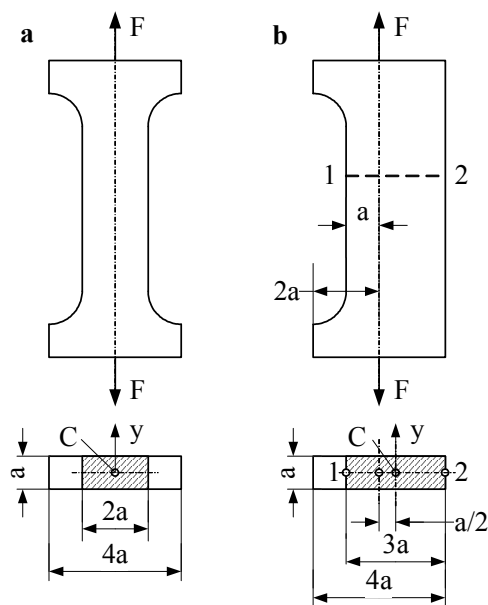
Atrisinājums

7.17. att. a parādītā plāksne slogota centriski, tad stiprības nosacījums ir

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F}{2a^2} \leq [\sigma]$$

un pieļaujamais spēks ir

$$[F] = 2a^2 [\sigma].$$



7.17. att. Plākšņu slogojuma shēmas.

7.17. att. b parādītā plāksne slogota ekscentriski. Normālie spriegumi sastāv no stiepes un lieces radītiem spriegumiem un stiprības nosacījums ir

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma],$$

kur

$$N = F;$$

$$A = 3a^2,$$

$$M_y = \frac{Fa}{2}$$

un

$$W_y = \frac{(3a)^2 a}{6}.$$

Pieļaujamais spēks ir

$$[F] = \frac{3a^2 F}{2}.$$

Spriegumi punktā 1

$$\sigma_{(1)} = \frac{F}{2a^2} + \frac{F}{3a^2} = \frac{5F}{6a^2},$$

bet punktā 2 ir

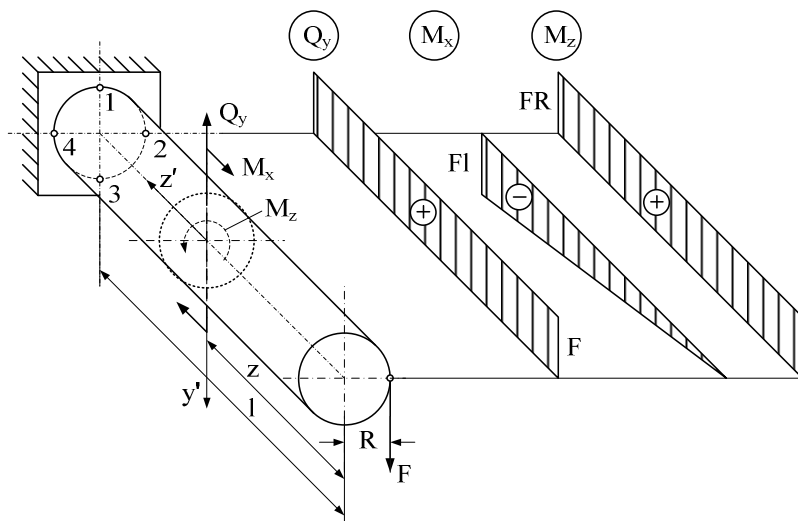
$$\sigma_{(2)} = \frac{F}{2a^2} - \frac{F}{3a^2} = \frac{F}{6a^2}.$$

7.3. VIENLAICĪGA LIECES UN VĒRPES DARBĪBA APAĻSTIENOS

Aplūkojam iespīlētu apaļstieni, kurš slogots ar spēku \$F\$ (7.18. att.). No slogojuma rodas sekojoši iekšējo spēku faktori:

$$Q_y = F; M_z = FR;$$

$$M_x = -Fz,$$



7.18. att. Iekšējo spēku faktoru epīras.

ja $z = l$, tad

$$\max M_x = -Fl.$$

Uz stieni darbojas vienlaicīgi liece un vērpe, stieņa šķērsriezuma punktus rodas šādi spriegumi.

Normālie lieces spriegumi

$$\sigma = \frac{M_x y}{I_x},$$

kuri vērsti stieņa ass virzienā un sasniedz maksimālās vērtības

$$\max \sigma = \frac{M_x}{W_x}$$

visattālākajos punktos no neitrālās ass 1 un 3.

Tangenciālie spriegumi

$$\tau_Q = \frac{Q_y S_x^*}{I_x 2R}$$

no šķērsspēka ir vienādi ar 0 tur, kur normālie spriegumi ir vislielākie. Tā kā normālie spriegumi σ daudzkārt lielāki par τ_Q , tangenciālos spriegumus, kuri rodas no šķērsspēka iedarbības, ignorē.

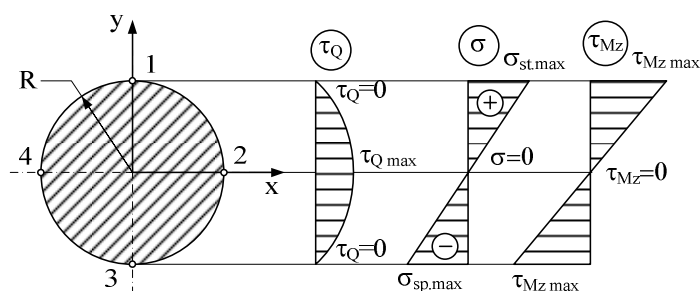
Vērpes tangenciālos spriegumus aprēķina ar izteiksmi

$$\tau_{M_z} = \frac{M_z \rho}{I_p}$$

un

$$\max \tau = \frac{M_z}{W_p},$$

kuri rodas apaļstieņa šķēluma kontūra ārējos punktos, tai skaitā arī punkti 1 un 3. Bīstamie punkti ir 1 un 3 (7.19. att.), jo tur darbojas $\max \sigma$ un $\max \tau_{M_z}$.



7.19. att. Spriegumu sadalījums šķēlumā.

Pēc III stiprības teorijas nosacījuma ekvivalentie spriegumi ir

$$\sigma_{ell} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma],$$

kur normālie spriegumi

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x}$$

un tangenciālie spriegumi

$$\tau = \frac{M_z}{W_p}.$$

Tā kā aksiālais pretestības moments

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$$

un polārais pretestības moments

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16},$$

tad

$$W_p = 2W_x.$$

Ievietojam stiprības nosacījumā

$$\sigma_{eIII} = \sqrt{\frac{M_x^2}{W_x^2} + 4 \frac{M_z^2}{W_p^2}} = \sqrt{\frac{M_x^2}{W_x^2} + \frac{M_z^2}{W_x^2}},$$

tad pārveidotais stiprības nosacījums ir

$$\sigma_{eIII} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma],$$

ja lieces moments darbojas divās plaknēs, tad

$$\sigma_{eIII} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (7.22)$$

Izmantojot IV stiprības teoriju, kur stiprības nosacījums ir

$$\sigma_{eIV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma],$$

analogi iegūstam

$$\sigma_{eIV} = \frac{\sqrt{M_x^2 + 0,75M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma]$$

un

$$\sigma_{eIV} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (7.23)$$

Ekvivalentie lieces momenti pēc III un IV stiprības teorijām:

$$M_{eIII} = \sqrt{M^2 + M_z^2};$$

$$M_{eIV} = \sqrt{M^2 + 0,75M_z^2},$$

kur

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

un attiecīgi stiprības nosacījumi:

$$\sigma_{eIII} = \frac{M_{eIII}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_{elV} = \frac{M_{elV}}{W_x} \leq [\sigma]$$

un vārpstu diametri attiecīgi

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{32M_{elIII}}{\pi[\sigma]}};$$

$$d_{elV} = \sqrt[3]{\frac{32M_{elV}}{\pi[\sigma]}}.$$

7.5. piemērs. Stīprības aprēķini.

Transmisijas vārpsta (7.20. att. a) griežas ar n apgriezieniem minūtē un pārvada jaudu P kW. Aprēķināt vārpstas diametru bīstamajā šķēlumā.

Dots: $P=15$ kW; $n=400$ apgr/min; $a=0,4$ m; $b=0,8$ m; $c=1,2$ m; $D_1=0,6$ m; $D_2=0,4$ m; $[\sigma]=160$ MPa. Aprēķināt nepieciešamo vārpstas diametru.

Atrisinājums

Dzenošā skriemeļa D_1 griezes moments, kurš darbojas starp skriemeļiem D_1 un tuvāko D_2 :

leņķiskais ātrums

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 400}{30} = 41,89 \frac{rad}{s};$$

griezes moments

$$M_{z1} = \frac{P}{\omega} = \frac{15 \cdot 10^3}{41,89} = 358 Nm.$$

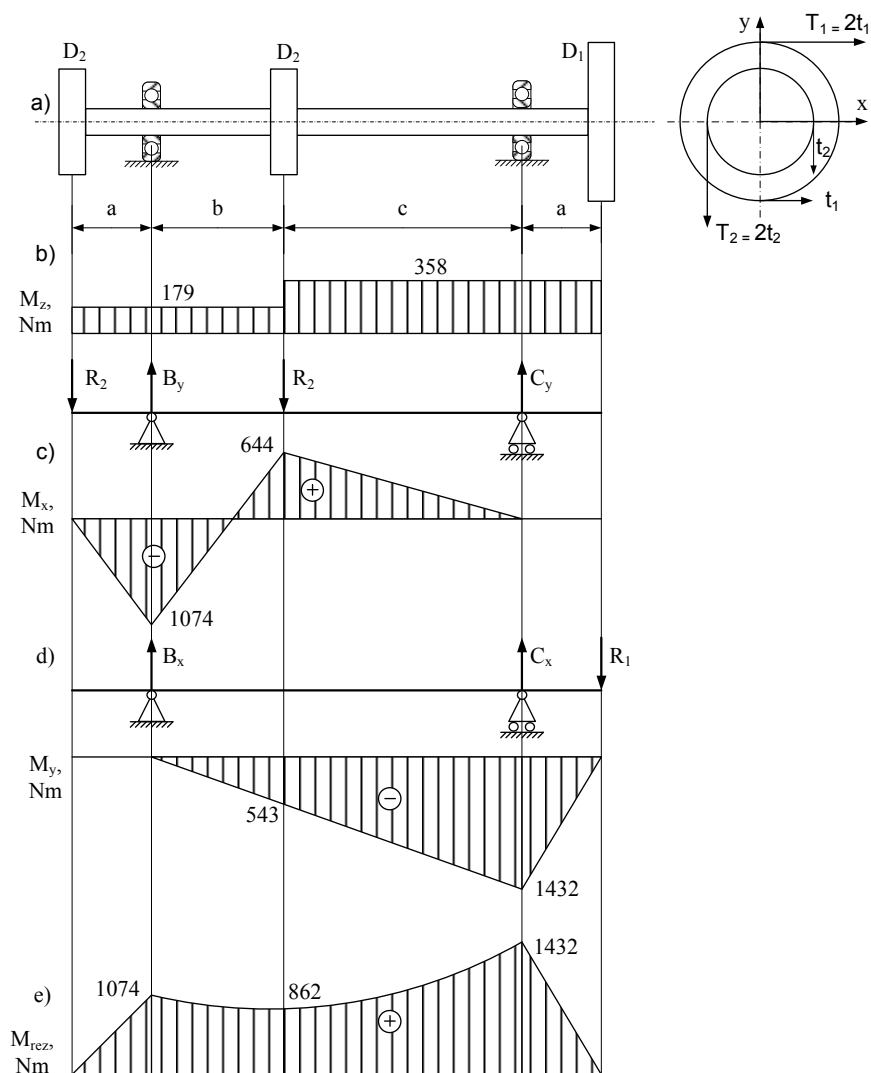
Griezes moments starp dzītajiem skriemeļiem D_2 :

$$M_{z2} = \frac{M_{z1}}{2} = \frac{358}{2} = 179 Nm.$$

Konstruējam griezes momenta epīru (7.20. att. b.).

Skriemeļu aploces spēki:

$$t_1 = \frac{2M_{z1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 358}{0,6} = 1193 N;$$



7.20. att. Vārpstas noslogojuma shēma, vērpes un lieces momentu epīras.

$$t_2 = \frac{2M_{z2}}{D_2} = \frac{2 \cdot 179}{0,4} = 895 N.$$

Skrieņeļu radītie spēki uz vārpstu:

$$R_1 = 3t_1 = 3 \cdot 1193 = 3579 N;$$

$$R_2 = 3t_2 = 3 \cdot 895 = 2685 N.$$

Balstu reakcijas un lieces momenti vertikālā plaknē (yz) (7.20. att. c):

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$R_2 a - R_2 b + C_y (b + c) = 0;$$

$$C_y = \frac{R_2 b - R_2 a}{b + c} = \frac{2685 \cdot 0,8 - 2685 \cdot 0,4}{0,8 + 1,2} = 537 N.$$

$$\sum F_{iy} = 0;$$

$$-2R_2 + B_y + C_y = 0;$$

$$B_y = 2R_2 - C_y = 2 \cdot 2685 - 537 = 4833 N.$$

$$M_{xB} = -R_2 a = -2685 \cdot 0,4 = -1074 Nm;$$

$$M_{xK} = C_y c = 537 \cdot 1,2 = 644 Nm.$$

Konstruējam lieces momenta epīras plaknē (yz) (7.20. att. c).

Balstu reakcijas un lieces momenti horizontālajā plaknē (xz) (7.20. att. d):

$$\sum M_{iC} = 0;$$

$$-B_x (b + c) - R_1 a = 0;$$

$$B_x = \frac{-R_1 a}{b + c} = \frac{-3579 \cdot 0,4}{0,8 + 1,2} = -716 N;$$

$$\sum F_{ix} = 0;$$

$$B_x + C_x - R_1 = 0;$$

$$C_x = R_1 - B_x = 3579 + 716 = 4295 N.$$

$$M_{yC} = -R_1 a = -3579 \cdot 0,4 = -1432 Nm;$$

$$M_{yK} = B_x b = -716 \cdot 0,8 = -572 Nm.$$

Konstruējam lieces momenta epīras plaknē (xz) (7.18. att. d).

Rezultējošais lieces moments, kuru aprēķina ar formulu

$$M_{rez} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} :$$

$$M_{rezB} = 1074 Nm ;$$

$$M_{rezK} = \sqrt{644^2 + 573^2} = 862 Nm ;$$

$$M_{rezC} = 1432 Nm .$$

Konstruējam rezultējošā lieces momenta epīru (7.20. att. e).

Lai konstatētu bīstamo šķēlumu, aplūkojam M_z un M_{rez} epīras. Pēc trešās stiprības teorijas aprēķinām reducēto lieces momentu

$$M_{red} = \sqrt{M_{rez}^2 + M_z^2} .$$

Bīstamais šķēlums ir punktā C, kur ir lielākais reducētais moments

$$M_{redC} = \sqrt{M_{rezC}^2 + M_{z1}^2} = \sqrt{1432^2 + 358^2} = 1476 Nm .$$

Vārpstas diametrs balstā C: $d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{red}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1476}{\pi \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0,0455 m$. Pieņemam $d = 46 mm$.

Liece, vērpe un stiepe (spiede)

Šāds salikts sloojums sastopams slīpo, konisko un gliemežpārvalu vārpstās. Stiepes vai spiedes spēku ietekmi uz vārpstas izturību ietekmē, pieskaitot maksimālajam lieces spriegumam vēl aksiālo spēku radīto spriegumu

$$\sigma_N = \frac{N}{A} ,$$

kur N – aksiālais stiepes vai spiedes spēks, A – vārpstas šķērsgriezuma laukums.

Stiprības izturības nosacījumā σ vietā jāraksta rezultējošais normālais spriegums (lieces momenta un aksiālā spēka spriegumu summa):

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{A} .$$

Aptuvenu izmēru noteikšanu izdara, ievērtējot tikai lieci un vērpi, bet izmērus pārbaudot, ievērtē arī aksiālo spēku. Aprēķinātai normālo spriegumu summas atšķirībai no pieļaujamā sprieguma $[\sigma]$ jābūt 5 % robežās.

7.2. piemērs. Salikta slogojuma aprēķins.

Aprēķināt divu slīpu zobu zobratu vārpstu (7.21. att.), pārvadāmā jauda $P = 22,5$ kW, vārpstas apgriezienu skaits minūtē $n = 500$, zobu slīpuma leņķis $\beta = 10^\circ$ un sazobes leņķis $\alpha = 20^\circ$, $D_1 = 5$ cm, $D_2 = 10$ cm, $l_1 = 4$ cm, $l_2 = 9$ cm, $l_3 = 6$ cm, $[\sigma] = 600$ kN/cm².

Atrisinājums

Nosakām vērpes momentu (7.21. att. c)

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi \cdot n} = \frac{30 \cdot 22,5 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 500} = 430 \text{ Nm.}$$

$$T = M_z.$$

Aprēķinām spēku komponentes (formulas ņemtas no Mašīnu elementu kursa). Spēks aploces pieskares virzienā F_t :

$$F_t = \frac{2T}{D};$$

$$F_{t1} = \frac{2T}{D_1} = \frac{2 \cdot 430}{0,05} = 17200 \text{ N};$$

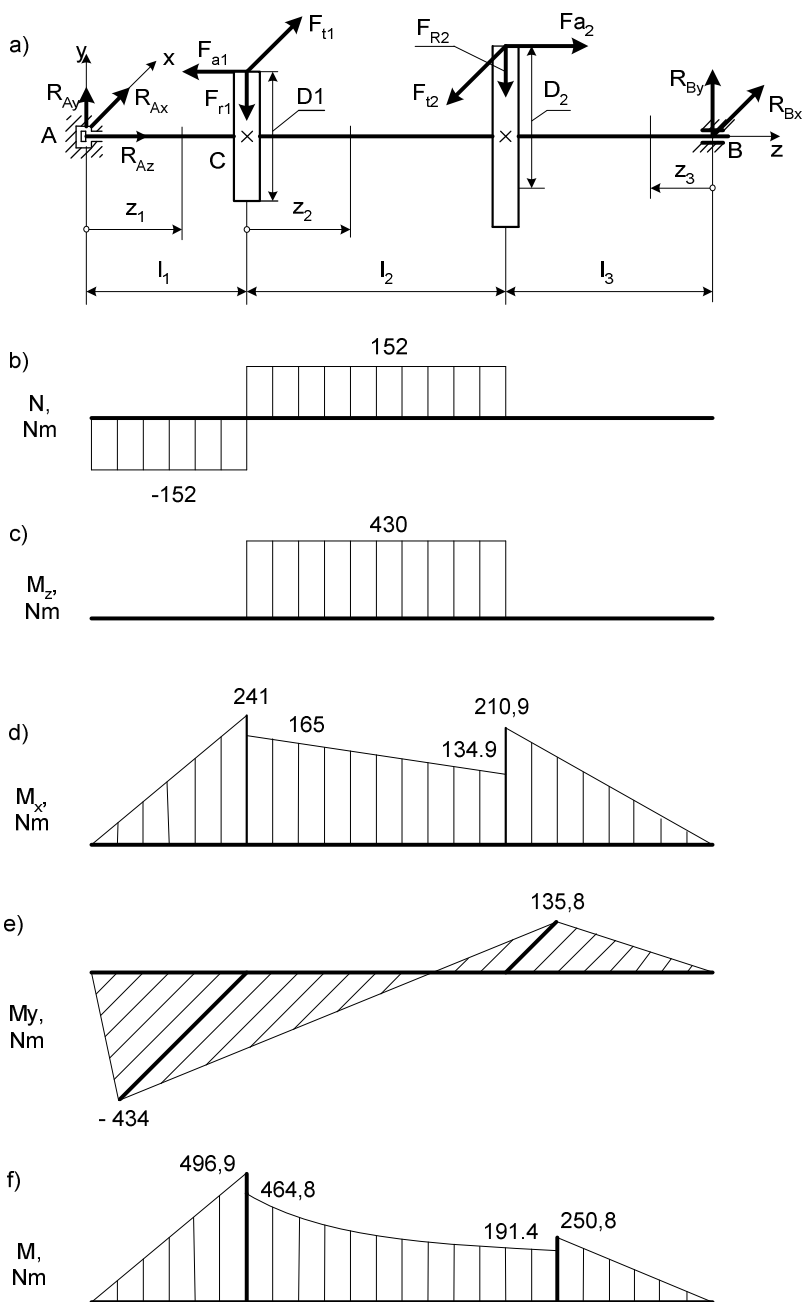
$$F_{t2} = \frac{2T}{D_2} = \frac{2 \cdot 430}{0,1} = 8600 \text{ N.}$$

Spēks radiālā virzienā F_r :

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta};$$

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} = 17200 \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 17200 \frac{0,364}{0,985} = 6360 \text{ N};$$

$$F_{r2} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} = 8600 \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 8600 \frac{0,364}{0,985} = 3180 \text{ N.}$$



7.21. att. Vārpstas slodījums, aksiālā spēka, vērpes momenta, lieces momenta epīras.

Spēks vārpstas ass virzienā F_a :

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta;$$

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \beta = 17200 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 17200 \cdot 0,176 = 3040 \text{ N};$$

$$F_{a2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \beta = 8600 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 8600 \cdot 0,176 = 1520 \text{ N}.$$

Aizstājam telpisko spēku sistēmu ar divām plaknes spēku sistēmām: vertikālo - *yo*z un horizontālo – *xo*z.

Nosakām balstu reakcijas vertikālā plaknē *yo*z:

$$\sum M_A = 0;$$

$$F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} - F_{r1} \cdot l_1 - F_{r2} (l_1 + l_2) - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + R_{By} (l_1 + l_2 + l_3) = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} + F_{r1} \cdot l_1 + F_{r2} (l_1 + l_2) + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2}}{l_1 + l_2 + l_3};$$

$$R_{By} = \frac{-3040 \cdot \frac{5}{2} + 6360 \cdot 4 + 3180(4 + 9) + 1520 \cdot \frac{10}{2}}{4 + 9 + 6} = 3515 \text{ N}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot l_3 + F_{r1} (l_2 + l_3) + F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} - R_{Ay} (l_1 + l_2 + l_3) = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot l_3 + F_{r1} (l_2 + l_3) + F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2}}{l_1 + l_2 + l_3};$$

$$R_{Ay} = \frac{1520 \cdot \frac{10}{2} + 3180 \cdot 6 + 6360(9 + 6) + 3040 \cdot \frac{5}{2}}{4 + 9 + 6} = 6025 \text{ N}.$$

$$\sum F_z = 0;$$

$$-F_{a1} + F_{a2} + R_{Az} = 0;$$

$$R_{Az} = F_{a1} - F_{a2} = 3040 - 1520 = 1520 \text{ N}.$$

$$0 \leq z_1 \leq l_1,$$

tad

$$N_1 = -R_{Az} = -1520 \text{ N} = \text{const.}$$

$$0 \leq z_2 \leq l_2,$$

tad

$$N_2 = -R_{Az} + F_{a1} = -1520 + 3040 = 1520 \text{ N} = \text{const.}$$

Reakciju pārbaude:

$$\sum F_y = 0;$$

$$R_{Ay} + R_{By} - F_{r1} - F_{r2} = 0;$$

$$6025 + 3515 - 6360 - 3180 = 0;$$

$$9540 - 9540 = 0.$$

Nosakām balstu reakcijas horizontālā plaknē xoz .

$$\sum M_A = 0;$$

$$F_{r1} \cdot l_1 - F_{r2} (l_1 + l_2) + R_{Bx} (l_1 + l_2 + l_3) = 0;$$

$$R_{Bx} = \frac{-F_{r1} \cdot l_1 + F_{r2} (l_1 + l_2)}{l_1 + l_2 + l_3};$$

$$R_{Bx} = \frac{-17200 \cdot 4 + 8600(4 + 9)}{4 + 9 + 6} = 2263 \text{ N};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$F_{r2} \cdot l_3 - F_{r1} (l_2 + l_3) - R_{Ax} (l_1 + l_2 + l_3) = 0;$$

$$R_{Ax} = \frac{F_{r2} \cdot l_3 - F_{r1} (l_2 + l_3)}{l_1 + l_2 + l_3};$$

$$R_{Ax} = \frac{8600 \cdot 6 - 17200(9 + 6)}{4 + 9 + 6} = -10863 \text{ N}.$$

Mīnusa zīme rāda, ka reakcijas R_{Ax} virziens būs pretējs attēlā parādītajam virzienam.

Reakciju pārbaude plaknē xoz:

$$\sum F_x = 0;$$

$$R_{Ax} + F_{t1} - F_{t2} + R_{Bx} = 0;$$

$$-10863 + 17200 - 8600 + 2263 = 0;$$

$$-19463 + 19463 = 0.$$

Pilnās balstu reakcijas (7.1. att. a):

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2};$$

$$R_A = \sqrt{10863^2 + 6025^2} = 12422 \text{ N};$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2};$$

$$R_B = \sqrt{2263^2 + 3515^2} = 4186 \text{ N}.$$

Aprēķinām lieces momentus plaknē yoz (7.1. att. d):

$$0 \leq z_1 \leq l_1 = 0,04 \text{ m}.$$

$$M_{x1} = R_{Ay} \cdot z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_{x1} = 0;$$

ja $z_1 = 0,04 \text{ m}$, tad

$$M_{x1} = 6025 \cdot 0,04 = 241 \text{ Nm}.$$

$$0 \leq z_2 \leq l_2 = 0,09 \text{ m}.$$

$$M_{x2} = R_{Ay}(l_1 + z_2) - F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} - F_{r1} \cdot z_2,$$

ja $z_2 = 0$, tad

$$M_{x2} = 6025 \cdot 0,04 - 3040 \cdot \frac{0,05}{2} = 165 \text{ Nm},$$

ja $z_2 = 0,09$ m, tad

$$M_{x2} = 6025(0,04 + 0,09) - 3040 \cdot \frac{0,05}{2} - 6360 \cdot 0,09 = 134,9 \text{ Nm.}$$

$$0 \leq z_3 \leq l_3 = 0,06 \text{ m.}$$

$$M_{x3} = R_{by} \cdot z_3,$$

ja $z_3 = 0$, tad

$$M_{x3} = 0,$$

ja $z_3 = 0,06$ m, tad

$$M_{x3} = 3515 \cdot 0,06 = 210,9 \text{ Nm.}$$

Lieces momenti plaknē xoz (7.1. att. e):

$$0 \leq z_1 \leq l_1 = 0,04 \text{ m.}$$

$$M_{y1} = R_{dx} \cdot z_1,$$

ja $z_1 = 0$, tad

$$M_{y1} = 0;$$

ja $z_1 = 0,04$ m, tad

$$M_{y1} = -10863 \cdot 0,04 = -434,5 \text{ Nm.}$$

$$0 \leq z_3 \leq l_3 = 0,06 \text{ m.}$$

$$M_{y3} = R_{bx} \cdot z_3,$$

ja $z_3 = 0$, tad

$$M_{y3} = 0,$$

ja $z_3 = 0,06$ m, tad

$$M_{y3} = 2263 \cdot 0,06 = 135,8 \text{ Nm.}$$

Aprēķinām rezultējošos lieces momentus (7.1. att. f)

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$M_{C(kr)} = \sqrt{241^2 + 434,5^2} = 496,9 \text{ Nm};$$

$$M_{C(lab)} = \sqrt{165^2 + 434,5^2} = 464,8 \text{ Nm};$$

$$M_{D(lab)} = \sqrt{135,8^2 + 210,9^2} = 250,8 \text{ Nm};$$

$$M_{D(kr)} = \sqrt{135,8^2 + 134,9^2} = 191,4 \text{ Nm}.$$

Nosakām reducēto lieces momentu pēc III stiprības teorijas bīstamajā šķēlumā C.

$$M_{red} = \sqrt{M^2 + M_z^2};$$

$$M_{red} = \sqrt{496,9^2 + 430^2} = 657,1 \text{ Nm} = 65,71 \text{ kNcm}.$$

No stiprības nosacījuma liecē izsakām vārpstas diametru bīstamajā šķēlumā

$$\sigma = \frac{M_{red}}{W_x} = \frac{M_{red}}{\frac{\pi d^3}{32}} \leq [\sigma],$$

tad

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 65,71}{3,14 \cdot 6}} = 4,81 \text{ cm}.$$

Pieņemam $d = 50 \text{ mm}$.

Pārbaudām spriegumus bīstamajā šķēlumā zem zobrata D_1 izmantojot III stiprības teoriju:

Stiprības nosacījums pēc III stiprības teorijas

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma].$$

Normālie spriegumi ievērtējot aksiālo spēku un lieces momentu

$$\sigma = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W_x} = \frac{N}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{M_{C(kr)}}{\frac{\pi d^3}{32}} = -\frac{4 \cdot 1,52}{\pi \cdot 5^2} - \frac{32 \cdot 49,69}{\pi \cdot 5^3} = -4,13 \text{ kN/cm}^2.$$

Tangenciālie spriegumi

$$\tau = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \cdot 43}{3,14 \cdot 5^3} = 1,75 \text{ kN/cm}^2.$$

Ekvivalentie spriegumi

$$\sigma_e = \sqrt{4,13^2 + 4 \cdot 1,75^2} = 4,95 < [\sigma] = 6 \text{ kN/cm}^2.$$

Aprēķinātais spriegums vārpstas stiprību nodrošina.

Spriegumu starpība

$$\frac{[\sigma] - \sigma_e}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{6 - 4,95}{6} \cdot 100 = 17,5\% > 5\%.$$

Tā kā faktiskā un pieļaujamā spriegumu starpība lielāka par 5%, tad vārpstas diametru varam samazināt.

Ja pieņemam, ka $d = 48$ mm, tad

$$\sigma = -\frac{4 \cdot 1,52}{3,14 \cdot 4,8^2} - \frac{32 \cdot 49,69}{3,14 \cdot 4,8^3} = -4,66 \text{ kN/cm}^2,$$

$$\tau = \frac{16 \cdot 43}{3,14 \cdot 4,8^3} = 1,98 \text{ kN/cm}^2,$$

$$\sigma_e = \sqrt{4,66^2 + 4 \cdot 1,98^2} = 6,14 \text{ kN/cm}^2;$$

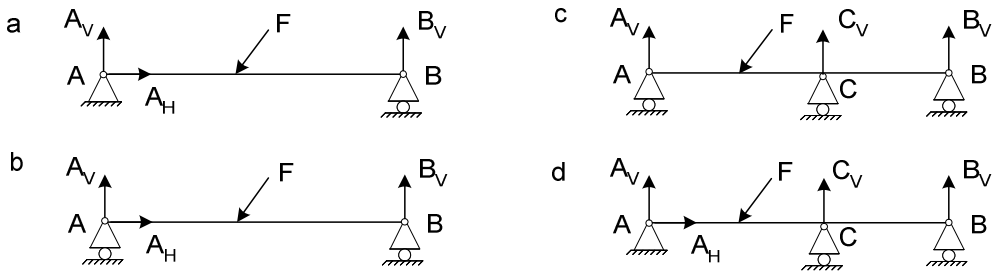
$$\frac{[\sigma] - \sigma_e}{[\sigma]} \cdot 100 = \frac{6 - 6,14}{6} \cdot 100 = -2,3\% > \pm 5\%.$$

Pārslodze ir pieļaujamās robežās.

STATISKI NENOTEICAMAS SISTĒMAS

8.1. STATISKĀ NENOTEICAMĪBA

No mehānikas zināms, ka ar statikas līdzsvara nosacījumiem iespējams aprēķināt tik nezināmās balstu reakcijas, cik neatkarīgu līdzsvara vienādojumu dotajai sistēmai var uzrakstīt. Līdz šim apskatījām t.s. statiski noteicamās sistēmas, kurās nezināmo balstu reakciju skaits nepārsniedza sastādāmo statikas līdzsvara vienādojumu skaitu (8.1. att. a). Šai sistēmai ir trīs balstu reakcijas, kuru aprēķināšanai var uzrakstīt trīs statikas līdzsvara vienādojumus.



8.1. att. **Statiski nenoteicamas sistēmas:**

a - statiski noteicama sistēma, b un c - statiski noteicamas, bet ģeometriski mainīgas sistēmas,
d - statiski vienkārt nenoteicama sistēma.

Ja nezināmo balstu reakciju skaits ir mazāks par sastādāmo statikas līdzsvara vienādojumu skaitu, tad uzlikto saišu skaits nav pietiekams, lai sistēmu noturētu līdzsvarā pie dotās ārējās slodzes, un tā pārvietosies pa kreisi (8.1. att. b). Šādas sistēmas sauc par ģeometriski mainīgām un tās apskata dinamikas kursā. Sistēmai (8.1. att. c) var sastādīt trīs statikas līdzsvara vienādojumus, taču tā arī ir ģeometriski mainīga un nav uzskatāma par statiski noteicamu.

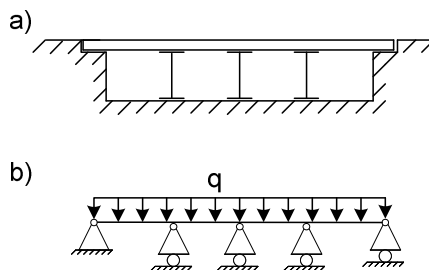
Par statiski noteicamu sauc tādu ģeometriski nemainīgu sistēmu, kurai nezināmo balstu reakciju skaits atbilst sastādāmo statikas līdzsvara vienādojumu skaitam.

Lai samazinātu konstrukciju izmērus un padarītu tās vieglākas un lētākas, praksē bieži ierīko papildus balstus (8.1. att. d), piemēram, tiltiem (8.2. att.)

Par statiski nenoteicamu sauc tādu ģeometriski nemainīgu sistēmu, kurai nezināmo balstu reakciju skaits ir lielāks nekā sastādāmo statikas līdzsvara vienādojumu skaits. Starpību starp nezināmo balstu reakciju skaitu un sastādāmo statikas līdzsvara vienādojumu skaitu sauc par statiskās nenoteicamības kārtu.

Rakstot statikas līdzsvara vienādojumus mehānikā tika pieņemts, ka ķermeņi ir absolūti cieti un sistēma nedeformējama, taču visi dabā sastopamie reālie ķermeņi deformējas. Kļūda, kas rodas no līdzsvara vienādojumiem neievērojot deformācijas, ir nenozīmīga, tāpēc praktiskos aprēķinos pieļaujama.

No iepriekš teiktā redzams, ka statiski nenoteicamu sistēmu balstu reakciju aprēķināšanai ar statikas līdzsvara vienādojumiem vien nepietiek. Vienādojumu skaitam jāatbilst nezināmo reakciju skaitam. Trūkstošo sakarību iegūšanai apskata sistēmas deformācijas. No sakarības starp deformācijām ir iespējams iegūt tik papildu vienādojumus, cikārt sistēma ir statiski nenoteicama.



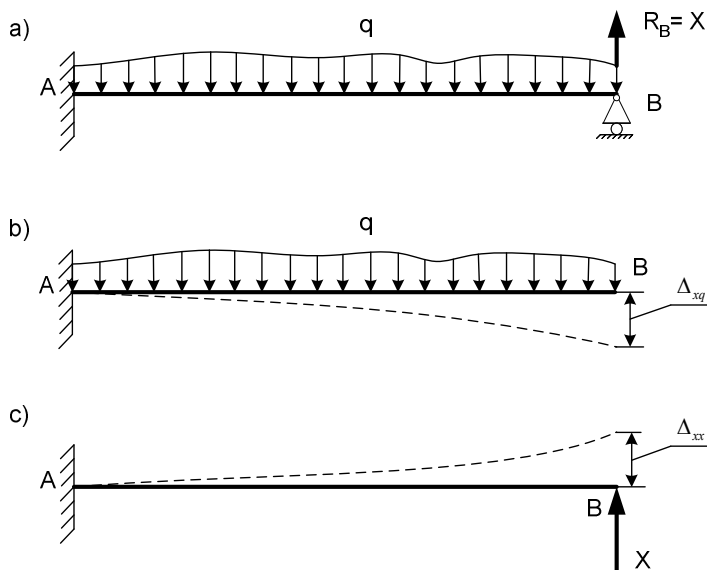
8.2. att. **Trīskārt statiski nenoteicama sistēma:** a – reālais objekts (tilts), b – aprēķina shēma.

8.2. SPĒKU METODES KANONISKIE VIENĀDOJUMI

Statiski nenoteicamu sistēmu aprēķināšanai ir izstrādātas vairākas metodes. Viena no tām ir t.s. spēku metode, kura dod iespēju vispirms aprēķināt statiski nenoteicamās reakcijas, bet pēc tam, zinot šīs reakcijas un izmantojot statikas līdzsvara nosacījumus, aprēķina pārējās nezināmās reakcijas.

Apskatīsim vienkārt statikai nenoteicamu siju, kura slogota ar izklieātu slodzi q (8.3. att. a). Vispirms ar spēku metodi noteiksim balsta B reakciju R_B , kuru apzīmēsim ar X . Iedomāti atmetīsim to saiti, kura rada šo reakciju, t.i., iedomāti atmetīsim balstu

B , iegūstot t.s. pamatsistēmu., kura slogota ar izkliedēto slodzi q . (8.3. att. b). Tā ir statiski noteicama un tai pārvietojumu Δ_{xq} no ārējās slodzes q atnestās saites B vietā un virzienā var aprēķināt ar Kastiljano, Mora vai Vereščagina formulām. Pirmais indekss x norāda, kādas saites virzienā pārvietojumu meklējam, bet otrais – q , kāda slodze šo pārvietojumu izraisa.



8.3. att. Statiski vienkārt nenoteicama sistēma.

Kā redzams, ārējās slodzes ietekmē pamatsistēma deformēsies un tās brīvais gals B pārvietosies uz leju par lielumu Δ_{xq} . Lai šijas galapunkts B ieņemtu savu sākotnējo stāvokli, tam jāpieliek tikai atnestās reakcijas spēks X (8.3. att. c). Ja nebūs ārējā slodze, tad reakcijas spēka X darbības rezultātā sija izlieksies uz augšu un punkts B pārvietosies par lielumu Δ_{xx} (spēks X izraisa deformāciju tā pielikšanas vietā un virzienā). Tā kā reālai sijai saites X virzienā pārvietojums vienāds ar nulli, tad varam rakstīt, ka

$$\Delta_{xx} + \Delta_{xq} = 0. \quad (8.1)$$

Nezināmās reakcijas X izraisīto pārvietojumu Δ_{xx} uzrakstam šādi:

$$\Delta_{xx} = \delta_{xx} X, \quad (8.2)$$

kur δ_{xx} - pārvietojums reakcijas X virzienā no spēka vieninieka $\bar{X} = 1$.

Sakarība (8.2) nozīmē, ka pārvietojums Δ_{xx} ir X reižu lielāks, nekā pārvietojums δ_{xx} , kuru izraisītu reakcija X , ja tās vērtība būtu vienāda ar vienu spēka vienību. Pārvietojumu pamatsistēmai no spēka vieninieka $\bar{X} = 1$ var aprēķināt, piemēram, ar Vereščagina paņēmieni. Ievietojot sakarību (8.2) formulā (8.1), iegūstam

$$\delta_{xx} X + \Delta_{xq} = 0. \quad (8.3)$$

Sakarību (8.3) sauc par spēku metodes kanonisko vienādojumu. Tas satur tikai vienu nezināmo X , kuru varam aprēķināt kā

$$X = -\frac{\Delta_{xq}}{\delta_{xx}}. \quad (8.4)$$

Ar kanonisko vienādojumu (8.3) var aprēķināt statistiski nenoteicamo reakciju jebkurai vienkārt statistiski nenoteicamai sistēmai. Sastādot kanonisko vienādojumu ieteicams rīkoties šādi:

1. Izvēlas pamatsistēmu, atmetot kādu no sistēmas saitēm. Pamatsistēmai jāpaliek ģeometriski nemainīgai un jābūt statistiski noteicamai.
2. Pamatsistēmai aprēķina pārvietojumu Δ_{xq} atmestās saites virzienā no ārējās slodzes.
3. Aprēķina pamatsistēmai pārvietojumu δ_{xx} no spēka vieninieka $\bar{X} = 1$, kurš pielikts atmestās saites vietā un virzienā.
4. Izmantojot formulu (8.4) aprēķina nezināmo reakciju X .

Apskatīto kanoniskā vienādojuma iegūšanas procesu var vispārināt un pielietot arī vairākkārt statistiski nenoteicamām sistēmām. Deformāciju vienādojumu (8.1) vienkārt statistiski nenoteicamai sistēmai varam uzrakstīt šādi:

$$\Delta_{11} + \Delta_{1q} = 0. \quad (8.5)$$

Tad kanoniskais vienādojums (8.3) būs

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1q} = 0 \quad (8.6)$$

un reakciju aprēķināsim pēc sakarības

$$X_1 = \frac{\Delta_{1q}}{\delta_{11}}. \quad (8.7)$$

Lai iegūtu pamatsistēmu divkārt statistiski nenoteicamai sistēmai, jāatmet divi balsti. Tad kanonisko vienādojumu sistēma būs

$$\begin{aligned}\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{1q} &= 0, \\ \Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{2q} &= 0.\end{aligned}\tag{8.8}$$

Trīskārt statistiski nenoteicamai sistēmai atmetot trīs balstus deformāciju sakarības būs

$$\begin{aligned}\Delta_{11} + \Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{1q} &= 0, \\ \Delta_{21} + \Delta_{22} + \Delta_{23} + \Delta_{2q} &= 0, \\ \Delta_{31} + \Delta_{32} + \Delta_{33} + \Delta_{3q} &= 0.\end{aligned}\tag{8.9}$$

Ja sistēma būs n -kart statiski nenoteicama, tad deformāciju sakarību sistēma būs

$$\begin{aligned} \Delta_{11} + \dots + \Delta_{1n} + \Delta_{1q} &= 0, \\ \Delta_{21} + \dots + \Delta_{2n} + \Delta_{2q} &= 0, \\ \vdots \\ \Delta_{n1} + \dots + \Delta_{nn} + \Delta_{nq} &= 0. \end{aligned} \tag{8.10}$$

Ievērojot sakarību (8.6), formulu (8.10) pārrakstām, iegūstot sekojošu kanonisko vienādojumu sistēmu vispārējo veidu n -kart statistiski nenoteicamais sistēmai:

$$\begin{aligned} &\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1q} = 0, \\ &\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2q} = 0, \\ &..... \\ &\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{na} = 0. \end{aligned} \tag{8.11}$$

Deformācijas pamatsistēmai no spēka vieniniekiem $\delta_{11} \dots \delta_{nn}$ sauc par koeficientiem, bet pārvietojumus no ārējās slodzes $\Delta_{1q} \dots \Delta_{nq}$ sauc par brīviem locekļiem. Abas šīs deformācijas varam aprēķināt ar jau zināmām metodēm (Kastiljano formula, Mora integrālis, Vereščagina paņēmiens), tādēļ formulās (8.11) nezināmas ir tikai reakcijas $X_1, X_2, \dots, X_n$. Koeficientu skaits samazinās, ja pielietojam Maksvela teorēmu par pārvietojumu savstarpīgumu $\delta_{ji} = \delta_{ij}$.

8.3. EPĪRU ZĪMĒŠANA STATISKI NENOTEICAMĀM SISTĒMĀM

Kad aprēķinātas visas balstu reakcijas, epīru zīmēšanu veic izmantojot šķēlumu metodi, analogi kā to darījām statiski noteicamām sistēmām. Ar šķēlumu metodi aprēķinām iekšējo spēku faktoru vērtības atsevišķos posmos un šķēlumos. Ja aprēķināmā sistēma slogota ar koncentrētu slodzi – koncentrētu spēku un momentu veidā, kanonisko vienādojumu koeficientu aprēķināšanai ieteicams izmantot Vereščagina paņēmieni. Tam nolūkam pamatsistēmai zīmē lieces momentu epīras no ārējās slodzes un atsevišķi epīras no spēku vieniniekiem, kuri pielikti atmesto balstu reakciju vietās un virzienos. Ievērojot spēku darbības neatkarības principu, kopējā epīra būs summa no pamatsistēmai pieliktās ārējās slodzes un atmesto saišu reakciju epīrām.

Lai iegūtu atmesto saišu reakciju epīras, pareizinām no reakciju spēku vieniniekiem uzzīmētās epīras, kuras pielietojot Vereščagina paņēmieni tika uzzīmētas jau pirms koeficientu aprēķināšanas, ar šo reakciju aprēķinātām vērtībām.

8.1. piemērs. Divkārt statiski nenoteicama sistēma.

Konstruēt lieces momenta epīru dotajam 2-kart statiski nenoteicamajam rāmim, ja $q = 7 \text{ kN/m}$, bet $a = 2 \text{ m}$ (8.3. att. a).

Atrisinājums

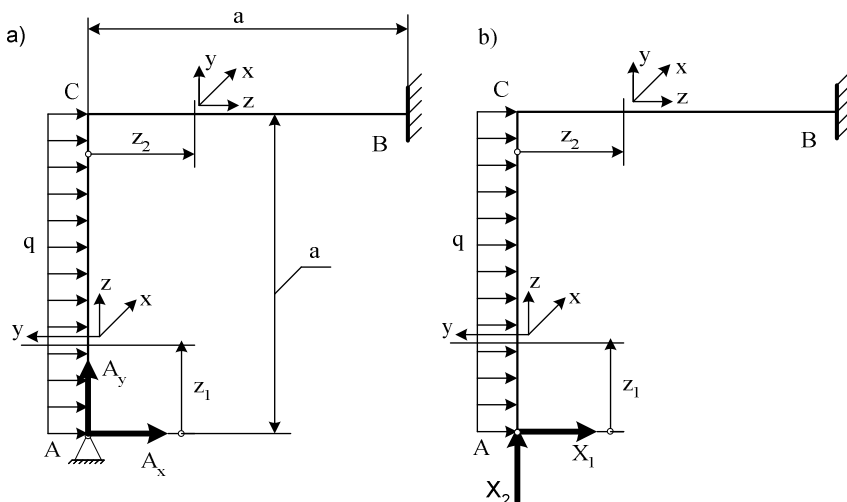
Sistēma ir 2-kārt statiski nenoteicama. Reakcijas A_x un A_y ir jāaprēķina izmantojot deformācijas. Nosacīti atmetot balstu A iegūstam t.s. pamatsistēmu, kura ir statiski noteicama un ģeometriski nemainīga (8.3. att. b). Sistēmai ir divi posmi $A-C$ un $C-B$. Katrā no posmiem veidojam šķēlumu attālumos z_1 un z_2 no to sākuma. Aprēķināmās reakcijas A_x un A_y apzīmēsim ar attiecīgi ar X_1 un X_2 .

Reakciju X_1 un X_2 aprēķināšanai izmantosim sekojošu kanonisko vienādojumu sistēmu:

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + \Delta_{1q} = 0,$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} + \Delta_{2q} = 0.$$

Lai aprēķinātu koeficientus pie nezināmajām reakcijām, zīmējam lieces momentu epīras no reakciju X_1 un X_2 vieniniekiem ($\bar{X}_1 = 1$ un $\bar{X}_2 = 1$) un ārējās slodzes q (8.4. att.).



8.4. att. Statiski divkārt nenoteicama sistēma.

Koeficientu δ_{11} noteiksim reizinot, saskaņā ar Vereščagina paņēmieni, epīru $\bar{X}_1$ (8.5. att. a) pašu ar sevi. Tad

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{a \cdot a}{2} \cdot \frac{2a}{3} + a \cdot a \cdot a \right) = \frac{4a^3}{3EI}.$$

Koeficientu δ_{12} un δ_{21} noteikšanai reizinām epīru $\bar{X}_1$ ar epīru $\bar{X}_2$. Ievērojot Maksvela teorēmu par pārvietojumu savstarpīgumu, būs

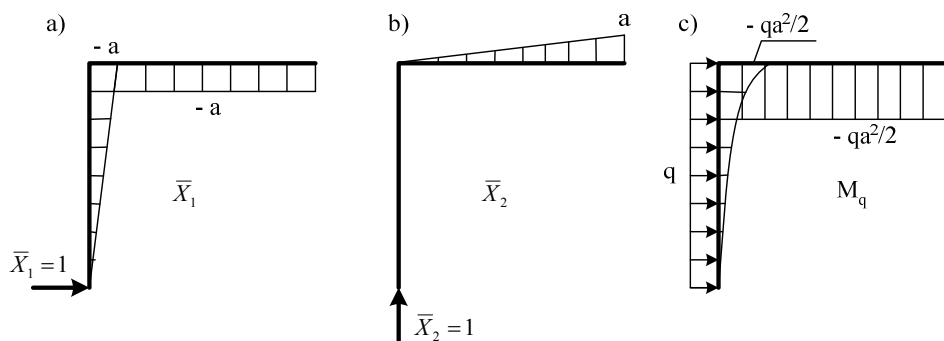
$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\frac{a \cdot a \cdot a}{2EI} = -\frac{a^3}{2EI}.$$

Koeficienta δ_{22} noteikšanai reizinām epīru $\bar{X}_2$ pašu ar sevi:

$$\delta_{22} = \frac{a \cdot a}{2EI} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{3EI}.$$

Kanonisko vienādojumu sistēmas brīvo locekļu aprēķināšanai reizinām katru no vieninieku epīrām ar ārējās slodzes epīru. Tad reizinot $\bar{X}_1$ epīru ar M_q atrodam:

$$\Delta_{1q} = \frac{1}{EI} \left(\frac{qa^2}{2} \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{3a}{4} + \frac{qa^2}{2} \cdot a \cdot a \right) = \frac{5qa^4}{8EI}.$$



8.5. att. Lieces momentu epīras no reakciju vieniniekiem un ārējās slodzes.

Reizinot $\bar{X}_2$ epīru ar M_q epīru iegūsim:

$$\Delta_{21q} = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{qa^2}{2} \cdot \frac{qa^2}{2} = -\frac{qa^4}{4EI}.$$

Ievietojot aprēķinātās deformāciju vērtības kanoniskajos vienādojumos, un saīsinot ar kopējo reizinātāju $\frac{a^3}{EI}$, dabūsim vienādojumu sistēmu:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}X_1 - \frac{1}{2}X_2 + \frac{5}{8}qa &= 0, \\ -\frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{3}X_2 - \frac{1}{4}qa &= 0. \end{aligned}$$

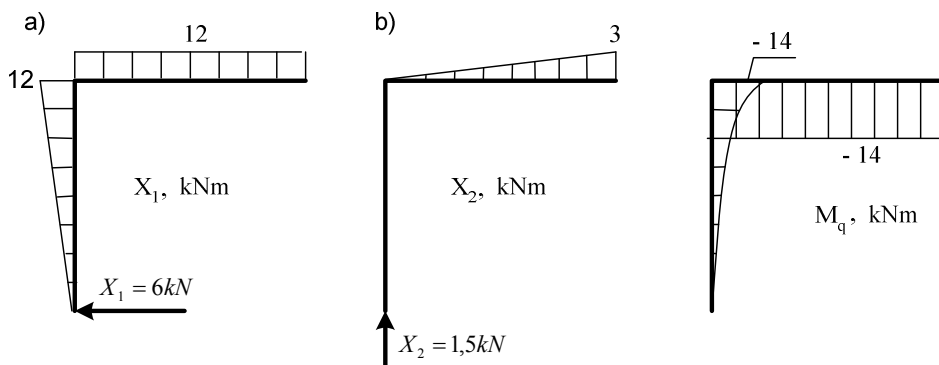
Atrisinot šo vienādojumu sistēmu iegūstam nezināmo reakciju vērtības:

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{3}{7}qa = -\frac{3}{7} \cdot 7 \cdot 2 = -6kN, \\ X_2 &= \frac{3}{28}qa = \frac{3}{28} \cdot 7 \cdot 2 = 1,5kN. \end{aligned}$$

Pie zināmām reakciju X_1 un X_2 vērtībām rakstam momentu izteiksmes katram no posmiem AC un CB. Aprēķinām momentu vērtības posmu sākumā un beigās un kā parasti zīmējam lieces momenta epīru.

Var rīkoties arī šādi:

- 1) Katru no reakciju vieninieku epīrām $\bar{X}_1$ un $\bar{X}_2$ reizinām ar reakciju X_1 un X_2 nupat aprēķinātajām īstajām vērtībām. Epīru raksturīgajos punktos pierakstām jaunās vērtības (8.6. att. a un b). Zīmējam arī ārējās slodzes q radītā lieces momenta epīru (8.6. att. c).



8.6. att. **Lieces momentu epīras:**

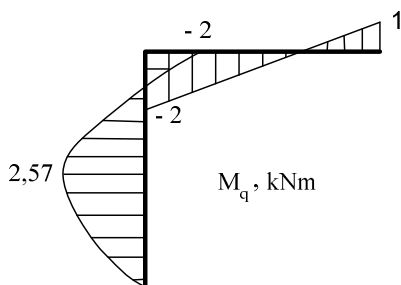
a) un b) - no reakciju X_1 un X_2 īstajām vērtībām, c) - no ārējās slodzes q .

- 2) Saskaitot momentu vērtības raksturīgos punktos (A , B , C) visām trim epīrām, iegūstam kopējo lieces momenta epīru (8.7. att.). Kā redzam, punktā A moments $M_A = 0$. Punktā B saskaitot momentu vērtības, iegūstam:

$$M_B = 12 + 3 - 14 = 1 \text{ kNm}.$$

Punktā C :

$$M_C = 12 - 14 = -2 \text{ kNm}.$$



8.7. att. **Lieces momenta epīra no izkliedētās slodzes q .**

pielīdzinām nullei. Lieces momenta izteiksme pirmajā posmā būs:

$$M_1 = -X_1 \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2}.$$

Šķērsspēka izteiksme pēc atvasināšanas:

$$Q_1 = \frac{dM_1}{dz_1} = -X_1 - qz_1 = 0.$$

No šejienes seko, ka

$$qz_1 = -X_1,$$

vai

$$\bar{z}_1 = \frac{-X_1}{q} = \frac{-(-6)}{7} = 0,857m.$$

Ievietojot $\bar{z}_1$ vērtību pirmā posma lieces momenta izteiksmē, iegūstam lieces momenta maksimālo vērtību šā posma robežās:

$$\max M_1 = M_{\bar{z}_1} = -X_1 \cdot \bar{z}_1 - \frac{q\bar{z}_1^2}{2} = -(-6) \cdot 0,857 - \frac{7 \cdot 0,857^2}{2} = 2,57kNm.$$

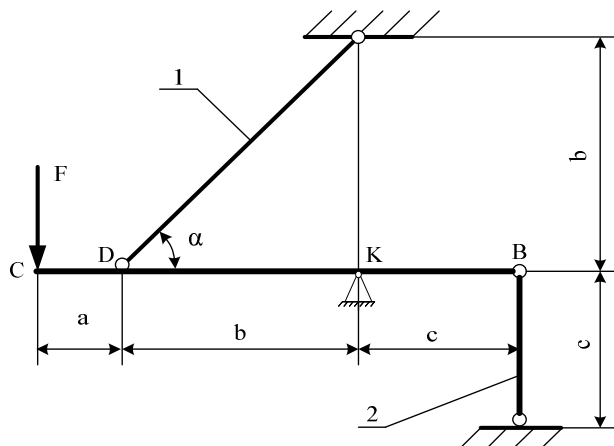
Atliekot $\max M_1$ vērtību attiecīgā šķēlumā ($\bar{z}_1 = 0,857m$), varam uzzīmēt epūru arī pirmajā posmā.

8.2. piemērs. Statiski nenoteicams uzdevums stiepē.

Absolūti cieta un nedeformējama sija BC iekārta divos stieņos 1 un 2, kuri izgatavoti no vienāda materiāla ar vienādiem šķērsgriezuma laukumiem ($EA=const$). Sija slogota ar koncentrētu spēku $F = 20$ kN. Sijas izmēri: $a = 0,5$ m; $b = 1,5$ m; $c = 1$ m. Leņķis $\alpha = 45^\circ$. Aprēķināt aksiālos spēkus stieņos (8.8. att.).

Atrisinājums

Nosakām sijas BC statiskās nenosakāmības pakāpi: s.n.p.=H-Y=1,
kur H – nezināmo reakciju skaits (Y_k ; Z_k ; N_1 un N_2);
Y – sijas BC līdzsvara vienādojumu skaits.



8.8. att. Slogojums shēma.

Sastādām sijas BC statikas līdzsvara vienādojumus:

$$\sum_{i=1}^n F_{iz} = 0;$$

$$N_1 \cos \alpha + Z_k = 0; \quad (8.1)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0;$$

$$N_1 \sin \alpha - N_2 - F + Y_k = 0; \quad (8.2)$$

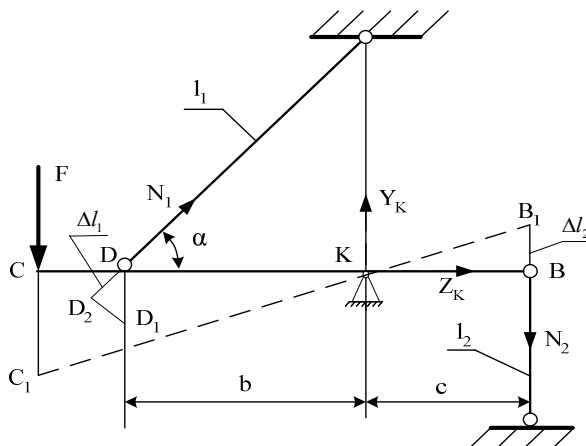
$$\sum_{i=1}^n M_{iK} = 0; \quad F(a+b) - N_1 b \cdot \sin \alpha - N_2 c = 0. \quad (8.3)$$

Spēka F ietekmē nedeformējamā sija BC pagriežas ap balstu K un ieņem stāvokli $C_1 D_1 K B_1$. Ievērojot mazo deformāciju, lokus aizvieto ar perpendikuliem pret sākuma stāvokli.

Stieņu garumi:

$$l_1 = \sqrt{b^2 + b^2} = b\sqrt{2};$$

$$l_2 = c.$$



8.9. att. Stijas BC stieņu deformācijas.

No trīsstūra DD_1D_2 , kurā

$$\angle D_2D_1D = \alpha,$$

iegūstam

$$\Delta l_1 = DD_1 \sin \alpha$$

vai

$$DD_1 = \Delta l_1 / \sin \alpha.$$

No trīsstūru DKD_1 un BKB_1 līdzības izsakām

$$DD_1/b = BB_1/c. \quad (8.4a)$$

Vienādojumā (4a) DD_1 un BB_1 lielumu vietā ievietojam saistības ar stieņu deformācijām

$$\frac{\Delta l_1}{b \cdot \sin \alpha} = \frac{\Delta l_2}{c}. \quad (8.4)$$

Pēc Huka likuma izsakām stieņu pagarinājumus

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 b \sqrt{2}}{EA},$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 c}{EA}$$

un iegūtos rezultātus ievietojam vienādojumā (4). Pēc pārveidošanas iegūstam:

$$N_1 = \frac{N_2 \sin \alpha}{\sqrt{2}} = \frac{N_2 \sin 45^\circ}{\sqrt{2}} = 0,5 N_2.$$

Iegūtos rezultātus ievietojam vienādojumā (3) un izsakām aksiālos spēkus stieņos N_1 un N_2 :

$$F(a+b) - 0,5bN_2 \sin \alpha - N_2 c = 0,$$

$$N_2 = \frac{F(a+b)}{0,5b \cdot \sin \alpha + c} = \frac{20(0,5+1,5)}{0,5 \cdot 1,5 \cdot \sin 45^\circ + 1} = 26,1 \text{ kN},$$

$$N_1 = 0,5 N_2 = 0,5 \cdot 26,1 = 13,1 \text{ kN}.$$

ĻODZE

Iepriekšējās nodaļās aplūkoti konstrukciju elementu stiprības un stinguma aprēķini. Šie aprēķini neievēro bīstamos gadījumus, kad konstrukcijas elements var zaudēt noturību, t. i., spēju saglabāt savu sākotnējo formu vai līdzsvara stāvokli, kuri piešķirti elementa izgatavošanas procesā un kuriem izdarīts aprēķins.

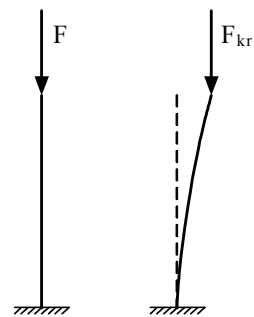
Vienkāršākais gadījums, kad jāpēta noturība, ir tāda stieņa spiedes gadījums, kura šķērsriezuma izmēri ir mazi salīdzinājumā ar stieņa garumu. Spiedes spēkam sasniedzot noteiktu vērtību, stieņa ass taisnlinijas forma var izrādīties nenoturīga – stienis saliecas. Šādu parādību sauc par ļodzi.

9.1. KONSTRUKCIJAS STABILITĀTE

Pieņemsim, ka garš un tievs stienis noslogots ar centriski pieliktu spiedes spēku (9.1. att.). Ja spiedes spēks ir mazāks par kritisko F_{kr} , stienis strādā spiedē, ja spēks lielāks par kritisko, stienis pakļauts vienlaicīgi spiedei un liecei

Spiedes spēkam pat ļoti nedaudz pārsniedzot F_{kr} vērtību, stieņa izliece strauji palielinās un stienis vai nu sagrūst, vai arī iegūst nepieļaujami lielas deformācijas, kuras padara konstrukciju par ekspluatācijai nederīgu. Tāpēc no praktiskā viedokļa kritiskais spēks jāuzskata par graužošo slodzi (robežslodzi).

Visi noturības aprēķini raksturīgi ar to, ka, slodzei sasniedzot kritisko vērtību, notiek konstrukcijas elementu deformācijas rakstura krasa kvantitatīva izmaiņa. Jāievēro, ka līdzsvara stāvoklis, kas atbilst slodzēm, kuras pārsniedz kritisko vērtību, saistīts ar nepieļaujami lielām deformācijām un konstrukcija kļūst nederīga. Tāpēc noturības aprēķinam jānodrošina konstrukcijas elementa darbība, saglabājot sākotnējo līdzsvara stāvokli, t. i., slodzēm jābūt mazākām par kritiskajām.



9.1. att. **Aksiāli slogots stienis.**

Pieļaujamajam spiedes spēkam jābūt vairākkārt mazākam par kritisko. Šo stieņa ass taisnlīnijas formas noturības nosacījumu raksturo sakarība:

$$[F] = \frac{F_{kr}}{n_l},$$

kur $[F]$ - spiedes spēka pieļaujamā vērtība;

F_{kr} - spiedes spēka kritiskā vērtība;

n_l - normatīvais (nepieciešamais) noturības drošības koeficients.

Noturības drošības koeficientu pieņem lielāku nekā attiecīgā materiāla stieņa stiprības aprēķinos. Tas saistīts ar to, ka stieņa noturību iespaido spēka pielikšanas nejauša ekscentricitāte, stieņa sākotnējās izlieces un daži citi faktori, kuri aprēķinos netiek ņemti vērā.

Celtniecībā dažādiem materiāliem izmanto atšķirīgas noturības drošības koeficientu vērtības:

tēraudam – 1,8 ... 3;

čugunam – 5 ... 5,5;

kokam – 2,8 ... 3,3.

9.2. KRITISKĀ SPĒKA NOTEIKŠANA

Noteiksim kritiskā spēka lielumu spiestam stienim, kura abi gali nostiprināti šarnīrveidīgi (9.2. att.) un kurš nedaudz izliekts. Pieņemsim, ka noturība zūd, spriegumam nepārsniedzot stieņa materiāla proporcionalitātes robežu σ_p . Ja stieņa šķēluma aksiālie inerces momenti pret galvenajām asīm nav vienādi, tad stienis izliecas plaknē ar mazāku stingumu, t. i., stieņa šķēlumi pagriežas ap asi pret kuru ir minimālā inerces momenta vērtība - $I_{\min}$.

Šķēlumā z darbojas lieces moments (9.2. att.):

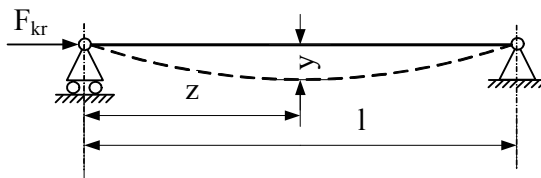
$$M = -F_{kr} y$$

Izmantojam šijas liektās ass
diferenciālvienādojumu

$$EI_{\min} y'' = M ,$$

tas ir

$$EI_{\min} y'' = -F_{kr} y ;$$



9.2. att. Ļodzes slogojums.

$$EI_{\min} y'' + F_{kr} y = 0$$

un dalot to ar

$$EI_{\min} ,$$

iegūstam

$$y'' + \frac{F_{kr} y}{EI_{\min}} = 0 . \quad (9.1)$$

Papildus ievadam apzīmējumu

$$\alpha = \sqrt{\frac{F_{kr}}{EI_{\min}}} , \quad (9.2)$$

tad diferenciālvienādojums pieņem šādu veidu:

$$y'' + \alpha^2 y = 0 . \quad (9.3)$$

Tas ir otrās kārtas diferenciālvienādojums ar konstantu koeficientu.

Vienādojuma atrisinājums ir

$$y = C_1 \sin \alpha z + C_2 \cos \alpha z . \quad (9.4)$$

Integrēšanas konstanšu C_1 un C_2 noteikšanai izmanto robežnosacījumus:

ja $z = 0$, tad

$$y = 0$$

un ja $z = l$, tad

$$y = 0 .$$

Ievietojot šos nosacījumus atrisinājumā (3), iegūstam

$$C_1 \cdot 0 + C_2 = 0$$

un secinām, ka

$$C_2 = 0,$$

bet otrais vienādojums ir šāds:

$$C_1 \sin \alpha l = 0. \quad (9.5)$$

Ja pieņem, ka

$$C_1 = 0,$$

tad iegūstam

$$y = 0,$$

tas ir, ka stienis ir taisns. Tādēļ vienīgais atrisinājums ir

$$C_1 \neq 0$$

un

$$\sin \alpha l = 0.$$

Vienādība atrisināta, ja

$$l = 0, \pi, 2\pi, \dots, n\pi,$$

kur n – vesels skaitlis.

Atrisinājums

$$\alpha l = 0$$

neder, jo tad

$$F_{kr} = 0.$$

Derīgais atrisinājums ir

$$\alpha l = \pi,$$

tad

$$\alpha = \frac{n\pi}{l}.$$

Pielīdzinot šo izteiksmi vienādojumam (9.2), iegūstam:

$$F_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (9.6)$$

Tomēr visbiežāk realizējas gadījums, kad stieņa liektā ass ir sinusoīda ar vienu pusvilni ($n = 1$), t. i., kuram atbilst minimālā kritiskā spēka F_{kr} vērtība

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (9.7)$$

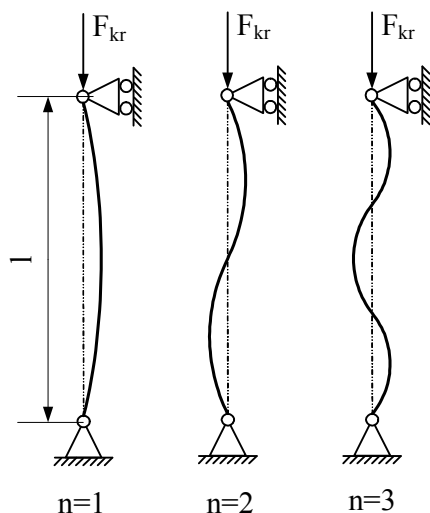
Kritiskā spēka izteiksmi (Eilera formulu) dažādiem sloojuma veidiem var izteikt:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l_r^2}, \quad (9.8)$$

kur $l_r = \mu l$ - reducētais stieņa garums;

μ - redukcijas koeficients,

kurš ievērtē stieņa galu nostiprinājuma veidu.



9.3. att. Stieņa noturības zaudēšana pie dažādām n vērtībām.

Kritiskajam spēkam atbilst tā sauktais kritiskais spriegums:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu l / i_{\min})^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (9.9)$$

kur A – stieņa šķērsriezuma laukums.

Stieņa šķērsriezuma laukuma minimālais inerces rādiuss

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}},$$

bet stieņa slaidums

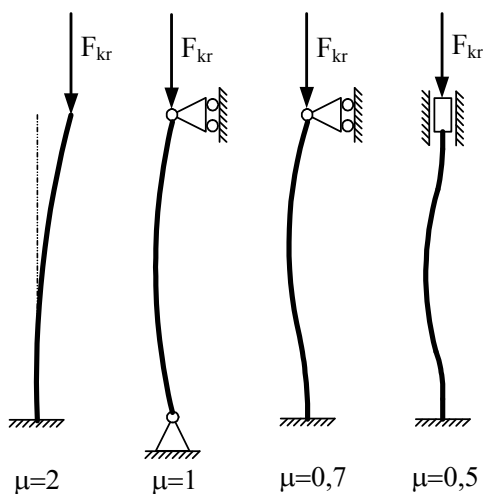
$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}.$$

Eilera formula derīga, ja kritiskais spriegums

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_p.$$

Tad

$$\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_p.$$



9.4. att. Dažādi stieņa galu nostiprinājuma veidi.

Robežslaidums ir atkarīgs tikai no materiāla fizikāli mehāniskajām īpašībām

$$\lambda_{rob} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}}.$$

Mazoglekļa tēraudam $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\sigma_p \approx 200$ MPa un pieņemot, ka $\pi^2 \approx 10$ iegūstam

$$\lambda_{rob} = \sqrt{\frac{10 \cdot 2 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^2}} = 100.$$

Eilera formula pielietojama, ja stieņa slaidums lielāks mazoglekļa tēraudam par 100, kokam 80, čugunam 80 ... 100, utt.

Praksē bieži vien spiestu stieņu slaidums ir mazāks par robežvērtību, t. i., kritiskie spriegumi lielāki par proporcionalitātes robežu. Tādos gadījumos Eilera formulu izmantot nedrīkst un ir jāpielieto empīriskas formulas, kuras atrastas eksperimentālu pētījumu rezultātā.

Kritiskā sprieguma izskaitļošanai tērauda stieņos F.Jasinskis ieteicis formulu:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda,$$

kur a un b – parametri, kuri raksturo materiāla īpašības un iegūti eksperimentāli.

Mazoglekļa tēraudam, ja slaidums

$$60 \leq \lambda \leq 100,$$

Jasinska formula ir šāda:

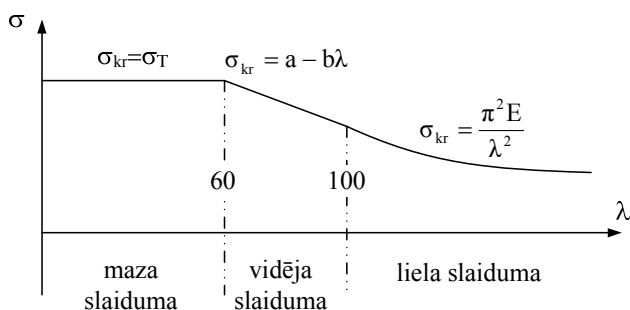
$$\sigma_{kr} = 304 - 1,12\lambda \text{ MPa.} \quad (9.10)$$

Ja kritiskais spriegums, kas aprēķināts pēc formulas (10), ir augstāks par tecēšanas robežu σ_T , tērauda stienim bīstama ir nevis noturības zušana, bet gan ievērojamu paliekošo deformāciju rašanās. Šajā gadījumā par kritisko spriegumu jāuzskata tecēšanas robeža, t. i., $\sigma_{kr} = \sigma_T$. Tas raksturīgi tērauda stieņiem ar mazu slaidumu $\lambda \leq 60$.

Stieņus, kuriem pielieto Eilera formulu, sauc par liela slaiduma stieņiem.

Stieņus, kuriem pareizus rezultātus dod Jasinska formula, sauc par vidēja slaiduma stieņiem. Bet stieņus, kuriem kritiskie spriegumi, kas izskaitļoti pēc Jasinska

formulas, pārsniedz tecēšanas robežu, sauc par maza slaiduma stieņiem. Tiem kritiskie spriegumi ir vienādi ar tecēšanas robežu.



9.5. att. **Kritiskā sprieguma atkarība no slaiduma mazoglekļa tērauda stieņiem.**

Koka stieņiem Šveices zinātnieks Tetmajers piedāvā formulu, kura ir pareiza, ja $\lambda < 80$:

$$\sigma_{kr} = 28,3 - 0,19\lambda \text{ MPa.} \quad (9.11)$$

Kritiskais spriegums noteiktam materiālam ir atkarīgs tikai no stieņa slaiduma λ .

Gadījumos, kad Eilera formulu nevar lietot un kritisko spriegumu aprēķina pēc empīriskām sakarībām, spiedes spēka pieļaujamo lielumu nosaka formula:

$$[F] = \frac{\sigma_{kr} A}{n_l}, \quad (9.12)$$

kur n_l - nepieciešamais noturības drošības koeficients.

9.3. ŠĶĒRSGRIEZUMA IZVĒLE PĒC NOTURĪBAS NOSACĪJUMA (PROJEKTA APRĒĶINS)

Tuvināšanas aprēķinu metodes gaita ir šāda. Stiprības nosacījums lodzē ir

$$\sigma_l = \frac{F}{A} \leq \varphi[\sigma]_{sp}, \quad (9.13)$$

kur φ - pieļaujamo spiedes spriegumu samazināšanas koeficients, kurš atkarīgs no stieņa materiāla un slaiduma.

Ar formulu (9.13), var risināt trīs tipu uzdevumus:

1. Spiesta stieņa noturības pārbaude (pārbaudes aprēķins), kad zināms šķērsriezuma laukums A_{bruto} , spiedes spēks F , kā arī stieņa garums un tā galu nostiprināšanas veids, kas nosaka slaidumu λ un tātad arī koeficientu φ . Sprieguma novērtējumam izmanto formulu (9.13). Eksperimentālu pētījumu ceļā noskaidrots, ka šķērsriezumu vājināšana ar kniežu urbumiem maz ietekmē tērauda stieņu noturību, tāpēc spiestu tērauda stieņu noturības pārbaudi vienmēr izdara bruto laukumam (neievērojot vājinājumus).

2. Šķērsriezuma izvēle pēc noturības nosacījuma (projekta aprēķins), kad dots spiedes spēks F un pieļaujamais spriegums $[\sigma]$. Parasti zināms arī stieņa garums, tā galu nostiprināšanas veids un šķērsriezuma forma (bet ne izmēri). Turpmāk ir izklāstīta sīkāk risināšanas kārtība. Nedrīkst aizmirst, ka koeficientu φ nav iespējams noteikt jo nav zināms šķērsriezuma laukums. Tādēļ vispirms pieņem φ vērtību, bet pēc tam, pielietojot pakāpenisku tuvinājuma metodi, tiek panākta šķērsriezuma un koeficienta φ atbilstība.

3. Pieļaujamās slodzes noteikšana pēc noturības nosacījuma. Šai gadījumā zināms šķērsriezuma laukums A_{bruto} , pieļaujamais spriegums $[\sigma]$, stieņa garums un tā galu nostiprināšanas veids. Pārveidojot formulu (9.13) iegūstam

$$[F] = \varphi [\sigma] A. \quad (9.14)$$

Virknē gadījumu noturības aprēķinus veic neizmantojot lodzes iespaida koeficientu φ . Pieļaujamo slodzi vai pieļaujamo spriegumu nosaka pēc Eilera vai citām empīriskām formulām, aprēķināto kritisko slodzi vai kritisko spriegumu dalot ar doto drošības koeficientu.

Tā kā kritiskā spēka un pieļaujamā sprieguma vērtības ir atkarīgas no slaiduma λ , tad, izvēloties spiesta stieņa šķērsriezuma formu, jācenšas palielināt šķērsriezuma laukuma minimālo inerces rādiusu i_{min} . Cauruļveida šķērsriezumi vienmēr izrādās izdevīgāki nekā pilnie šķērsriezumi, ja laukumi ir vienādi,

cauruļveida šķērsgriezumiem ir lielāks aksiālais inerces moments un līdz ar to arī inerces rādiuss.

Lai salīdzinātu savā starpā dažādas formas šķērsgriezumus izmanto bezdimensionālu lielumu – īpatnējo inerces rādiusu

$$\rho_{ip} = \frac{i_{\min}}{\sqrt{A}} = \frac{\sqrt{I_{\min}}}{A}. \quad (9.15)$$

Jo lielāka inerces rādiusa vērtība, jo izdevīgāks ir šķērsgriezums. Spiestu stieņu šķērsgriezumi ir racionāli tikai tad, ja tie ir vienādi noturīgi visos virzienos, t. i., šķērsgriezumu laukumu inerces momentiem pret jebkuru no centrālajām asīm jābūt vienādiem, vai mazliet atšķirīgiem. Tā kā velmētiem tērauda dubult –T, stūreņiem un U veida profiliem vislielākie un vismazākie inerces momenti pret galvenajām asīm krasi atšķiras, tāpēc no velmētiem profiliem veido saliktus šķērsgriezumus, kuri ir vienlīdz noturīgi visos virzienos.

Spriegumu samazināšanas koeficients var mainīties robežās $0 < \varphi < 1$, tādēļ pirmajā solī pieņem $\varphi_1 = 0,5$.

Tabula 9.1

Dažādu šķēluma laukumu īpatnējie inerces rādiusi

Šķēluma laukuma forma	ρ_{ip}
Cauruļveida šķēlums ($\alpha = 0,7 \dots 0,9$)	0,86...1,53
Stūreņa veida profils	0,4...0,6
Dubult – T veida profils	0,27...0,41
U veida profils	0,38...0,45
Aplis	0,283
Kvadrāts	0,289
Taisnstūris ($h/b = 2$)	0,204

1. Šķēluma laukums $A_1 = \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]_{sp}}$.
2. No laukuma A_1 , izvēloties šķērsgriezuma formu, iegūstam $I_{\min}$ un $i_{\min}$ izteiksmes.

3. Atrodam slaidumu $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$.

4. Zinot λ , pēc tabulām atrodam spriegumu samazināšanas koeficientu φ_{lab} .

5. Dabiski, ka φ_{lab} nesakrīt ar φ_1 , jo pretējā gadījumā būtu uzminēta atbilde.

Ja atšķirība starp φ_{lab} un φ_1 ir lielāka par 5%, tad aprēķinu atkārto otrajā solī, pieņemot $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_{lab}}{2}$. Tā turpina līdz φ un φ_{lab} atšķiras mazāk par 5%. Var

salīdzināt arī faktiskos spriegumus $\sigma_f = \frac{F}{A}$ ar pieļaujamajiem lodzes spriegumiem

$[\sigma]_l = \varphi_{lab} [\sigma]_{sp}$. Ja nosacījums

$$\frac{\sigma_f - [\sigma]_l}{[\sigma]_l} \leq \pm 5\%$$

ir apmierināts, tad esam ieguvuši pareizo atbildi.

Tabula 9.2

Lodzes iespaida koeficienta φ vērtības stieņu noturības aprēķinos

Slaidums λ	Tēraudi Cm 3 ... Cm 4	Tērauds Cm 5	Čuguns	Koks
0	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43		0,25
120	0,45	0,36		0,22
130	0,40	0,33		0,18
140	0,36	0,29		0,16
150	0,32	0,26		0,14
160	0,29	0,24		0,12
170	0,26	0,21		0,11
180	0,23	0,19		0,10
190	0,21	0,17		0,09
200	0,19	0,16		0,08

9.1. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Aprēķināt kvadrātiska šķērsriezuma izmērus koka statnei, kuras garums 2,4 m, ja spiedes spēks 50 kN. Pieļaujamais spriegums spiedē $[\sigma]_{sp} = 10 \text{ MPa} = 1 \text{ kN/cm}^2$. statnes gali nostiprināti ar locīklām ($\mu = 1$).

Atrisinājums

Pirmajā tuvinājumā pieņemam, ka $\varphi_1 = 0,5$, tad nepieciešamais šķērsriezuma laukums

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]_{sp}} = \frac{50}{0,5 \cdot 1} = 100 \text{ cm}^2,$$

tad šķērsriezuma laukuma mala ir

$$a_1 = \sqrt{A_1} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}.$$

Šķērsriezuma laukums

$$A = a^2,$$

aksiālais inerces moments

$$I_x = I_y = \frac{a^4}{12};$$

inerces rādiuss

$$i = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = 0,289a = 0,289 \cdot 10 = 2,89 \text{ cm}.$$

Stieņa slaidums

$$\lambda = \frac{1 \cdot 240}{2,89} = 83.$$

No 1. tabulas, interpolējot iegūstam

$$\varphi_{1tab} = 0,48 - (0,48 - 0,38) \frac{3}{10} = 0,45.$$

Pieļaujamais spriegums ļodzē

$$[\sigma]_l = \varphi_{1tab} [\sigma]_{sp} = 0,45 \cdot 1 = 0,45 \text{ kN/cm}^2.$$

Faktiskais spriegums

$$\sigma_f = \frac{F}{A_1} = \frac{50}{100} = 0,5 \text{ kN/cm}^2.$$

Faktiskais spriegums ir par

$$\frac{[\sigma]_l - \sigma_f}{[\sigma]_l} \cdot 100 = \frac{0,45 - 0,50}{0,45} \cdot 100 = -11\%$$

lielāks nekā pieļaujamais spriegums.

Šķērsriezuma laukums ir jāpalielina. Otrajā tuvinājumā izmantojam iepriekš iegūtās izteiksmes:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_{1tab}}{2} = \frac{0,50 + 0,45}{2} = 0,475;$$

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]_{sp}} = \frac{50}{0,475 \cdot 1} = 105,3 \text{ cm}^2;$$

$$a_2 = \sqrt{A_2} = \sqrt{105,3} = 10,3 \text{ cm};$$

$$i_2 = 0,289 \cdot a_2 = 0,289 \cdot 10,3 = 2,98 \text{ cm};$$

$$\lambda_2 = \frac{\mu \cdot l}{i_2} = \frac{1 \cdot 240}{2,98} = 80,5;$$

$$\varphi_{2tab} = 0,48 - (0,48 - 0,38) \frac{0,5}{10} = 0,475;$$

$$\sigma_f = \frac{F}{A_2} = \frac{50}{105,3} = 0,471 \text{ kN/cm}^2;$$

$$[\sigma]_l = \varphi_{2tab} [\sigma]_{sp} = 0,475 \cdot 1 = 0,475 \text{ kN/cm}^2.$$

Starpība starp faktiskajiem un pieļaujamiem spriegumiem

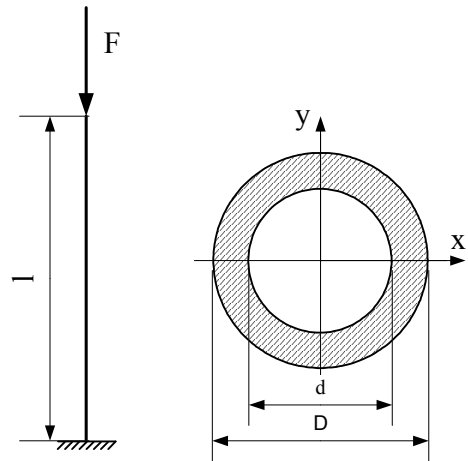
$$\frac{[\sigma]_l - \sigma_f}{[\sigma]_l} \cdot 100 = \frac{0,475 - 0,471}{0,475} \cdot 100 \approx 1\% < 5\%.$$

Stiprība lodzē ir nodrošināta un malas garums ir $a = a_2 = 103 \text{ mm}$.

9.2. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Noteikt pieļaujamo spiedes spēku tērauda kolonai ar dažādu garumu ($l = 1,2 \text{ m}$; $l = 2 \text{ m}$; $l = 3 \text{ m}$), ja tās viens gals ir iespilēts, bet otrs gals brīvs. Kolona veidota no caurules, kuras ārējais diametrs $D = 150 \text{ mm}$, bet iekšējais – $d = 130 \text{ mm}$ (9.7. att.).

Tērauda tecēšanas robeža $\sigma_T = 220 \dots 250 \text{ MPa}$ (pieņemam $\sigma_T = 230 \text{ MPa} = 23 \text{ kN/cm}^2$) un elastības modulis $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$. Drošības koeficients ģodzē $[n_{\text{not}}] = 2$.



$\mu=2$

9.7. att. Slogojuma shēma.

Atrisinājums

1. Ja kolonnas augstums ir

$$l = 1,2 \text{ m} = 120 \text{ cm}.$$

Kolonnas šķēsgriezuma laukums

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{3,14}{4} (15^2 - 13^2) = 44 \text{ cm}^2;$$

diametru attiecība

$$\alpha = \frac{d}{D} = \frac{13}{15} = 0,867;$$

aksiālais inerces moments

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4) = \frac{3,14 \cdot 15^4}{64} (1 - 0,867^4) = 1083 \text{ cm}^4;$$

minimālais inerces rādiuss

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{1083}{44}} = 4,96 \text{ cm}$$

un kolonnas slaidums

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{2 \cdot 120}{4,96} = 48,4 \text{ .}$$

Tā ir maza slaiduma kolona,

$$\text{jo } 0 \leq \lambda \leq 60,$$

tad

$$\sigma_{kr} = \sigma_T \text{ .}$$

Pieļaujamais spiedes spēks

$$[F] = \frac{\sigma_{kr} \cdot A}{[n_{not}]} = \frac{23 \cdot 44}{2} = 506 \text{ kN.}$$

2. Ja kolonnas augstums ir

$$l = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm,}$$

tad kolonas slaidums būs

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{2 \cdot 200}{4,96} = 80,6 \text{ .}$$

Tā ir vidēja slaiduma kolona, jo

$$60 \leq \lambda \leq 100 \text{ .}$$

Kritisko spriegumu aprēķinām pēc Jasinska formulas

$$\sigma_{kr} = 304 - 1,12\lambda \text{ MPa}$$

vai

$$\sigma_{kr} = 30,4 - 0,112\lambda \text{ kN/cm}^2 = 30,4 - 0,112 \cdot 80,6 = 21,4 \text{ kN/cm}^2 \text{ .}$$

Pieļaujamais spiedes spēks

$$[F] = \frac{\sigma_{kr} \cdot A}{[n_{not}]} = \frac{21,4 \cdot 44}{2} = 471 \text{ kN.}$$

3. Ja kolonas augstums ir

$$l = 3 \text{ m} = 300 \text{ cm,}$$

tad tās slaidums

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{2 \cdot 300}{4,96} = 121 \text{ .}$$

Tā ir liela slaiduma kolonna , jo

$$\lambda > 100 \text{ .}$$

Kritiskā sprieguma noteikšanai izmantojam Eilera formulu:

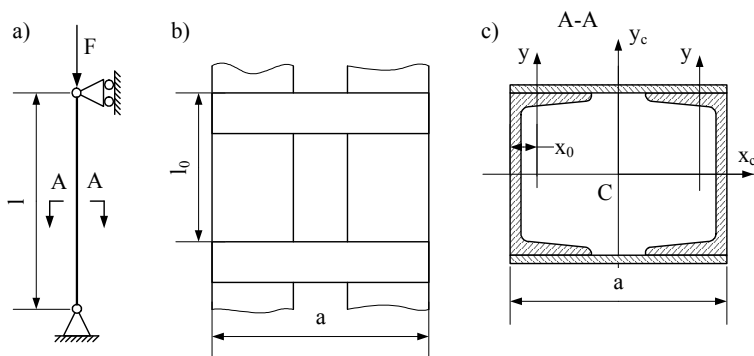
$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{\min}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 4,96^2}{(2 \cdot 300)^2} = 13,5 \text{ kN/cm}^2.$$

Pieļaujamais spiedes spēks

$$[F] = \frac{\sigma_{kr} \cdot A}{[n_{not}]} = \frac{13,5 \cdot 44}{2} = 297 \text{ kN}.$$

9.3. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Tērauda kolonna (9.8. att.), kura veidota no diviem U velmētiem profiliem savienotiem ar plāksnēm, centriski slogota ar spiedes spēku $F = 400 \text{ kN}$. Kolonnas augstums $l = 6 \text{ m}$ ar šarnīrveidīgu nostiprinājumu augšējā un apakšējā galā. Nepieciešamais noturības drošības koeficients $[n]_l = 2$ un tērauda materiāla pieļaujamais spriegums spiedē $[\sigma]_{sp} = 160 \text{ MPa} = 16 \text{ kN/cm}^2$. Aprēķināt kolonnas šķērsriezuma izmērus.



9.8. att. Slogojuma shēma un kolonnas šķēluma laukums.

Atrisinājums

Eilera formula kritiskā spēka noteikšanai

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu l)^2}$$

un noturības drošības koeficients

$$n_l = \frac{F_{kr}}{F},$$

tad viena profila nepieciešamais aksiālais inerce moments būs

$$I_x = \frac{F(\mu l)^2 n_l}{2\pi^2 E} = \frac{400 \cdot (1 \cdot 600)^2 \cdot 2}{2 \cdot 3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^4} = 730 \text{ cm}^4.$$

Izvēlamies U profilu Nr. 16, kuram

$$A = 18,1 \text{ cm}^2;$$

$$I_x = 747 \text{ cm}^4;$$

$$i_x = 6,42 \text{ cm}.$$

Slaidums attiecībā pret x asi

$$\lambda_x = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{1 \cdot 600}{6,42} = 93,5,$$

pie kura pieļaujamo spriegumu samazināšanas koeficients

$$\varphi_{tab} = 0,69 - \frac{(0,69 - 0,60)3,5}{10} = 0,659.$$

Faktiskais spiedes spriegums kolonā

$$\sigma_f = \frac{F}{2A} = \frac{400}{2 \cdot 18,1} = 11 \text{ kN/cm}^2.$$

Pieļaujamie spriegumi lodzē

$$[\sigma]_l = [\sigma]_{sp} \varphi_{tab} = 16 \cdot 0,659 = 10,5 \text{ kN/cm}^2.$$

Spriegumu starpība sastāda

$$\frac{[\sigma]_l - \sigma_f}{[\sigma]_l} = \frac{10,5 - 11}{10,5} 100 = -4,8\% < |5\%|.$$

Pārslodze ir pieļaujamās robežās.

Tā kā slaidums

$$\lambda = 93,5 < 100,$$

tad kritiskais spriegums

$$\sigma_{kr} = 30,4 - 0,112\lambda = 30,4 - 0,112 \cdot 93,5 = 19,9 \text{ kN/cm}^2$$

un noturības drošības koeficients

$$n_l = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_f} = \frac{19,9}{11} = 1,81.$$

Tomēr nav nodrošināts drošības koeficients noturībā. Tādēļ pieņemam profilu par vienu lielumu lielāku Nr. 16a, kuram

$$A = 19,5 \text{ cm}^2;$$

$$I_x = 823 \text{ cm}^4;$$

$$i_x = 6,49 \text{ cm}.$$

Aprēķinam:

$$\lambda_x = \frac{\mu l}{i_x} = \frac{1 \cdot 600}{6,49} = 92,4;$$

$$\varphi_{2tab} = 0,69 - \frac{(0,69 - 0,60)2,4}{10} = 0,668;$$

$$\sigma_f = \frac{F}{2A} = \frac{400}{2 \cdot 19,5} = 10,3 \text{ kN/cm}^2;$$

$$[\sigma]_l = [\sigma]_{sp} \varphi_{1tab} = 16 \cdot 0,668 = 10,7 \text{ kN/cm}^2.$$

Starpība spriegumiem

$$\frac{10,7 - 10,3}{10,7} \cdot 100 = 3,7\% < 5\%.$$

Kritiskais spriegums

$$\sigma_{kr} = 30,4 - 0,112\lambda = 30,4 - 0,112 \cdot 92,4 = 20,05 \text{ kN/cm}^2.$$

Noturības drošības koeficients

$$n_l = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_f} = \frac{20,05}{10,3} = 1,95.$$

Starpība drošības koeficientiem

$$\frac{[n]_l - n_l}{[n]_l} \cdot 100 = \frac{2,00 - 1,95}{2,00} \cdot 100 = 2,5\% < 5\%.$$

Derīgs profils Nr. 16a, kuram

$$i_{\min} = i_y = 2,01 \text{ cm},$$

$$I_y = 78,8 \text{ cm}^4$$

un

$$x_0 = 2,00 \text{ cm}.$$

Attālumu l_0 starp sastiprināšanas plāksnēm iegūstam, izmantojot celtniecības normas, kurās ir norādījums, ka kolonas atsevišķa stieņa posma slaidums starp plāksnēm nedrīkst pārsniegt $\lambda_0 = 30 \dots 40$. Bez tam pieņem, ka posma gali var brīvi pagriezties, t. i., posma garuma redukcijas koeficients $\mu = 1$.

Minimālais inerces rādiuss vienam profilam ir $i_y = 2,01$ cm. Attālumu starp sastiprināšanas plāksnēm aprēķinām ar formulu

$$\lambda_0 = \frac{l_0}{i_y},$$

tad reducētais garums

$$l_0 = i_y \lambda_0 = 2,01(30 \dots 40) = 60,3 \dots 80,4 \text{ cm}.$$

Pieņemam $l_0 = 70 \text{ cm} = 700 \text{ mm}$.

Profilu novietošanas attālumu a aprēķinām no nosacījuma, lai galvenie inerces momenti saliktam laukumam pret abām galvenajām inerces asīm būtu vienādi, t. i.,

$$2I_x = 2I_y = I_{xC} = I_{yC} = I_x = I_y.$$

Tā kā sastiprināšanas plāksnes nav absolūti cietas, bet deformējami ķermeņi, tad praktiskos aprēķinos pieņem

$$I_{yC} = kI_{xC},$$

kur $k = 1,15 \dots 1,20$.

Viena profila inerces moments pret y_C asi:

$$I_{yC} = I_y + A \left(\frac{b}{2} - x_0 \right)^2 = kI_{xC}$$

un izsakām

$$a = 2 \left(x_0 + \sqrt{\frac{kI_{xC} - I_y}{A}} \right).$$

Pieņemot $k = 1,2$, iegūstam

$$a = 2 \left(2,00 + \sqrt{\frac{1,2 \cdot 823 - 78,8}{19,5}} \right) = 17,7 \text{ cm}.$$

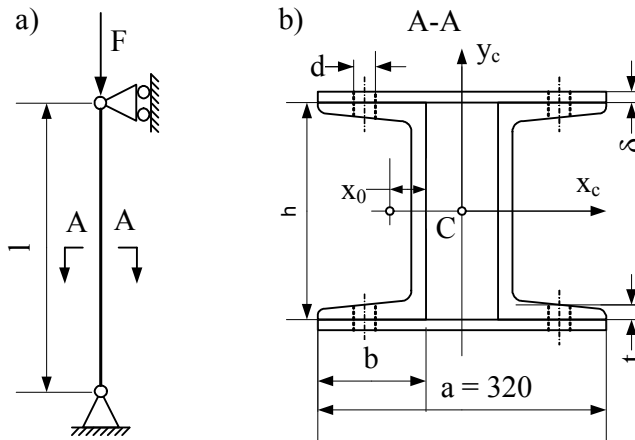
Pieņemam $a = 18 \text{ cm} = 180 \text{ mm}$.

9.4. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Kolona izveidota no diviem standartizētiem U profila Nr. 22 stieņiem un divām savienojošām plāksnēm ar biezumu $\delta = 10$ mm (9.9. att.). Profili ar plāksnēm sakniedēti ar kniedēm (kniedžu diametrs $d = 20$ mm). Aprēķināt pieļaujamo spiedes spēku, ja pieļaujamais spriegums $[\sigma] = 160$ MPa = 16 kN/cm², kolonnas garums $l = 6$ m un kolonas gali nostiprināti šarnīros.

Atrisinājums

Viena U profila Nr. 22 šķēlumam: $A = 26,7$ cm²; $h = 220$ mm; $b = 82$ mm; $t = 9,5$ mm; $I_x = 2110$ cm⁴; $I_y = 151$ cm⁴ un $x_0 = 2,21$ cm.



9.9. att. Slogojuma shēma un kolonnas šķērsgriezuma laukums.

Kolonnas šķēluma laukuma aksiālie inerces momenti:

$$I_{yC} = 2 \left[\frac{\delta \cdot a^3}{12} + I_y + \left(\frac{a}{2} - b + z_0 \right)^2 \cdot A \right] =$$

$$= 2 \left[\frac{1 \cdot 32}{12} + 151 + \left(\frac{32}{2} - 8,2 + 2,21 \right)^2 \cdot 26,7 \right] = 11115 \text{ cm}^4;$$

$$I_{xc} = 2 \left[I_x + \frac{a\delta^3}{12} + \left(\frac{h+\delta}{2} \right)^2 a\delta \right] = 2 \left[2110 + \frac{32 \cdot 1^3}{12} + \left(\frac{22+1}{2} \right)^2 32 \cdot 1 \right] = 12690 \text{ cm}^4 > I_y.$$

Minimālais aksiālais moments

$$I_{\min} = I_y = 11115 \text{ cm}^4.$$

Kolonnas šķēluma laukums

$$\sum A = 2(A + \delta \cdot a) = 2(26,7 + 1 \cdot 32) = 117,4 \text{ cm}^2.$$

Vājinātais kolonnas šķēluma laukums ar kniežu savienojumam nepieciešamajiem urbumiem.

$$\sum A_{vāj} = \sum A - 4d(t + \delta) = 117,4 - 4 \cdot 2(0,95 + 1) = 101,8 \text{ cm}^2.$$

Aprēķinot minimālo inerces rādiusu $i_{\min}$, ņem vērā kniedēm nepieciešamo urbumu laukuma vājinājumu

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_y}{\sum A}} = \sqrt{\frac{11115}{117,4}} = 9,73 \text{ cm}.$$

Kolonnas slaidums

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 600}{9,73} = 61,7.$$

Spriegumu samazināšanas koeficients (pēc tabulas)

$$\varphi_{tab} = 0,86 - \frac{(0,86 - 0,81) \cdot 1,7}{10} = 0,852.$$

Pieļaujamais spēks spiedē ievērtējot stiprību lodzē

$$[F] = \varphi_{tab} [\sigma] \cdot \sum A = 0,852 \cdot 16 \cdot 117,4 = 1600,4 \text{ kN}.$$

Pieļaujamais spēks no stiprības nosacījuma spiedē

$$[F] = [\sigma] \cdot \sum A_{vāj} = 16 \cdot 101,8 = 1628,8 \text{ kN}.$$

Pieļaujamo spiedes spēku nosaka stiprības nosacījums lodzē un tas ir

$$[F] \approx 1600 \text{ kN}.$$

9.5. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Izvēlēties velmētu dubult – T profilu, ja statnis (9.10. att.) slogots ar spiedes spēku $F = 500$ kN. Statņa augstums $l = 8$ m un tā gali galveno asu virzienos iespīlēti. Materiāla pieļaujamais spriegums $[\sigma]_{sp} = 200$ MPa = 20 kN/cm².

Atrisinājums

Pirmā tuvinājumā pieņemam, ka $\varphi_1 = 0,5$, tad statņa šķēsgriezuma laukums

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]_{sp}} = \frac{500}{0,5 \cdot 20} = 50 \text{ cm}^2.$$

Pieņemam dubult – T profilu Nr. 30a, kuram šķēluma laukums

$$A = 49,9 \text{ cm}^2$$

un minimālais inerces rādiuss

$$i_{\min} = i_y = 2,95 \text{ cm}.$$

Statnes slaidums

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{2,95} = 135,6.$$

No tabulām atrodam spriegumu samazināšanas koeficientu

$$\varphi_{1tab} = 0,40 - (0,40 - 0,36) \frac{5,6}{10} = 0,378.$$

Pieļaujamais noturības spriegums

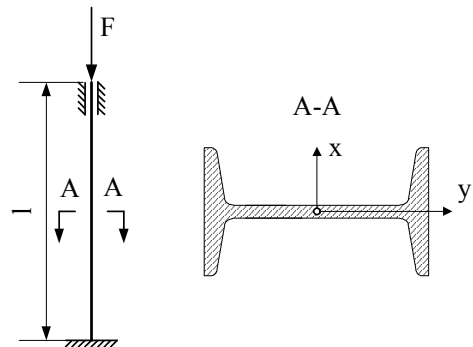
$$[\sigma]_l = \varphi_{1tab} [\sigma]_{sp} = 0,378 \cdot 20 = 7,55 \text{ kN/cm}^2.$$

Faktiskais spriegums

$$\sigma_{fakt} = \frac{F}{A_1} = \frac{500}{49,9} = 10 \text{ kN/cm}^2.$$

$$\text{Novirze sastāda } \frac{[\sigma]_l - \sigma_{fakt}}{[\sigma]_l} 100 = \frac{7,55 - 10}{7,55} 100 = -32,5\% > |5\%|. \text{ Aprēķini rāda, ka}$$

pārslodze ir pārāk liela.



9.10. att. Statnes slogojums un tās šķēsgriezums.

Otrajā tuvinājumā

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_{1tab}}{2} = \frac{0,5 + 0,378}{2} = 0,44,$$

tad

$$A_2 \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]_{sp}} = \frac{500}{0,44 \cdot 20} = 56,8 \text{ cm}^2.$$

Pieņemam profilu Nr. 36, kuram

$$A_2 = 61,9 \text{ cm}^2$$

un

$$i_y = 2,89 \text{ cm.}$$

Tad slaidums

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{2,89} = 138,4.$$

$$\varphi_{2tab} = 0,40 - (0,40 - 0,36) \frac{8,4}{10} = 0,366;$$

$$[\sigma]_l = \varphi_{2tab} [\sigma]_{sp} = 0,366 \cdot 20 = 7,33 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\sigma_{fakt} = \frac{F}{A_2} = \frac{500}{61,9} = 8,08 \text{ kN/cm}^2.$$

Novirze

$$\frac{7,33 - 8,08}{7,33} \cdot 100 = -10,2\% > |5\%|.$$

Pārslodze ir neliela, tādēļ pieņemam blakus esošu profilu Nr. 40, kuram

$$A = 72,6 \text{ cm}^2$$

un

$$i_y = 3,03 \text{ cm.}$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 800}{3,03} = 132;$$

$$\varphi_{3tab} = 0,40 - (0,40 - 0,36) \frac{2}{10} = 0,392;$$

$$[\sigma]_l = \varphi_{stab} [\sigma]_{sp} = 0,392 \cdot 20 = 7,84 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\sigma_{fakt} = \frac{F}{A_3} = \frac{500}{72,6} = 6,89 \text{ kN/cm}^2.$$

Starpība ir

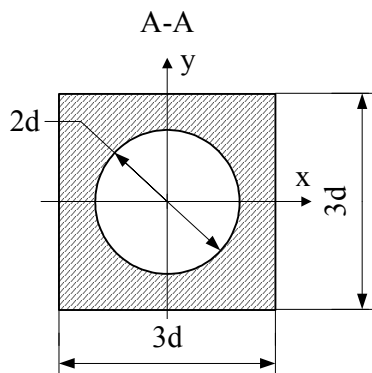
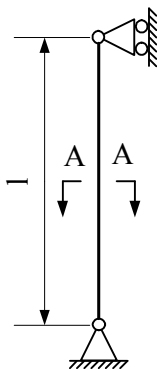
$$\frac{7,84 - 6,89}{7,84} \cdot 100 = 12,1\%.$$

Šis profils Nr. 40 nodrošina rezervi ap $\approx 12\%$.

9.6. piemērs. Ļodzes aprēķini.

Tērauda stienis (9.11. att.), kura garums $l = 2 \text{ m}$, tiek slogots ar spēku $F = 200 \text{ kN}$. Stieņa gali nostiprināti šarnīros.

1. Aprēķināt stieņa šķēluma laukumu (izmēru d), ja pieļaujamais spiedes spriegums $[\sigma]_{sp} = 160 \text{ MPa} = 16 \text{ kN/cm}^2$. Aprēķinu izdarīt ar pakāpenisku



tuvināšanu pēc φ 9.11. att. Stieņa slogojuma shēma un tā šķēsgriezums. metodes, pirmajā tuvinājumā pieņemot $\varphi_1 = 0,5$.

2. Aprēķināt kritiskā spēka F_{kr} skaitlisko vērtību un drošības koeficientu ļodzē.

Atrisinājums

Izsakām vispārīgā veidā šķēluma laukumu

$$A = 3d \cdot 3d - \frac{\pi(2d)^2}{4} = 5,86d^2,$$

tad

$$d = \sqrt{\frac{A}{5,86}}.$$

Aprēķinām šķēluma minimālo aksiālo inerces momentu un minimālo inerces rādiusu

$$I_x = I_y = \frac{(3d)^4}{12} - \frac{\pi(2d)^4}{64} = 5,965d^4;$$

$$i_x = i_y = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{5,965d^4}{5,86d^2}} = 1,01d.$$

No stiprības nosacījuma ļodzē pirmajā solī izsakām šķērsriezuma laukumu, izmēru d un minimālo inerces rādiusu:

$$\sigma_l = \frac{F}{\varphi_1 A_1} \leq [\sigma]_{sp},$$

tad

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 [\sigma]_{sp}} = \frac{200}{0,5 \cdot 16} = 25 \text{ cm}^2;$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{25}{5,86}} = 2,07 \text{ cm};$$

$$i_{\min} = 1,01 \cdot 2,07 = 2,09 \text{ cm}.$$

Aprēķinām slaidumu

$$\lambda_1 = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 200}{2,09} = 95,7.$$

No tabulām atrodam, ja

$$\lambda = 90,$$

tad

$$\varphi = 0,69$$

un ja

$$\lambda = 100,$$

tad

$$\varphi = 0,60.$$

Aprēķinām starpības:

$$\Delta\lambda = 90 - 100 = -10$$

un

$$\Delta\varphi = 0,69 - 0,60 = 0,09 ,$$

tad

$$\varphi_{1tab} = 0,69 - \frac{5,7 \cdot 0,09}{10} = 0,64 .$$

Salīdzinām φ vērtības:

$$\frac{\varphi_{1tab} - \varphi_1}{\varphi_{1tab}} 100\% = \frac{0,64 - 0,5}{0,64} 100\% = 21,9\% > 5\% .$$

Aprēķinu turpinām otrajā solī, izmantojot iepriekš minētās izteiksmes:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_{1tab}}{2} = \frac{0,5 + 0,64}{2} = 0,57 ;$$

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]_{sp}} = \frac{200}{0,57 \cdot 16} = 21,9 \text{ cm}^2 ;$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{A_2}{5,86}} = \sqrt{\frac{21,9}{5,86}} = 1,93 \text{ cm} ;$$

$$i_{2min} = 1,01 d_2 = 1,01 \cdot 1,93 = 1,95 \text{ cm} ;$$

$$\lambda_2 = \frac{1 \cdot 200}{1,95} = 102,6 .$$

Tabulās atrodam attiecīgās φ vērtības:

ja

$$\lambda = 100 ,$$

tad

$$\varphi = 0,60$$

un ja

$$\lambda = 110 ,$$

tad

$$\varphi = 0,52 .$$

Starpības:

$$\Delta\lambda = 100 - 110 = -10$$

un

$$\Delta\varphi = 0,60 - 0,52 = 0,08.$$

Aprēķinām atbilstošu vērtību

$$\varphi_{2tab} = 0,60 - \frac{2,6 \cdot 0,08}{10} = 0,58$$

un procentuālo salīdzinājumu

$$\frac{\varphi_{2tab} - \varphi_2}{\varphi_{2tab}} 100\% = \frac{0,58 - 0,57}{0,58} 100\% = 1,5\% < 5\% ,$$

tad aprēķinātais d_2 nodrošina stieņa noturību.

Aprēķinu var veikt arī ar spriegumu salīdzināšanu:

Pieļaujamie spriegumi lodzē

$$[\sigma]_l = \varphi_{2tab} [\sigma]_{sp} = 0,58 \cdot 16 = 9,27 \text{ kN/cm}^2$$

un faktiskie spriegumi

$$\sigma_{sp.fakt} = \frac{F}{A_2} = \frac{200}{21,9} = 9,13 \text{ kN/cm}^2.$$

Šo spriegumu starpība sastāda 1,5 %.

Kritiskais spēks lodzē

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 82,8}{(1 \cdot 200)^2} = 408 \text{ kN},$$

kur tērauda elastības modulis

$$E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

un šķēluma aksiālais inerces moments

$$I_{\min} = I_x = 5,965 d_2^4 = 5,965 \cdot 1,93^4 = 82,8 \text{ cm}^4,$$

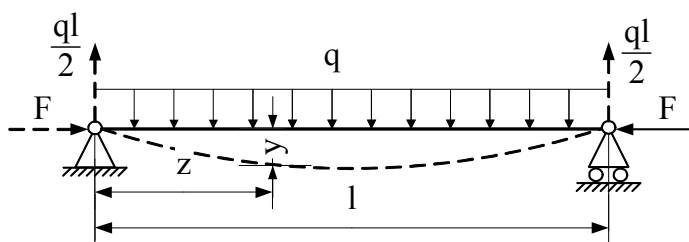
tad drošības koeficients lodzē ir

$$n = \frac{F_{kr}}{F} = \frac{408}{200} = 2,04.$$

9.4. VIENLAICĪGS LIECES UN ĪODZES SLOGOJUMS

Praksē sastopami gadījumi, kad uz taisnu stieni vienlaicīgi darbojas liece un spiede. Deformāciju un spriegumu precīza noteikšana šādos gadījumos ir ievērojami komplicētāka nekā parastā ģodzē.

Aplūkosim siju, kura abos galos atbalstīta šarnīrveidīgi un noslogota ass virzienā ar spiedes spēku F , bet perpendikulāri asij izkļiedētiem spēkiem ar intensitāti q (9.12. att.).



9.12. att. Stieņa slogojums liecē un spiedē.

Rakstām sijas liektās ass diferenciālvienādojumu deformētam stieņa stāvoklim

$$EIy'' = -\frac{qz}{2}(l-z) - Fy. \quad (9.16)$$

Analogi pieņemam, kā aprēķinos ģodzē,

$$\alpha = \sqrt{\frac{F}{EI}},$$

līdz ar to, vienādojumu (9.16) var uzrakstīt šādi:

$$y'' + \alpha^2 y = -\frac{qz}{2EI}(l-z). \quad (9.17)$$

Integrējot šo vienādojumu iegūstam

$$y = A \sin \alpha z + B \cos \alpha z - \frac{q}{2F} \left[\frac{2}{\alpha^2} + z(l-z) \right]. \quad (9.18)$$

Integrēšanas konstantes A un B atrodam no uzdevuma sākotnējiem nosacījumiem:

a) ja $z = 0$, tad

$$y = 0$$

un b) ja $z = l$, tad

$$y = 0.$$

No nosacījuma a):

$$0 = A \cdot 0 + B \cdot 1 - \frac{q}{F\alpha^2};$$

$$B = \frac{q}{F\alpha^2}. \quad (9.19)$$

No nosacījuma b):

$$0 = A \sin \alpha l + \frac{q}{F\alpha^2} \cos \alpha l - \frac{q}{F\alpha^2};$$

$$A = \frac{q}{F\alpha^2} \cdot \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l} = \frac{q}{F\alpha^2} \operatorname{tg} \frac{\alpha l}{2}. \quad (9.20)$$

Izlieces vienādojums ir sekojošs:

$$y = \frac{q}{F\alpha^2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha l}{2} \cdot \sin \alpha z + \frac{q}{F\alpha^2} \cos \alpha z - \frac{q}{F\alpha^2} - \frac{qz(l-z)}{2F} =$$

$$= \frac{q}{F\alpha^2} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha l}{2} \sin \alpha z + \cos \alpha z - 1 \right) - \frac{qz(l-z)}{2F}. \quad (9.21)$$

Maksimālais lieces moments ir sijas vidū, ja

$$z = \frac{l}{2}.$$

Tad

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} + yF \quad (9.22)$$

un lielākie spiedes spriegumi ir

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} - \frac{M_{\max}}{W_x}. \quad (9.23)$$

Precīza lieces un lodes aprēķina secība ir sekojoša:

- 1) sastāda sijas deformētam stāvoklim liektās sijas ass diferenciālvienādojumu;
- 2) integrē diferenciālvienādojumus;
- 3) izmantojot sākuma nosacījumus, nosaka integrēšanas konstantes;
- 4) izmantojot sakarību $EIy'' = M$ atrod lieces momentu;
- 5) stiprības aprēķinā ievēro spiedes un lieces izraisītos spriegumus un raksta stiprības nosacījumu

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{|EI_x y''|}{W_x} \leq [\sigma]_{sp}. \quad (9.24)$$

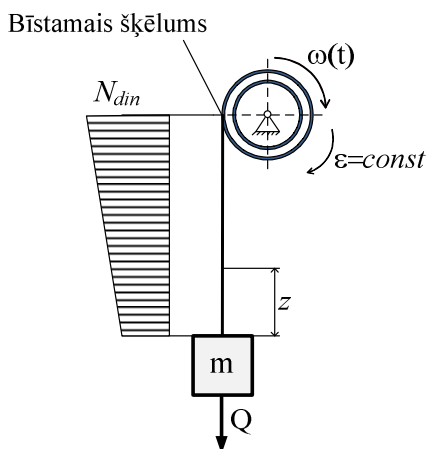
DINAMISKĀS SLODZES

Ja ķermeņa kustība nav vienmērīga, tad paātrinājumam atbilstošais inerces spēks var radīt spriegumu pieaugumu ķermenī. Acīmredzot par dinamiskām saucim tās slodzes, kuru izraisītie spriegumi atšķiras no spriegumiem, kādi atbilstu statiski pieliktai slodzei vairāk par aprēķinā pieļaujamo kļūdu.

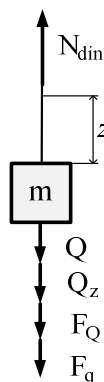
10.1. INERCES SPĒKU IEVĒROŠANA APRĒĶINOS

Bez statiskām slodzēm ķermenim pieliek inerces spēku, kas vērsts pretēji paātrinājumam. Tālākā aprēķinu gaita ir tāda pati kā slogojuma shēmai, kuru ieguvām tikai no statiskām slodzēm. Apskatīsim dažus piemērus.

Paātrināta virzes kustība



a)



b)

10.1. att. Inerces spēku ievērtēšana.

Apskatīsim 10.1.

attēlā parādītā lifta troses aprēķinu. Lifta masa ir m . Atritinātās troses daļas masa ir proporcionāla pārvietojumam z . Pieņemsim, ka lifta spole rotē vienmērīgi paātrināti ar leņķisko paātrinājumu ε .

Lifta masa rada statisku troses sastiepuma spēku $Q = m \cdot g$. Troses radītais spēks $Q_z = q \cdot z$, kur q - troses viena metra svars,

kas veido izkliedētu slodzi pa troses garumu.

Atšķirībā no statiskiem stiprības aprēķiniem, šeit ir jāievērtē ķermeņu paātrinātās

kustības radītie inerces spēki. Sastādām spēku līdzsvara vienādojumu visiem spēkiem, kas rada troses sastiepuma spēku N_{din} . Iegūstam sekojošu vienādojumu:

$$N_{din} = Q + q \cdot z + \frac{Q + q \cdot z}{g} \cdot a = (Q + q \cdot z) \left(1 + \frac{a}{g} \right), \quad (10.1)$$

kur a - lifta paātrinājums, $a = \varepsilon \cdot R$; šeit R – lifta troses spoles rādiuss.

Formulā (10.1) reizinātājs $(Q + q \cdot z)$ izsaka statisko troses sastiepuma spēku N_{st} .

$$N_{din} = N_{st} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = N_{st} \cdot k_d, \quad (10.2)$$

kur k_d – dinamiskuma koeficients; $k_d = 1 + \frac{a}{g}$.

Stiprības nosacījums, ievērtējot dinamiskās slodzes vienmērīgi paātrinātā virzes kustībā, izsakāms sekojoši:

$$\sigma_{din} = \sigma_{st} \cdot k_d = \frac{N_{st}}{A} \cdot k_d \leq [\sigma], \quad (10.3)$$

kur A – troses šķēsgriezuma laukums, k_d – maksimālais dinamiskuma koeficients.

Aprēķinu gaitā inženierim ir jāpieņem lēmums, kādam ķermeņa modelim (absolūti cietam vai deformējamam) rēķināt paātrinājumus. Protams, ka vieglāk ir absolūti cietam. Tādēļ visām mašīnu detaļām, kurām deformācijas ir mazas salīdzinājumā ar cieta ķermeņa kustību (precīzāk būtu salīdzināt paātrinājumus), lietojam kinemātiskā apskatītas metodes.

Rotējoša gredzena aprēķins

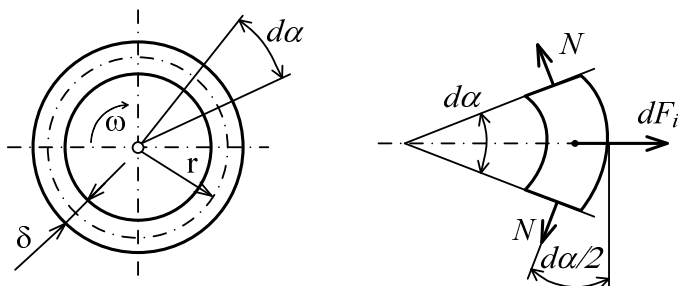
Gredzenam rotējot ar konstantu leņķisko ātrumu ω , tā katram punktam normālais paātrinājums ir $\omega^2 r$ (skat. 10.2. att.). Šī izteiksme ir pietiekami precīza, ja gredzena sienas biezums δ ir neliels. Tad varam neievērot paātrinājuma atšķirības gredzena iekšējai un ārējai malai. Uz izdalītu gredzena elementu tad darbosies centrālās spēks:

$$dF_i = \omega^2 r \cdot dm, \quad (10.4)$$

kur dm – bezgalīgi mazā elementa masa. Uz gredzena elementu bez inerces spēka

darbojas arī vēl stiepes spēki N gredzena šķēlumos. Rakstām gredzena elementam līdzsvara vienādojumu

$$dF_i - 2N \cdot \sin \frac{d\alpha}{2} = 0. \quad (10.5)$$



10.2. att. Rotējoša gredzena aprēķins.

Ja izdalīts bezgalīgi mazs elements, tad

$$\sin \frac{d\alpha}{2} \approx \frac{d\alpha}{2}, \quad (10.6)$$

no šejienes $dF_i = N \cdot d\alpha$.

Pārveidosim inerces spēka izteiksmi pirms tās ievietošanas līdzsvara vienādojumā. Izteiksim masu dm ar tilpumsvaru γ , šķērsriezuma laukumu A un ar elementa garumu $rd\alpha$:

$$dm = \frac{\gamma}{g} A \cdot r \cdot d\alpha.$$

Ievietojot:

$$dF_i = \frac{\gamma}{g} Ar^2 \omega^2 d\alpha.$$

Ņemot vērā, ka $dF_i = N \cdot d\alpha$, iegūstam:

$$N = \frac{\gamma}{g} Ar^2 \omega^2. \quad (10.7)$$

Atbilstoši tam spriegumi šķēlumā ir:

$$\sigma_d = \frac{N}{A} = \frac{\gamma}{g} r^2 \omega^2. \quad (10.8)$$

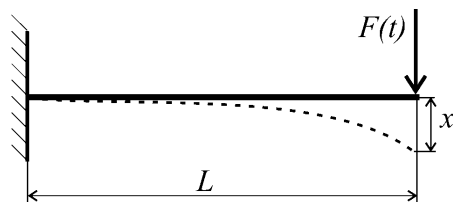
Izmantot dinamiskuma koeficientu šajā gadījumā nevar, jo statiskie spriegumi ir vienādi ar nulli.

10.2. ELASTĪGĀS SVĀRSTĪBAS

Elastīgās svārstības rodas visās konstrukcijās, kurās ir rotējoši vai periodiski turp - atpakaļ kustīgi elementi. Pat neliela nelīdzsvarota masa (masas smaguma centrs nesakrīt ar rotācijas asi), var radīt lielus inerces spēkus. Šie spēki kļūst sevišķi bīstami, ja to iedarbības frekvence sakrīt ar mehāniskās sistēmas brīvo svārstību frekvenci. Turpmākā izklāstā analizēsim elastīgo svārstību pamatprincipus.

Pieņemsim, ka ir dota konsolsija, kuras kreisais gals iespīlēts balstā, bet uz brīvo galu iedarbojas koncentrēts spēks F (10.3. att.).

Spēka darbības rezultātā sijas brīvais gals pārvietojas par lielumu x . Ja spēks laikā nemainās (tas ir konstants), arī sijas deformācija nemainās. Ja siju deformējošā spēka vērtības mainās lēnām, tad sijas deformāciju aprēķins neatšķirsies no iepriekšējās nodaļās aprakstītā.



10.3. att. Konsolsijas deformācija.

Ja parametra vērtība nemainās laikā vai mainās lēnām, šādu procesu sauc par **statisku procesu**. Secinām, ka statisks process būs tādā gadījumā, ja uz sistēmu iedarbosies nemainīgi vai **lēni mainīgi** spēki. Termins lēni mainīgi spēki neizsaka izmaiņas ātruma kvantitatīvos rādītājus, tāpēc ir nepieciešams definēt šo terminu, ko izdarīsim nedaudz vēlāk.

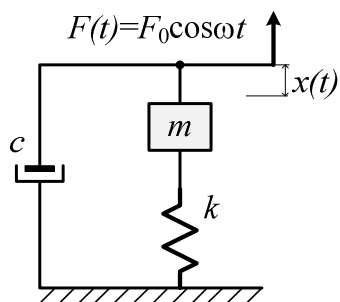
Pieņemsim, ka uz siju (10.3. att.) iedarbojas sinusoidāli mainīgs spēks, kura amplitūda mainās pēc likuma $F(t) = F_0 \cdot \cos 2\pi f t$. Šajā gadījumā lielums F_0 ir iedarbības spēka amplitūdas vērtība. Spēka izmaiņas leņķiskā frekvence $\omega = 2\pi f$ var mainīties ļoti plašās robežās. Modernās tehnoloģiskās iekārtās svārstību frekvence var sasniegt vairākus tūkstošus hercu.

Šādā gadījumā sijas deformācija atšķirsies no statiskās deformācijas, un sijas stiprības aprēķins būs komplicētāks, jo jāievērtē pašas konstrukcijas dinamiskie procesi.

No dinamisko sistēmu teorijas zināms, ka dotā sistēma atbilst otrās kārtas dinamiskai sistēmai, un to apraksta otrās kārtas diferenciālvienādojums (10.9):

$$a_1 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = F(t). \quad (10.9)$$

Sistēmas modelēšanas shēma atbilstoši otrās kārtas sistēmai ir redzama 10.4. attēlā. Redzam, ka modelis satur visus sistēmas dinamiskos elementus: inerciālo - sijas reducēto masu m , elastīgo - sijas elastību k un dempferējošo elementu, ko raksturo materiāla iekšējā un ārējā berze ar koeficientu c .



10.4. att. Sijas dinamiskais modelis.

Ievietojam vienādojumā (10.9) atbilstošos lielumus no modelēšanas shēmas un iegūstam vienādojumu (10.10):

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + k \cdot x = F_0 \cos \omega t. \quad (10.10)$$

Iegūtais vienādojums ir otrās kārtas lineārs, nehomogēns diferenciālvienādojums ar konstantiem koeficientiem. Vienādojuma (10.10) atrisinājumu izsaka formula (10.11):

$$x(t) = \frac{\left(\frac{F_0}{k}\right) \cos(\omega t - \phi)}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right]^2 + \left[2 \left(\frac{c}{c_c}\right) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad (10.11)$$

kur ϕ - fāzu nobīdes leņķis, rad, ω_n - sistēmas brīvo svārstību leņķiskā frekvence, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, c_c - kritiskais dempferēšanas koeficients.

Sistēmas brīvo svārstību frekvenci aprēķina pēc formulas (10.12):

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (10.12)$$

Kritisko dempferēšanas koeficientu aprēķina pēc formulas (10.13):

$$c_c = 2\sqrt{m \cdot k}. \quad (10.13)$$

Abi iepriekšminētie parametri raksturo konkrēto sistēmu un ir atkarīgi no tās reducētās masas un elastības koeficienta attiecības. Abi minētie parametri ļoti būtiski ietekmē sistēmas izejas lielumu $x(t)$.

Vienādojumā (10.11) frekvenču attiecību apzīmēsim ar $\alpha = \frac{\omega}{\omega_n}$ un

dempferēšanas koeficientu attiecību ar $\beta = \frac{c}{c_c}$. Lielumu β sauc par **dempferēšanas pakāpi**.

Lielums F_0/k izsaka statisko novirzi, ja sistēma slogota ar konstantu spēku F_0 . Ņemot vērā, ka izteiksme $\cos(\omega t - \phi)$ vienādojumā (10.11) izsaka sinusoidāla signāla izmaiņu, tā amplitūdas vērtību aprēķina pēc formulas:

$$x_0 = \frac{\left(\frac{F_0}{k}\right)}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right]^2 + \left[2 \left(\frac{c}{c_c}\right) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}. \quad (10.14)$$

Ievietojot vienādojumā (10.14) iepriekš pieņemtos apzīmējumus, iegūstam:

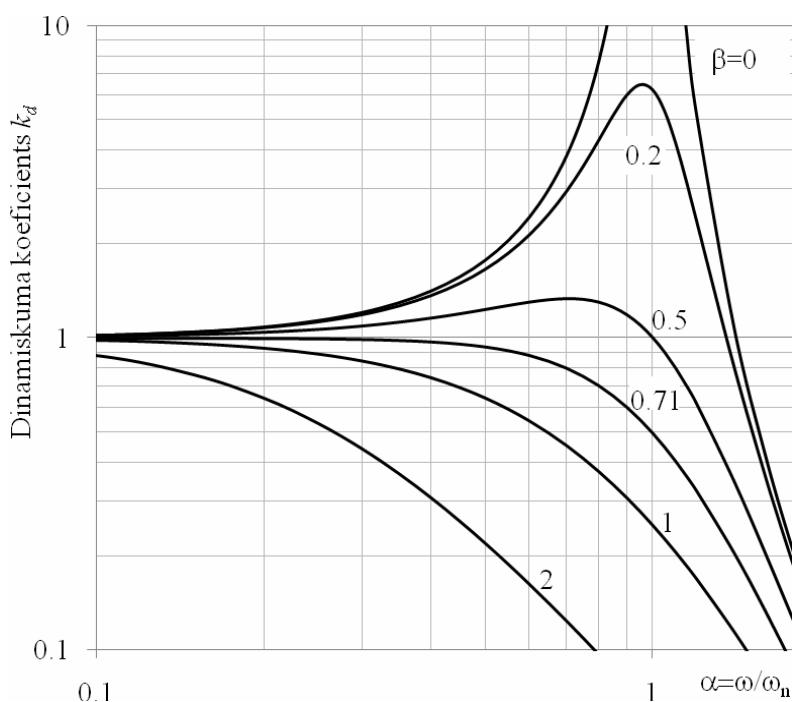
$$x_0 = \frac{\left(F_0/k\right)}{\sqrt{\left(1 - \alpha^2\right)^2 + \left(2\alpha \cdot \beta\right)^2}}. \quad (10.15)$$

Relatīvo amplitūdas izmaiņu sistēmas dinamisko īpašību rezultātā saucsim par dinamiskuma koeficientu un apzīmēsim to ar k_d . Dinamiskuma koeficientu izteiksim no vienādojuma (10.15), pārveidojot to bezdimensionālā formā:

$$k_d = \frac{x_0}{\left(\frac{F_0}{k}\right)} = \frac{1}{\sqrt{(1-\alpha^2)^2 + (2\alpha \cdot \beta)^2}}. \quad (10.16)$$

Kā redzam no vienādojuma (10.16), dinamiskuma koeficients ir atkarīgs no sistēmas brīvo svārstību frekvences, ko ievērtē lielums α , un dempferēšanas pakāpes β .

Dinamiskuma koeficients ir atkarīgs no uzspiesto un brīvo svārstību frekvenču attiecības dažādiem dempferēšanas koeficientiem (10.5. attēls). Ja $\alpha < 0.3$, tad sistēmas svārstību amplitūda tuvojas statiskās slodzes radītai deformācijai, $k_d \approx 1$. Frekvenču attiecībai α tuvojoties $\alpha \approx 1$, svārstību amplitūda izmainās atkarībā no dempferēšanas pakāpes. Ja dempferēšanas nav, t.i. $\beta = 0$, iestājas rezonanse un svārstību amplitūda pieaug līdz bezgalībai.



10.5. att. Sistēmas amplitūdas – frekvenču raksturlīknes.

Praksē vienmēr pastāv berze un līdz ar to arī noteikta dempferēšanas pakāpe. Piemēram, ja $\beta = 0.2$, tad svārstību amplitūda pieaug gandrīz 6.5 reizes salīdzinājumā ar

statiskās slodzes radīto pārvietojumu. Svārstību frekvence, pie kuras novērojama maksimālā svārstību amplitūda ir atkarīga no dempferēšanas pakāpes, un, pieaugot tai, maksimuma frekvence samazinās. Palielinoties dempferēšanas pakāpei virs 0.7, svārstību amplitūdas palielināšanās virs $k_d=1$ nav novērojama.

10.5. attēlā redzamajā amplitūdu – frekvenču raksturlīknē izšķir trīs raksturīgus apgabalus:

- ✓ pirmsrezonanses apgabals, $\alpha < (0.3 \dots 0.6)$,
- ✓ rezonanses apgabals, $0.6 < \alpha < 1.5$,
- ✓ aizrezonanses apgabals, $\alpha > 1.5$.

Pirmsrezonanses apgabalā sistēmas reakcija uz ierosinošo svārstību frekvenci atbilst statiskam režīmam, un dinamiskuma koeficients $k_d \approx 1$. Tas nozīmē, ka sistēma spēj izsekot mainīgā spēka iedarbībai, un rezultējošā amplitūda un arī fāze atbilst faktiskajai spēka radītajai deformācijai. Līdz ar to arī spriegumu pieaugums nepārsniedz statiskā režīmā aprēķinātos vairāk par pieļaujamo aprēķina kļūdu. Rezonanses apgabalā svārstību amplitūda (un arī spriegumi) ir atkarīga praktiski tikai no dempferēšanas pakāpes. Ja dempferēšanas pakāpe ir mazāka par 0.2, svārstību amplitūda strauji palielinās un var novest sistēmu avārijas stāvoklī.

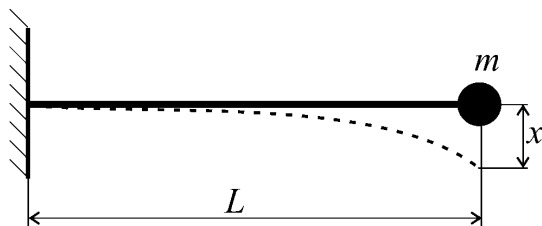
Aizrezonanses apgabalā svārstību amplitūda strauji samazinās, un, jau pie $\alpha=3$, relatīvā amplitūda ir tikai 1% no sākotnējās.

Metāliem iekšējā berze ir ļoti niecīga, tāpēc vienkāršības labad pieņem, ka sistēma strādā bez dempferēšanas. Dinamiskuma koeficientu šādā gadījumā aprēķina pēc formulas:

$$k_d = \frac{1}{1 - \alpha^2} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}. \quad (10.17)$$

Kā redzam, viens no būtiskākajiem sistēmas raksturlielumiem elastīgu svārstību aprēķinos ir sistēmas brīvo svārstību frekvence (to reizēm sauc arī pašfrekvenci). Eksistē vairākas metodes kā noteikt brīvo svārstību frekvenci. Aplūkosim brīvo svārstību frekvences noteikšanu, izmantojot deformāciju metodi. Sistēmas svārstības rada inerciālās masas un sijas elastība, kuru raksturo elastības modulis. Pieņemsim, ka

visas ar siju saistītās masas (ieskaitot sijas pašsvaru), ir attiecinātas uz vienu koncentrētu masu, kas pielikta sijas brīvajā galā (10.6. att.).



Svārstību kustībā vienīgais dinamiskais spēks, kas iedarbojas uz siju, ir masas inerces spēks, kuru nosakām pēc otrā Ņūtona likuma:

$$F_i = -m \cdot \ddot{x}. \quad (10.18)$$

10.6. att. Brīvo svārstību frekvences aprēķins.

Sijas deformāciju x nosakām, izmantojot spēka vieninieka principu (skat. Mora integrāli vai Vereščagina paņēmieni). Sijas galapunkta pārvietojumu nosakām pēc formulas:

$$x = \delta_{11} (-m\ddot{x}), \quad (10.19)$$

kur δ_{11} – sijas galapunkta deformācija spēka vieninieka ietekmē. Šo koeficientu viegli noteikt izmantojot 6. nodaļā aprakstītās metodes.

Iegūto izteiksmi pārveidosim, pārnēsot visus locekļus vienādojuma kreisajā pusē un izdalot ar $m\delta_{11}$:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\delta_{11}m} \cdot x = 0. \quad (10.20)$$

Iegūtais diferenciālvienādojums ir brīvo svārstību vienādojums, kur reizinātājs $\sqrt{\frac{1}{\delta_{11}m}}$ izsaka brīvo svārstību frekvenci ω_n . Iegūstam:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11}m}}. \quad (10.21)$$

Salīdzinot ar vienādojumu (10.12), kas tika iegūts uzspiestajām svārstībām, redzam, ka lielums $\frac{1}{\delta_{11}} = k$ un tas raksturo sijas elastību.

Gala rezultātā iegūstam svārstību vienādojumu:

$$\ddot{x} + \omega^2 \cdot x = 0, \quad (10.22)$$

kas raksturo sijas brīvās svārstības.

Izmantojot Vereščagina paņēmieni, noteiksim sijas galapunkta deformāciju no spēka vieninieka δ_{11} . Iegūstam sekojošu izteiksmi:

$$\delta_{11} = \frac{L^3}{3EI}.$$

Ievietojot vienādojumā (10.21), iegūstam formulu brīvo svārstību aprēķinam:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3EI}{m \cdot L^3}}. \quad (10.23)$$

Atrisinot diferenciālvienādojumu (10.22), iegūstam nerimstošu brīvo svārstību vienādojumu:

$$x = x_0 \sin(\omega_n t + \phi), \quad (10.25)$$

kur x_0 – svārstību amplitūda, ϕ – svārstību sākuma fāze.

Izmantojot iepriekš aprakstīto metodiku, brīvo svārstību frekvenci var aprēķināt arī divbalstu sijām liecē un stiepiem stieņiem. Jāatzīmē, ka šī būs augstākā frekvences vērtība, jo pieaugot dempferēšanai, brīvo svārstību frekvence samazinās. Stiprības aprēķinos bieži vien pieņem, ka sija ir bezsvara stienis. Konsolsijām var pieņemt, ka aptuveni 1/3 daļa no sijas masas ir koncentrēta tās brīvajā galā.

10.3. STIPRĪBAS APRĒĶINS ELASTĪGU SVĀRSTĪBU SLOGOJUMĀ

Stiprības nosacījumu svārstību slogojumā varam uzrakstīt līdzīgi, ka citās dinamiskās slodzēs, piemēram, formula (10.3):

$$\sigma_{din} = k_d \cdot \sigma_{st} \leq [\sigma]. \quad (10.26)$$

Redzam, ka vienādojums (10.26) satur divus nezināmos σ_{st} un k_d . Dinamiskuma koeficientu k_d varam noteikt tikai tad, kad ir zināmi sijas izmēri, šķēsgriezuma laukums vai inerces moments. Savukārt dinamiskuma koeficients ir jāzina, lai noteiktu dinamiskos spriegumus un no tiem izrēķinātu sijas šķēsgriezuma izmērus.

Jāņem vērā, ka dinamiskie spēki ir laikā mainīgi un rada materiāla nogurumu. Tāpēc praksē aprēķina sijas statiskās slodzes un dinamisko svārstību slodzes amplitūdu

vērtības. Stiprības nosacījums tiek izteikts ievērtējot materiāla noguruma pieļaujamos spriegumus: $\sigma_{din} \leq [\sigma_{-1}]$, kur σ_{-1} – pieļaujamie spriegumi, kas nodrošina materiāla ilgizturību (skat.11. nodaļu).

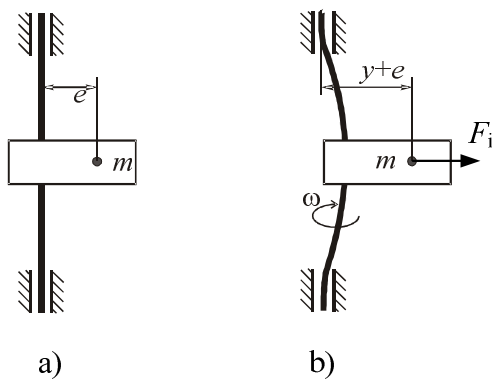
Ja dinamiskā slodze nepārsniedz statisko vairāk par 10%, tad aprēķinu varam veikt tāpat kā statiskas slodzes gadījumā. Tas nozīmē, ka dinamiskuma koeficientam jābūt mazākam par $k_d < 1.1$. Šādā situācijā spēka iedarbības frekvencei jābūt vismaz trīs reizes mazākai par sistēmas brīvo svārstību frekvenci. Šādus spēkus sauc par **lēni mainīgiem spēkiem**. Atsevišķos gadījumos var pieļaut lielāku kļūdu.

Vārpstas kritiskais apgriezienu skaits

Attīstoties tehnikai, strauji pieaug dažādu vārpstu rotācijas ātrumi. Tiek sērijveidā ražotas mašīnas, kuru vārpstām ir 30000 min^{-1} un vairāk. Pastāvot šādiem apgriezieniem, pat ļoti maza nelīdzsvarota masa izraisa lielus inerces spēkus, jo centrālās spēks F_i ir proporcionāls leņķiskā ātruma kvadrātam:

$$F_i = me\omega^2, \quad (10.27)$$

kur e – ekscentritāte, ω – vārpstas leņķiskais ātrums (10.8. att.).



10.7. att. Vārpstas deformācija nelīdzsvarotās masas rotācijā.

Rotējot vārpstai ar $\omega = \text{const}$, tai piestiprinātā masa m rada inerces spēkus, un vārpsta sāk izliekties. Vārpstai izliecoties, masas m smagumcentrs attālināsies vēl vairāk, jo tagad:

$$F_i = m(y + e)\omega^2. \quad (10.28)$$

Spēks F_i darbojas kā lieces spēks un tāpēc var izteikt sijas izlieci sekojoši:

$$y = \delta_{11} \cdot F_i.$$

Ievietojot formulā (10.28), iegūstam:

$$\frac{y}{\delta_{11}} = m(y + e)\omega^2. \quad (10.29)$$

Iegūtais vienādojums ļauj noteikt vārpstas izlieci atkarībā no sistēmas brīvo svārstību frekvences. Zinot, ka $\omega_n = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11}m}}$, no vienādojuma (10.29) iegūstam šijas izlieci:

$$y = \frac{\frac{\omega^2}{\omega_n^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \cdot e. \quad (10.30)$$

No izteiksmes (10.30) izriet, ja $\omega = \omega_n$, vārpstas izliece kļūst bezgalīgi liela. Šādu parādību pieļaut nedrīkst, tādēļ šos apgriezienus vārpstai sauc par **kritiskiem apgriezieniem**. No šīs izteiksmes redzam arī, ja $\omega > \omega_n$, izliece y ir mazāka par sākuma ekscentritāti e , t. i., rodas tā sauktais **pašcentrēšanās efekts**. Tādēļ tehnikā lieto vārpstas ar samērā mazu stingumu. Tā kā tām ω_n ir mazs, tad viegli sasniegt stāvokli, kad $\omega > \omega_n$. Šajos gadījumos rodas cita problēma - kā palaist mašīnu, jo palaišanas gaitā ω mainās no 0 līdz savai galīgajai vērtībai, tātad ir arī tāds stāvoklis, kad momentānais ω sakrīt ar ω_n .

Zinot y , pēc izteiksmes (10.28) var aprēķināt F_i . Tālāko stiprības aprēķinu veic kā parastu statisku lieces aprēķinu dotajai spēka vērtībai. Atzīmēsim, ka vārpstām ar mazu stingumu pašcentrējoties, spriegumi σ nav 0, bet atbilst spriegumiem pie izlieces $y=e$. Lieces spriegumus novērst var tikai ar līdzsvarošanu (t. i., panākot, lai $e=0$).

10.4. TRIECIENA SLODZE

Apskatīsim gadījumu, kad no augstuma h uz elastīgu ķermeni 1 krīt ķermenis 2 ar svaru Q (10.9. att.). Pieņemsim, ka ķermeņa 2 deformācijas, salīdzinājumā ar ķermeņa 1 deformācijām, ir nebūtiskas, un tāpēc tās neievērosim.

Triecienslodzes rezultātā ķermenis 1 var tikt deformēts spiedē (10.8. att. a) vai liecē (10.8. att. b). Iespējami arī citi triecienslodžu deformāciju veidi (vērpe). Ķermenim 2 krītot no augstuma h tā visa uzkrātā potenciālā enerģija pārvēršas

kinētiskajā un deformē ķermenī 1. Kopējā enerģija, ko izlieto ķermenis 2:

$$E_2 = Q(h + \Delta_d). \quad (10.31)$$

Tālāk analizēsim spiedes gadījumu, kas attēlots 10.9. attēlā a. Deformācijas rezultātā ķermenis 1 tiek spiests un tā deformācijas enerģija:

$$E_1 = \frac{1}{2} F_d \cdot \Delta_d, \quad (10.32)$$

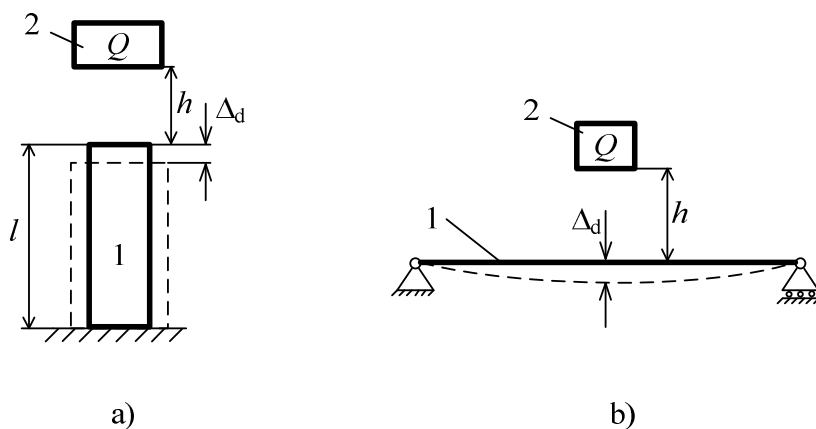
kur F_d – spiedes dinamiskais spēks triecienā, Δ_d – deformācija trieciena rezultātā.

Pēc trieciena ķermenis 2 radīs statisko spiedes spēku, kurš vienāds ar Q . Tā rezultātā ķermenis 1 būs deformējies par Δ_{st} – statisko deformāciju. Izteiksim abas deformācijas ar Huka likumu:

$$\Delta_d = \frac{F_d \cdot l}{EF}$$

un

$$\Delta_{st} = \frac{Q \cdot l}{EF}.$$



10.8. att. Triecienslodžu gadījumi.

Izdalām vienu izteiksmi ar otru un iegūstam:

$$\frac{\Delta_d}{\Delta_{st}} = \frac{F_d}{Q}.$$

No šejienes izsakām F_d :

$$F_d = Q \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}. \quad (10.33)$$

Iegūto izteiksmi ievietojam deformācijas enerģijas formulā (10.32):

$$E_1 = \frac{1}{2} Q \frac{\Delta_d^2}{\Delta_{st}}. \quad (10.34)$$

Abām enerģijām jābūt līdzsvarā, tāpēc varam rakstīt:

$$Q(h + \Delta_d) = \frac{1}{2} Q \frac{\Delta_d^2}{\Delta_{st}}. \quad (10.35)$$

Pārveidojot iegūstam kvadrātvienādojumu attiecībā pret Δ_d :

$$\Delta_d^2 - 2\Delta_{st}\Delta_d - 2h\Delta_{st} = 0,$$

kura atrisinājums ir sekojošs:

$$\Delta_d = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{st}}} \right) \cdot \Delta_{st} = k_d \cdot \Delta_{st}. \quad (10.36)$$

Redzam, ka dinamiskuma koeficients k_d vienmēr ir lielāks par 2, pat ja ķermenis krīt no „nulles” augstuma.

Zinot k_d , atrodam dinamisko spēku:

$$F_d = k_d \cdot Q.$$

Dinamiskos spriegumus aprēķina pēc formulas:

$$\sigma_d = k_d \cdot \sigma_{st}.$$

Stiprības aprēķinu veic izmantojot statiskā aprēķina stiprības nosacījumu. Pieļaujamos spriegumus aprēķina pēc parastās metodikas, jo spēka iedarbība nav periodiska.

Secinājumi

- ✓ Ja inerces spēku lielums, salīdzinājumā ar statiskām slodzēm, pārsniedz kļūdas robežu, ir jāņem vērā arī dinamiskās slodzes. Stiprības aprēķinu veic tāpat kā statisku slodžu gadījumā, papildus pieliekot arī inerces spēku.
- ✓ Svārstību gadījumā inerces spēkus var atrast, rēķinot tikai kustības diferenciālvienādojumus.
- ✓ Rezonanses gadījumā strauji pieaug amplitūdas, tādēļ rezonanses zonā strādāt nedrīkst. Sākot aprēķinu, vienmēr jāizvēlas tāds stingums, lai brīvo svārstību frekvence atšķirtos no spēka iedarbības frekvences pēc iespējas vairāk.
- ✓ Nerezonanses zonā berzes spēkus neņem vērā, tādēļ atrisinājumā laika funkcija sakrīt ar uzspiedējspēka laika funkciju.
- ✓ Rēķinot stacionāru uzdevumu, uzskata, ka sākuma nosacījumi neietekmē kustību. Tas dod iespēju no diferenciālvienādojumu sistēmas iegūt algebrisku vienādojumu sistēmu.
- ✓ Svārstību gadījumā pieļaujamie spriegumi jāaprēķina atbilstoši ilgizturības robežai.
- ✓ Trieciena gadījumā dinamiskos spēkus rēķina, sastādot enerģijas bilanci, kurā pielīdzina kustošā ķermeņa kinētisko enerģiju deformējamā ķermeņa potenciālajai enerģijai.

LAIKĀ MAINĪGI SPRIEGUMI

Lielākajai daļai mašīnu detaļu spriegumi darba procesā mainās. Tā tas ir vienmēr, ja uz detaļu darbojas periodiski mainīgi spēki. Iepriekšējā nodaļā apskatījām metodes, kā aprēķināt šo spriegumu lielumus, ievērojot slodžu dinamiskās iedarbības efektu. Mašīnu ekspluatācija parāda, ka laikā mainīgu spriegumu gadījumā konstrukcijas sabrūk, ja spriegumu vērtības ir ievērojami mazākas nekā statistiski noteiktās pieļaujamo spriegumu vērtības. Tādēļ šajā nodaļā noskaidrosim, kā noteikt pieļaujamo spriegumu vērtības laikā mainīgu spriegumu gadījumā.

11.1. JĒDZIENS PAR MATERIĀLA NOGURUMU

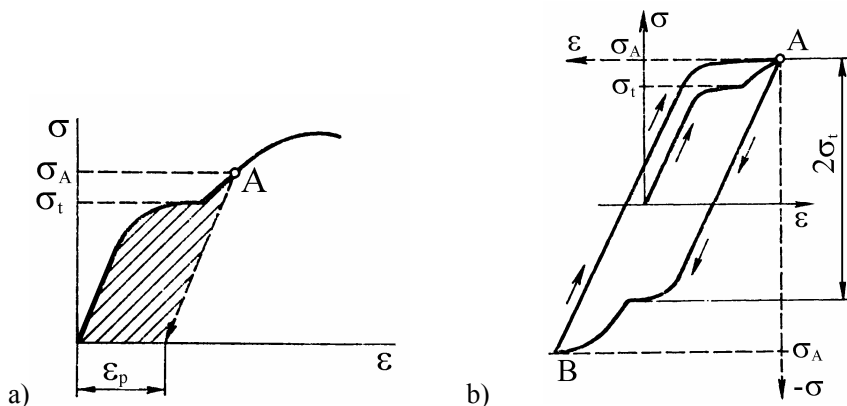
Ikvienam ir zināms, ka, ja mīksta tērauda stieple ir «jādabū pušu», tad visvieglāk to var izdarīt, vairākkārt lokot to uz vienu un otru pusi. Šajā vienkāršajā eksperimentā varam novērot, ka: 1. - ar nelielu locījumu skaitu sagraut izdodas tikai tādas stieples, kas plastiski deformējas katrā locījumā (ir paliekošas deformācijas). Ļoti atspērīga tērauda stiepli (lokās bez paliekošām deformācijām) šādi sagraut īsā laika sprīdī neizdodas; 2. - stieple pārlūzt pie mazāka locījumu skaita, ja lokām ar lielāku amplitūdu (piedodam lielākas paliekošas deformācijas); 3. - stieples lūzuma vieta stipri sakarst.

Šis vienkāršais eksperiments rāda, ka materiāls nogurst, t. i., pārlūzt pēc zināma ciklu skaita pie slodzes, ko sākumā varēja izturēt pat ar diezgan lielu rezervi.

Kā izprast šo parādību? Atcerēsimies, ka, slogojot mīkstu tēraudu pāri tecēšanas robežai σ_t (11.1. att. a) līdz punktam A un tad atslogojot, parādās plastiskā deformācija, kuras lielumu ε_p iegūstam, no punkta A velkot taisni, kas paralēla elastības robežas taisnei. Iesvītrotais laukums attēlo materiāla uzkrāto enerģiju.

Ja stiepli loka uz abām pusēm ar vienādiem spēkiem, t. i., ar vienādiem σ_A , tad enerģijas izkliede ir vēl lielāka (11.1. att. b). Punktā A novietojam it kā apgrieztu jaunu σ - ε diagrammu (11.1. att. b asis ar raustīto līniju). Tad atslodze jaunā

diagrammā ir noslodze un atbilst apmēram tādai pašai līknei kā σ - ϵ tikai σ_t vietā jāņem $2\sigma_t$. Punktā B vērtība σ_A ir ar mīnusa zīmi. Šajā punktā atkal novietojam jaunu diagrammu utt. Redzam, ka laukums starp punktiem A un B , ko ietver līkne, ir daudz lielāks nekā vienvirziena slodzes un atslodzes gadījumā. Tas nozīmē, ka materiālā varam ievadīt daudzkārt lielāku enerģiju.



11.1. att. Histerēzes cilpa stiepes-spiedes deformācijās.

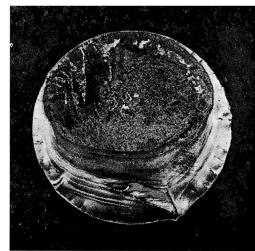
Kur paliek materiālā uzkrātā enerģija? Mēs jau novērojam, ka materiāls sasilst, daļa enerģijas siltuma veidā izdalās apkārtējā telpā, bet enerģijas lielākā daļa tiek patērēta materiāla struktūras pārveidošanai, var teikt - tās sagraušanai. Plastiskam materiālam notiek kristālu savstarpējā nobīde un to savstarpējo saišu pakāpeniska sagraušana.

Līdzīga aina vērojama arī tad, ja cikliski slogojam trauslu materiālu vai plastiska materiāla slogošana noris elastības robežās. Uzņemot ļoti precīzi slogošanas un atslogošanas līkni, ir redzams, ka arī šajās robežās veidojas neliela cilpa.

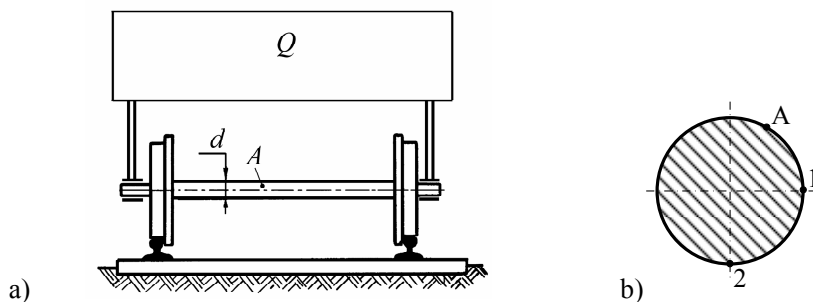
11.2. MATERIĀLU IZTURĪBA PIE LAIKĀ MAINĪGIEM SPRIEGUMIEM

Ja detaļā attīstās laikā mainīgi spriegumi, tā nesabrūk uzreiz, bet pēc zināma laika. Tādēļ šo parādību nosauca par materiāla nogurumu. Agrāk uzskatīja, ka mainīgu

spriegumu iedarbības rezultātā izmainās materiāla mehāniskās īpašības, tas «nogurst». Tomēr precīzāki pētījumi parādīja, ka materiāla mehāniskās īpašības nemainās un noguruma parādības rašanās ir jāizskaidro šādi. Materiāla nevienādabīguma, mehāniskās apstrādes vai citu līdzīgu faktoru dēļ faktiskais sprieguma sadalījums atšķiras no tiem spriegumu sadalījumiem, kurus apskatījām iepriekšējās nodaļās. Vidējās spriegumu vērtības ir izskaitļojamas pēc iepriekš iegūtām formulām, bet starp atsevišķiem materiāla kristāliem ir papildu ieslēgumi, mikroplaisas. Šajās vietās rodas ievērojama spriegumu koncentrācija, t. i., spriegumu vērtības šajos punktos ir daudzkārt lielākas par vidējām vērtībām. Laikā mainīga sprieguma dēļ šajos visvairāk noslogotajos punktos rodas noguruma plaisiņas, kas savukārt atkal ir papildu spriegumu koncentratori. Šīs plaisiņas pakāpeniski paplašinās. Faktiskais šķērssgriezuma laukums samazinās. Kad atlikušās laukuma daļas pretestība vairs nav pietiekama, ķermenis sabrūk. Lūzuma vietā skaidri redzamas divas ļoti atšķirīgas joslas: gluda, noslīpēta ārējā un rupjgraudaina iekšējā josla. Rupjgraudainā josla ir šķēluma daļa, kura sabruka tikai pašā pēdējā brīdī. Gludā josla ir tā daļa, kurā jau agrāk radušās plaisas malas ir nogludinājušās, beržoties vienai gar otru (11.2. att.). Laikā mainīgus spriegumus visvairāk novērojam lieces gadījumā, piemēram, dzelzceļa sliedēs, starpstāvu pārsegumos zem svārstošas tehnoloģiskās iekārtas, riteņpāra asī utt. Riteņpāra ass, kas slogota ar vagona svaru Q , ir parādīta 11.3. attēlā.



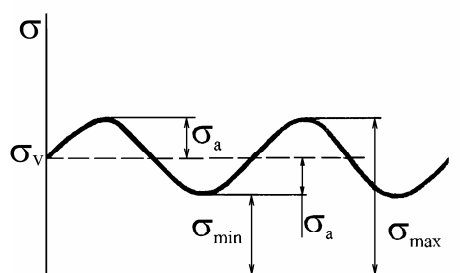
11.2. att. **Noguruma lūzums**



11.3. att. **Cikliskās slodzes veidošanās.**

Vārpstas augšējā punktā ir stiepes spriegumi. Vārpstai pagriežoties, punkts nonāk A stāvoklī un tālāk stāvoklī 1, kurā lieces normālspriegumu nav. Pagriežoties vēl par 90° , punkts A nonāk stāvoklī 2 (11.3. att. b), kurā darbojas jau spiedes spriegumi. Lai detaļas varētu izturēt laikā mainīgus spriegumus, detaļu izmēri ir jāņem lielāki nekā laikā nemainīgas slodzes gadījumā.

Spriegumu izmaiņa laikā var būt ļoti dažāda. Visvairāk praksē jāstopas ar spriegumiem, kuru izmaiņām ir sinusoidāls raksturs, kā tas, piemēram, ir elastīgo svārstību gadījumā. Eksperimentāli noskaidrots, ka spriegumu izmaiņas frekvence praktiski neietekmē sagrūšanas procesu. Tādēļ par svarīgākajiem spriegumu maiņas raksturojumiem jāuzskata spriegumu raksturīgākās vērtības.



11.4. att. Cikliskās spriegumu izmaiņas.

11.4. att. parādīta sinusoidāla sprieguma izmaiņa. Kā redzam no šī attēla, sprieguma amplitūdu σ_a izsaka sekojoši:

$$\sigma_a = \frac{\max \sigma - \min \sigma}{2}, \quad (11.1)$$

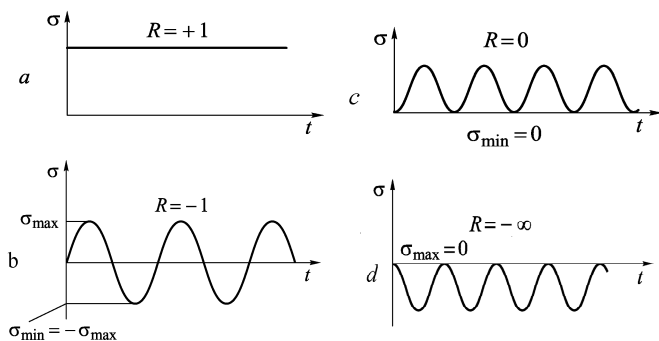
bet sprieguma vidējo vērtību:

$$\sigma_v = \frac{\max \sigma + \min \sigma}{2}. \quad (11.2)$$

Cikla minimālā sprieguma attiecību pret maksimālo spriegumu sauc par **cikla raksturojumu** R :

$$R = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}. \quad (11.3)$$

Praksē iespējami dažādi slodzes veidi, un, līdz ar to arī dažādi cikla raksturotāji (11.5. att.). Attēlā 11.5. a redzamā slodzes izmaiņa atbilst statiskai slodzei. Šajā gadījumā cikla raksturotājs ir $R=+1$. Stiprības aprēķinus statisku slodžu gadījumos esam aplūkojuši iepriekšējās nodaļās. Situācija 11.5. att. b atbilst cikliskai slodzei **simetriska ciklā**, $R=-1$. Situācijās, kas redzamas 11.5. att. c un d, redzams **nesimetriska cikla** slogojums, $R=0$ un $R=-\infty$. Nesimetriska cikla slogojumu sauc arī par pulsējošu. Atšķirība starp abiem pulsējošiem cikliem ir tikai spriegumu zīmē.



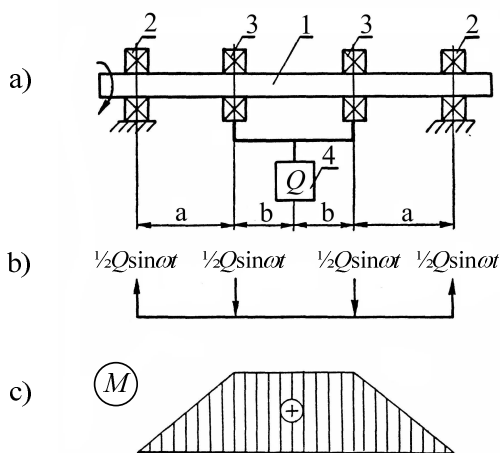
11.5. att. Ciklisko slodžu veidi.

Vienā gadījumā slogotajā elementā darbosies tikai stiepes spriegumi, bet otrajā - tikai mainīgi spiedes spriegumi.

11.3. NOGURUMS SIMETRISKĀ CIKLĀ

Visvieglāk eksperimentāli ir realizēt simetrisku ciklu $R = -1$. Attēlā 11.6a parādīts eksperimentālas iekārtas piemērs.

Paraugu 1 iestiprina rotējošās patronās 2. Paraugam vidū simetriski nostiprināti divi gultņi. Gultņu ārējam - nekustīgajam gredzenam piekārts slogs 4. Šī elementārā iekārta dod iespēju noslogot paraugu pēc shēmas, kas parādīta 11.6. attēlā b. Parauga vidējā daļā ir tīrās lieces slogojums (skat. 11.6. att. c).



11.6. att. Slogojums simetriskā ciklā.

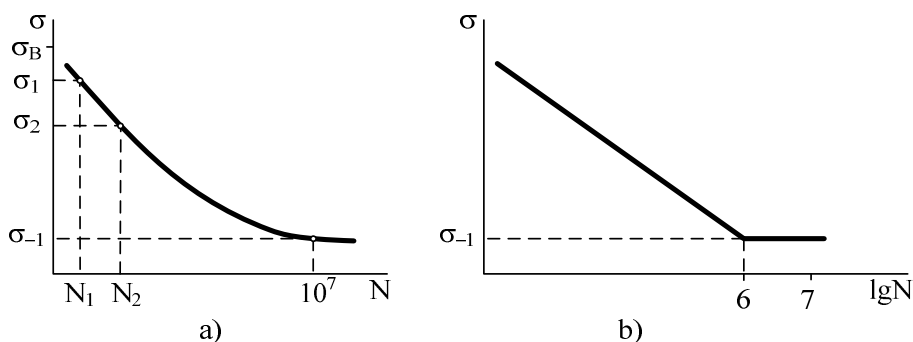
Eksperimentus ar doto iekārtu veic šādi. Piekar zināmu slogu Q , t. i., uzdod zināmu σ_a vērtību:

$$\sigma_a = \frac{Q \cdot a}{2W_x}, \quad (11.4)$$

kur W_x – vārpstas pretestības moments.

Protams, σ_a jābūt mazākam par tām sprieguma vērtībām, kuras sasniedzot paraugs sabrūk, ja to slogo statiski. Pēc tam paraugu pakļauj rotācijai ap tā garenasi līdz sabrukšanai. Speciāls skaitītājs skaita apgriezienus, t. i., skaita, cik reižu paraugā bija $\max \sigma$ līdz tā sabrukšanai. Apzīmēsim šo ciklu skaitu ar N . Eksperimenta rezultātā iegūstam noteiktam σ_a atbilstošu N . Atkārtojam eksperimentu pakāpeniski samazinot σ_a vērtības, atbilstoši iegūstam dažādas N vērtības. Sasniedzot noteiktu sprieguma vērtību, paraugs nesagrūst. Uzska, ka paraugs var izturēt neierobežotu ciklu skaitu, ja tas ir izturējis 10^7 ciklus. Šos punktus attēlo grafiski (skat. 11.7. att. a) un iegūst līkni, ko sauc par **Vēlera līkni**. Eksperimentāli noskaidrots, ka lielākajai daļai materiālu (piemēram, metāliem) līkne nemainās no tā, ar kādu frekvenci mainās spriegumi.

Spriegumu σ_{-1} sauc par **ilgizturības robežu**. Indekss -1 norāda, ka ilgizturības robeža noteikta simetriskā ciklā, ja $R=-1$. Materiāliem, kuriem nevar atrast tādu spriegumu vērtību, kuru sasniedzot paraugs izturētu jebkuru ciklu skaitu, σ_{-1} pieņem nosacīti, atbilstošu pieņemtajam N skaitam.



11.7. att. **Noguruma līknes:**
a) Vēlera līkne, b) noguruma līkne logaritmiskā skalā.

Lai atvieglotu σ_{-1} vērtības noteikšanu no eksperimentāliem rezultātiem, Vēlera līkni zīmē pus logaritmiskās koordinātēs, atliekot uz asīm σ un $lg N$. Tad Vēlera līkne tuvināti pārvēršas divās taisnēs (skat. 11.7. att. b.).

Sloojot liecē, ilgizturības robeža σ_{-1} ir zemāka par materiāla izturības robežu σ_B , un metāliem tā ir $\sigma_{-1} = (0.4 \dots 0.6) \sigma_B$

Sloojot stiepē (spiedē): $\sigma_{-1s} \approx 0.7 \sigma_B$

Veicot analogus eksperimentus vērē, redzam, ka $\tau_{-1} \approx (0.55 \dots 0.6) \sigma_{-1}$.

Zinot materiālam ilgizturības robežu un drošības koeficientu k varam noteikt aprēķinos nepieciešamo pieļaujamā sprieguma vērtību:

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k}. \quad (11.5)$$

Iegūstot Vēlera līkni, eksperimentā stingri jāievēro, lai visi paraugi būtu vienāda lieluma, vienādas formas, vienādi apstrādāti; jāievēro, lai temperatūra un visi citi eksperimenta apstākļi būtu vienādi. Tas nepieciešams tādēļ, ka, mainot kādu no šiem apstākļiem, ievērojami izmainās līkne un līdz ar to arī σ_{-1} . Aprēķinos reālo sloojumu atšķirības no eksperimenta apstākļiem ievēro ar dažādiem koeficientiem.

11.4. NOGURUMS NESIMETRISKĀ CIKLĀ

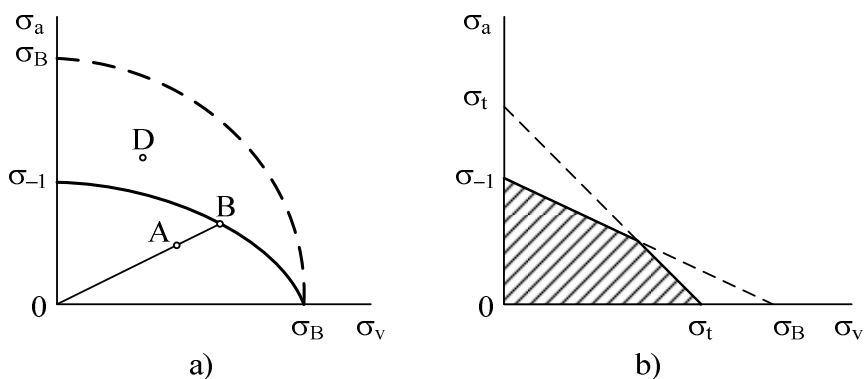
Simetriska cikla gadījumā spriegumu varējām raksturot pilnīgi ar spriegumu amplitūdas σ_a vērtību. Atbilstoši ieguvām arī tikai vienu lielumu σ_{-1} , kas raksturoja materiāla robežstāvokli. Ja cikls ir nesimetrisks, tad spriegumu maiņas raksturošanai nepieciešami vismaz divi lielumi σ_a un σ_v . Tas nozīmē, ka katram paraugam jānosaka ilgizturības ciklu skaits dažādām vidējām spriegumu vērtībām σ_v .

Ja punkts A (11.8. att. a) atrodas zem līknes, tad ilgizturība ir nodrošināta. Jo tuvāk nullei atrodas slodzes punkts, jo drošības rezerve ir lielāka. Par drošības koeficientu pieņem nogriežņu OA un OB attiecību:

$$k = \frac{OB}{OA}. \quad (11.6)$$

Ja slodzes punkts atrodas starp līnijām (punkts D), tad paraugs nesabrūk uzreiz, bet iztur noteiktu ciklu skaitu.

Lai vienkāršotu ilgizturības noteikšanu, izmanto aptuvenu metodi, kura ir pietiekoši precīza praktiskām vajadzībām.



11.8. att. Noguruma aprēķins nesimetriskā ciklā.

Visiem materiāliem eksperimentāli vienmēr nosaka σ_B , σ_t un σ_{-1} . Zinot šīs vērtības, var konstruēt aptuvenu robežlīkni (11.8. att. b). To iegūst savienojot ar taisnēm raksturīgos punktus uz asīm. Iesvītrotais laukums atradīsies robežlīknes iekšpusē. Tas dod iespēju drošības koeficientu ar rezervi noteikt pēc iesvītrota laukuma kontūras.

11.5. APRĒĶINI SALIKTĀ SLOGOJUMĀ

Dabīgi, ka arī saliktā slogojumā spriegumi var būt laikā mainīgi. Šajā gadījumā statikas stiprības teorijām vairs nav fizikālas jēgas, par cik sabrukšanas iemesli ir citi. Tādēļ ilgzturības robežu saliktā slogojumā varam atrast tikai eksperimentāli.

Iepriekš noskaidrojām, ka stieņa saliktā slogojumā visus normālspriegumus šķēlumā vienmēr var summēt algebriski, iegūstot vienu σ , bet visus tangenciālos spriegumus - ģeometriski, iegūstot vienu τ . Noteiksim drošības rezervi, ja uz stieni darbojas mainīgi normālie un tangenciālie spriegumi. Līdzīgi kā iepriekš, jānosaka robežlīkne un tad tā jāvienkāršo. Robežlīkni atliekam koordinātās

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}$$

un

$$\frac{\tau_a}{\tau_{-1}},$$

kur τ_a un σ_a ir saliktā slogojuma spriegumu amplitūdas, bet σ_{-1} un τ_{-1} – ilgizturības robežas simetriskā ciklā liecē un vērē. Redzam, ka nepieciešama τ_{-1} eksperimentālā vērtība, ja tādas nav, tad orientējoši pieņem $\tau_{-1} \approx (0.5 \dots 0.6) \cdot \sigma_{-1}$.

Acīmredzot robežlīknes sākumpunkti uz asīm ir 0; 1 un 1; 0, jo, ja nav τ , tad σ_a robežvērtība ir σ_{-1} , un otrādi (11.9. att.). Eksperiments parāda, ka šī līkne praktiski sakrīt ar apli, kura rādiuss ir 1.

Tādēļ citiem materiāliem līkni varam neuzņemt, bet šo apli jebkurā gadījumā uzskatām par eksperimentālu. Punkta A novietojuma vieta apla iekšpusē raksturo saliktā slogojuma drošības rezervi. Jo tuvāk punktam O ir punkts A, jo drošības rezerve ir lielāka. Drošības koeficients ir attiecība (11.6)

$$k = \frac{OB}{OA}.$$

Ņemot vērā, ka $OB=1$, tad

$$k = \frac{OB}{OA}.$$

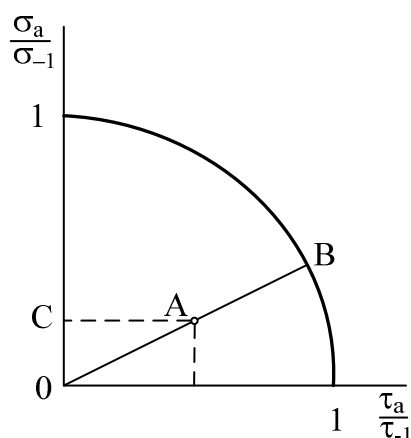
No trīsstūra OCA varam noteikt:

$$OA = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2}, \quad (11.7)$$

un līdz ar to

$$k^2 = \frac{1}{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2}. \quad (11.8)$$

Attiecība



11.9. att. Noguruma aprēķins saliktā slogojumā.

$$\frac{\tau_{-1}}{\tau_a}$$

ir drošības koeficients, ja uz materiālu darbojas tikai tangenciālspriegumi, apzīmēsim:

$$k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}.$$

Atbilstoši,

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}$$

ir drošības koeficients, ja darbojas tikai normālspriegumi.

Ievietojot iegūtos apzīmējumus vienādojumā (11.8), iegūstam:

$$k = \frac{k_\sigma \cdot k_\tau}{\sqrt{k_\sigma^2 + k_\tau^2}}. \quad (11.9)$$

Izteiksmi (11.9) var lietot arī nesimetrisku ciklu gadījumā. Izmainās tikai k_σ un k_τ noteikšana. Atsevišķo drošības koeficientu noteikšanai jāizmanto nesimetrisku ciklu robežlīknes.

Konstrukcijas izmēru noteikšana laikā mainīgu spriegumu gadījumā sarežģās tādēļ, ka ievērot detaļas lielumu un citus faktorus, kuri ieiet kā koeficienti ilgizturības robežsprieguma noteikšanā, var tikai tad, ja detaļas izmēri ir zināmi. Tādēļ aprēķinu izdara ar pakāpenisku tuvināšanu.

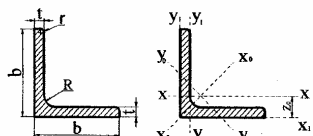
I PIELIKUMS

Karsti velmēto tērauda profilu izmēri un šķēlumu ģeometriskie raksturotāji

Tikai mācību nolūkiem!

Vienādmalu stūreņi
GOST 8509-93

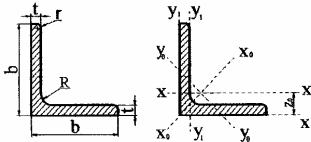
1. tabula



A - Šķēsgriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķēsgriezuma perimetrs

b mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	X-X		
						I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
20	3	3,5	1,2	1,13	7,75	0,40	0,28	0,59
20	4	3,5	1,2	1,46	7,75	0,50	0,37	0,58
25	3	3,5	1,2	1,43	9,75	0,81	0,46	0,75
25+	4	3,5	1,2	1,86	9,75	1,03	0,59	0,74
28	3	4,0	1,3	1,62	10,92	1,16	0,58	0,85
30	3	4,0	1,3	1,74	11,72	1,45	0,67	0,91
30	4	4,0	1,3	2,27	11,72	1,84	0,87	0,90
32	3	4,5	1,5	1,86	12,48	1,77	0,77	0,97
32+	4	4,5	1,5	2,43	12,48	2,26	1,00	0,96
35	3	4,5	1,5	2,04	13,68	2,35	0,93	1,07
35+	4	4,5	1,5	2,67	13,68	3,01	1,21	1,06
35	5	4,5	1,5	3,28	13,68	3,61	1,47	1,05
40	3	5	1,7	2,35	15,64	3,55	1,22	1,23
40	4	5	1,7	3,08	15,64	4,58	1,60	1,22
40	5	5	1,7	3,79	15,64	5,53	1,95	1,21
45	3	5	1,7	2,65	17,64	5,13	1,56	1,39
45	4	5	1,7	3,48	17,64	6,63	2,04	1,38
45+	5	5	1,7	4,29	17,64	8,03	2,51	1,37
50	3	5,5	1,8	2,96	19,61	7,11	1,94	1,55
50	4	5,5	1,8	3,89	19,61	9,21	2,54	1,54
50+	5	5,5	1,8	4,80	19,61	11,20	3,13	1,53
50	6	5,5	1,8	5,69	19,61	13,07	3,69	1,52
56	4	6	2	4,38	21,97	13,10	3,21	1,73
56	5	6	2	5,41	21,97	15,97	3,96	1,72
63	4	7	2,3	4,96	24,70	18,86	4,09	1,95
63	5	7	2,3	6,13	24,70	23,10	5,05	1,94
63+	6	7	2,3	7,28	24,70	27,06	5,98	1,93
70	4,5	8	2,7	6,20	27,42	29,04	5,67	2,16
70	5	8	2,7	6,86	27,42	31,94	6,27	2,16
70	6	8	2,7	8,15	27,42	37,58	7,43	2,15
70	7	8	2,7	9,42	27,42	42,98	8,57	2,14
70+	8	8	2,7	10,67	27,42	48,16	9,68	2,12

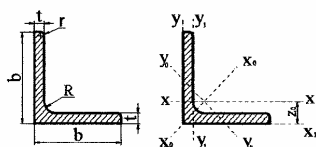
Vienādmalu stūreņi
GOST 8509-93



A - Šķēsgriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m

Xo-Xo		Yo-Yo			I _{xy} cm ⁴	Z _o cm	M kg.
I _{xo} cm ⁴	i _{xo} cm	I _{yo} cm ⁴	W _{yg} cm ³	i _{yo} cm			
0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89
0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15
1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12
1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46
1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27
2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36
2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78
2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46
3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91
3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60
4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10
5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58
5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85
7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42
8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98
8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08
10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73
12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37
11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32
14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05
17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77
20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47
20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44
25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25
29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90
36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81
42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72
46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37

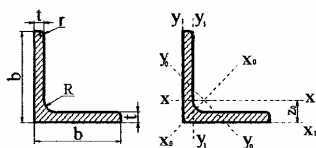
Vienādmalu stūreņi
GOST 8509-93



A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsriezuma perimets

b mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	X-X		
						I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
75	5	9	3	7,39	29,36	39,53	7,21	2,31
75	6	9	3	8,78	29,36	46,57	8,57	2,30
75+	7	9	3	10,15	29,36	53,34	9,89	2,29
75+	8	9	3	11,50	29,36	59,84	11,18	2,28
75	9	9	3	12,83	29,36	66,10	12,43	2,27
80	5,5	9	3	8,63	31,36	52,68	9,03	2,47
80	6	9	3	9,38	31,36	56,97	9,80	2,47
80	7	9	3	10,85	31,36	65,31	11,32	2,45
80	8	9	3	12,30	31,36	73,36	12,80	2,44
90	6	10	3,3	10,61	35,29	82,10	12,49	2,78
90	7	10	3,3	12,28	35,29	94,30	14,45	2,77
90	8	10	3,3	13,93	35,29	106,11	16,36	2,76
90+	9	10	3,3	15,60	35,29	118,00	18,29	2,75
100	6,5	12	4	12,82	39,14	122,10	16,69	3,09
100	7	12	4	13,75	39,14	130,59	17,90	3,08
100+	8	12	4	15,60	39,14	147,19	20,30	3,07
100	10	12	4	19,24	39,14	178,95	24,97	3,05
100	12	12	4	22,80	39,14	208,90	29,47	3,03
100	14	12	4	26,28	39,14	237,15	33,83	3,00
100	16	12	4	29,68	39,14	263,82	38,04	2,98
110	7	12	4	15,15	43,14	175,61	21,83	3,40
110	8	12	4	17,20	43,14	198,17	24,77	3,39
125	8	14	4,6	19,69	49,00	294,36	32,20	3,87
125	9	14	4,6	22,00	49,00	327,48	36,00	3,86
125	10	14	4,6	24,33	49,00	359,82	39,74	3,85
125	12	14	4,6	28,89	49,00	422,23	47,06	3,82
125	14	14	4,6	33,37	49,00	481,76	54,17	3,80
125	16	14	4,6	37,77	49,00	538,56	61,09	3,78
140	9	14	4,6	24,72	55,00	465,72	45,55	4,34
140	10	14	4,6	27,33	55,00	512,29	50,32	4,33
140	12	14	4,6	32,49	55,00	602,49	59,66	4,31
160	10	16	5,3	31,43	62,86	774,24	66,19	4,96

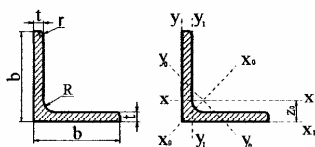
Vienādmalu stūreņi GOST 8509-93



A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m

X ₀ -X ₀		Y ₀ -Y ₀			I _{xy} cm ⁴	Z ₀ cm	M kg.
I _{x0} cm ⁴	i _{x0} cm	I _{y0} cm ⁴	W _{y0} cm ³	i _{y0} cm			
62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110	2,83	15,10
330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122	2,91	17,90
374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138	2,99	20,63
416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152	3,06	23,30
278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106	2,96	11,89
314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116	3,00	13,50
466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172	3,36	15,46
520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192	3,40	17,30
571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211	3,45	19,10
670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248	3,53	22,68
763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282	3,61	26,20
852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315	3,68	29,65
739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274	3,78	19,41
813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301	3,82	21,45
956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354	3,90	25,50
1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455	4,30	24,67

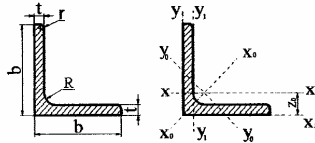
Vienādmalu stūreņi GOST 8509-93



A - Šķērsgriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsgriezuma perimetrs

b mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	X-X		
						I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
160	11	16	5,3	34,42	62,86	844,21	72,44	4,95
160	12	16	5,3	37,39	62,86	912,89	78,62	4,94
160	14	16	5,3	43,57	62,86	1046,47	90,77	4,92
160	16	16	5,3	49,07	62,86	1175,19	102,64	4,89
160	18	16	5,3	54,79	62,86	1290,24	114,24	4,87
160	20	16	5,3	60,40	62,86	1418,85	125,60	4,85
180	11	16	5,3	38,80	70,86	1216,44	92,47	5,60
180	12	16	5,3	42,19	70,86	1316,62	100,41	5,59
200	12	18	6	47,10	78,71	1822,78	124,61	6,22
200	13	18	6	50,85	78,71	1960,77	134,44	6,21
200	14	18	6	54,60	78,71	2097,00	144,17	6,20
200	16	18	6	61,98	78,71	2362,57	163,37	6,17
200	20	18	6	76,54	78,71	2871,47	200,73	6,12
200	25	18	6	94,29	78,71	3466,21	245,59	6,06
200	30	18	6	111,54	78,71	4019,60	288,57	6,00
220	14	21	7	60,38	86,50	2814,36	175,18	6,83
220	16	21	7	68,58	86,50	3175,44	198,71	6,80
250	16	24	8	78,40	98,28	4717,10	258,43	7,76
250	18	24	8	87,72	98,28	5247,24	288,82	7,73
250	20	24	8	96,96	98,28	5764,87	318,76	7,71
250	22	24	8	106,12	98,28	6270,32	348,26	7,69
250	25	24	8	119,71	98,28	7006,39	391,72	7,65
250	28	24	8	133,12	98,28	7716,86	434,25	7,61
250	30	24	8	141,96	98,28	8176,52	462,11	7,59
250	35	24	8	163,71	98,28	9281,05	530,11	7,53

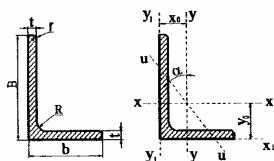
Vienādmalu stūreņi
GOST 8509-93



A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m

Xo-Xo		Yo-Yo			I _{xy} cm ⁴	Z _o cm	M kg.
I _{xo} cm ⁴	i _{xo} cm	I _{yo} cm ⁴	W _{yo} cm ³	i _{yo} cm			
1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496	4,35	27,02
1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537	4,39	29,35
1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615	4,47	33,97
1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690	4,55	38,52
2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771	4,63	43,01
2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830	4,70	47,44
1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716	4,85	30,47
2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776	4,89	33,12
2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073	5,37	36,97
3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156	5,42	39,92
3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236	5,46	42,80
3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393	5,54	48,65
4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689	5,70	60,08
5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028	5,89	74,02
6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332	6,07	87,56
4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655	5,91	47,40
5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869	6,02	53,83
7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	2775	6,75	61,55
8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089	6,83	68,86
9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395	6,91	76,11
9961,60	9,69	2579,04	260,52	4,93	3691	7,00	83,31
11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119	7,11	93,97
12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527	7,23	104,50
12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	4788	7,31	111,44
14682,73	9,47	3879,37	366,13	4,87	5402	7,53	128,51

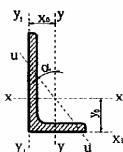
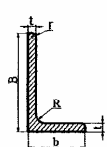
Dažādmalu stūreņi GOST 8510-86



A - Šķērsriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 M - Svars 1m
 P - Šķērsriezuma perimetrs

B mm	b mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	M kg	x - x		
								I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
25	16	3	3,5	1,2	1,16	7,95	0,91	0,70	0,43	0,78
30*	20*	3	3,5	1,2	1,43	9,75	1,12	1,27	0,62	0,94
30*	20*	4	3,5	1,2	1,86	9,75	1,46	1,61	0,82	0,93
32	20	3	3,5	1,2	1,49	10,15	1,17	1,52	0,72	1,01
32	20	4	3,5	1,2	1,94	10,15	1,52	1,93	0,93	1,00
40	25	3	4,0	1,3	1,89	12,72	1,48	3,06	1,14	1,27
40	25	4	4,0	1,3	2,47	12,72	1,94	3,93	1,49	1,26
40	25	5	4,0	1,3	3,03	12,72	2,37	4,73	1,82	1,25
40*	30*	4	4,0	1,3	2,67	13,72	2,26	4,18	1,54	1,25
40*	30*	5	4,0	1,3	3,28	13,72	2,46	5,04	1,88	1,24
45	28	3	5,0	1,7	2,14	14,24	1,68	4,41	1,45	1,48
45	28	4	5,0	1,7	2,80	14,24	2,20	5,68	1,90	1,42
50	32	3	5,5	1,8	2,42	16,01	1,90	6,18	1,82	1,60
50	32	4	5,5	1,8	3,17	16,01	2,40	7,98	2,38	1,59
56	36	4	6,0	2	3,58	17,97	2,81	11,37	3,01	1,78
56	36	5	6,0	2	4,41	17,97	3,46	13,80	3,70	1,77
63	40	4	7	2,3	4,04	20,10	3,17	16,33	3,83	2,01
63	40	5	7	2,3	4,98	20,10	3,91	19,91	4,72	2,00
63	40	6	7	2,3	5,90	20,10	4,63	23,31	5,58	1,99
63	40	8	7	2,3	7,68	20,10	6,03	29,60	7,22	1,96
65*	50*	5	6	2	5,56	22,57	4,36	23,41	5,20	2,05
65*	50*	6	6	2	6,60	22,57	5,18	27,46	6,16	2,04
65*	50*	7	6	2	7,62	22,57	5,98	31,32	7,08	2,03
65*	50*	8	6	2	8,62	22,57	6,77	35,00	7,99	2,02
70	45	5	7,5	2,5	5,59	22,46	4,39	27,76	5,88	2,23
75	50	5*	8	2,7	6,11	24,42	4,79	34,81	6,81	2,39
75	50	6	8	2,7	7,25	24,42	5,69	40,92	8,08	2,38
75	50	7*	8	2,7	8,37	24,42	6,57	46,77	9,31	2,36
75	50	8	8	2,7	9,47	24,42	7,43	52,38	10,52	2,35
80	50	5	8	2,7	6,36	25,42	4,49	41,64	7,71	2,56
80	50	6	8	2,7	7,55	25,42	5,92	48,98	9,15	2,55
80*	60*	6	8	2,7	8,15	27,42	6,39	52,06	9,42	2,53

Dažādmalu stūreņi
GOST 8510-86



A - Šķērsgriezuma laukums

I - Inerces moments

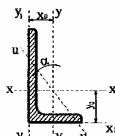
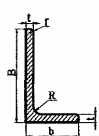
W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

M - Svars 1m

y - y			u - u			X ₀ cm	y ₀ cm	I _{xy} cm ⁴	tgα
I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _u cm ⁴	W _u cm ³	i _u cm				
0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392
0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427
0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421
0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382
0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374
0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385
1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381
1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374
2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544
2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539
1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382
1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379
1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403
2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401
3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	1,78	0,84	1,82	3,74	0,406
4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404
5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397
6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396
7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393
9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386
12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576
14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575
16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571
18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570
9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406
12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436
14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435
16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435
18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430
12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,00	1,13	2,60	13,20	0,387
14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386
25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547

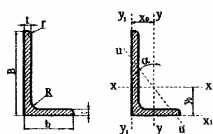
Dažādmalu stūreņi
ГОСТ 8510-86



A - Šķērsgriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 M - Svars 1m
 P - Šķērsgriezuma perimetrs

B mm	b mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	M kg	P cm	x - x		
								I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
80*	60*	7	8	2,7	9,42	7,39	27,42	59,61	10,87	2,52
80*	60*	8	8	2,7	10,67	8,37	27,42	66,88	12,38	2,50
90	56	5,5	9	3	7,86	6,17	28,56	65,28	10,74	2,88
90	56	6	9	3	8,54	6,70	28,56	70,58	11,66	2,88
90	56	8	9	3	11,18	8,77	28,56	90,87	15,24	2,85
100	63	6	10	3,3	9,58	7,53	31,89	98,29	14,52	3,20
100	63	7	10	3,3	11,09	8,70	31,89	112,86	16,78	3,19
100	63	8	10	3,3	12,57	9,87	31,89	126,96	19,01	3,18
100	63	10	10	3,3	15,47	12,40	31,89	153,95	23,32	3,15
100*	65*	7	10	3,3	11,23	8,81	32,29	114,05	16,87	3,19
100*	65*	8	10	3,3	12,73	9,99	32,29	128,31	19,11	3,18
100*	65*	10	10	3,3	15,67	12,30	32,29	155,52	23,45	3,15
110	70	6,5	10	3,3	11,45	8,98	35,29	142,42	19,11	3,53
110	70	8	10	3,3	13,93	10,93	35,29	171,54	23,22	3,51
125	80	7	11	3,7	14,06	11,04	40,21	226,53	26,67	4,01
125	80	8	11	3,7	15,98	12,58	40,21	255,62	30,26	4,00
125	80	10	11	3,7	19,70	15,47	40,21	311,61	37,27	3,98
125	80	12	11	3,7	23,36	18,34	40,21	364,79	44,07	3,95
140	90	8	12	4,0	18,00	14,13	45,14	363,68	38,25	4,49
140	90	10	12	4,0	22,24	17,46	45,14	444,45	47,19	4,47
160	100	9	13	4,3	22,87	17,96	51,07	605,97	56,04	5,15
160	100	10	13	4,3	25,28	19,85	51,07	666,59	61,91	5,13
160	100	12	13	4,3	30,04	23,58	51,07	784,22	73,42	5,11
160	100	14	13	4,3	34,72	27,26	51,07	897,19	84,65	5,08
180	110	10	14	4,7	28,33	22,20	56,99	952,28	78,59	5,80
180	110	12	14	4,7	33,69	26,40	56,99	1122,56	93,33	5,77
200	125	11	14	4,7	34,87	27,37	63,99	1449,02	107,31	6,45
200	125	12	14	4,7	37,89	29,74	63,99	1568,19	116,51	6,43
200	125	14	14	4,7	43,87	34,43	63,99	1800,83	134,64	6,41
200	125	16	14	4,7	49,77	39,07	63,99	2026,08	152,41	6,38

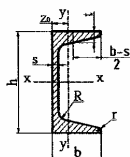
Dažādmalu stūreņi
GOST 8510-86



A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svārs 1m

y - y			u - u			X ₀ cm	y ₀ cm	I _{xy} cm ⁴	tgα
I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	I _u cm ⁴	W _u cm ³	i _u cm				
28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546
32,15	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	1,57	2,56	26,83	0,544
19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384
21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384
27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380
30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393
34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392
39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391
47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387
38,32	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415
42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414
51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410
45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402
54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400
73,73	11,89	2,29	43,40	9,80	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407
80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406
100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404
116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400
119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,00	0,411
145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409
186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391
204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390
238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388
271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385
276,37	32,27	3,12	165,44	26,80	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376
324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374
446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392
481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392
550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390
616,66	64,83	3,52	366,99	53,66	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388

U-veida profili ar slīpām plauktu malām GOST 8240-89



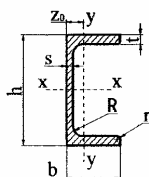
A - Šķērsgriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
S - Šķērsgriezuma statistiskais moments
P - Šķērsgriezuma perimetrs
M - Svars 1m

profila №	h mm	b mm	s mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	M kg
5	50	32	4,4	7	6	2,5	6,16	20,52	4,84
6,5+	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	25,08	5,90
8+	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	29,62	7,05
10+	100	46	4,5	7,6	7	3	10,90	35,98	8,59
12+	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,30	42,28	10,40
14+	140	58	4,9	8,1	8	3	15,60	48,60	12,30
16+	160	64	5	8,4	8,5	3,5	18,10	54,92	14,20
16a	160	68	5	9	8,5	3,5	19,50	56,40	15,30
18+	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,70	61,24	16,30
18a	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,20	62,72	17,40
20+	200	76	5,2	9	9,5	4	23,40	67,56	18,40
22+	220	82	5,4	9,5	10	4	26,70	73,82	21,00
24+	240	90	5,6	10	11	4	30,60	80,88	24,00
27+	270	95	6	11	11	4,5	35,20	88,70	27,70
30+	300	100	6,5	11	12	5	40,50	96,50	31,80
33	330	105	7	12	13	5	46,50	104,26	36,50
36	360	110	7,5	13	14	6	53,40	111,98	41,90
40	400	115	8	14	15	6	61,50	121,70	48,30

x - x				y - y			
I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	z ₀ cm
22,80	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
48,60	15,00	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
89,40	22,40	3,16	13,30	12,80	4,75	1,19	1,31
174	34,80	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44
304	50,60	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54
491	70,20	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67
747	93,40	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80
823	103	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00
1090	121	7,24	69,80	86	17,00	2,04	1,94
1190	132	7,32	76,10	105	20,00	2,18	2,13
1520	152	8,07	87,80	113	20,50	2,20	2,07
2110	192	8,89	110	151	25,10	2,37	2,21
2900	242	9,73	139	208	31,60	2,60	2,42
4160	308	10,90	178	262	37,30	2,73	2,47
5810	387	12,00	224	327	43,60	2,84	2,52
7980	484	13,10	281	410	51,80	2,97	2,59
10820	601	14,20	350	513	61,70	3,10	2,68
15220	761	15,70	444	642	73,40	3,23	2,75

U-veida profili ar taisnām plauktu malām

GOST 8240-89

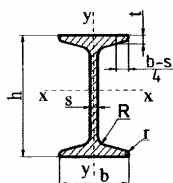


A - Šķērsgriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 S - Šķērsgriezuma statiskais moments
 P - Šķērsgriezuma perimetrs
 M - Svars 1m

profila №	h mm	b mm	s mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	M kg
5-Π	50	32	4,4	7	6	3,5	6,16	21,10	4,84
6,5-Π	65	36	4,4	7,2	6	3,5	7,51	25,70	5,90
8-Π	80	40	4,5	7,4	6,5	3,5	8,98	30,24	7,05
10-Π+	100	46	4,5	7,6	7	4	10,90	36,55	8,59
12-Π	120	52	4,8	7,8	7,5	4,5	13,30	42,81	10,4
14-Π	140	58	4,9	8,1	8	4,5	15,60	49,15	12,3
16-Π	160	64	5	8,4	8,5	5	18,10	55,44	14,2
16a-Π	160	68	5	9	8,5	5	19,50	57,04	15,3
18-Π	180	70	5,1	8,7	9	5	20,70	61,78	16,3
18a-Π	180	74	5,1	9,3	9	5	22,20	63,38	17,4
20-Π	200	76	5,2	9	9,5	5,5	23,40	68,07	18,4
22-Π	220	82	5,4	9,5	10	6	26,70	74,34	21,0
24-Π	240	90	5,6	10	11	6	30,60	81,46	24,0
27-Π	270	95	6	11	11	6,5	35,20	89,30	27,7
30-Π	300	100	6,5	11	12	7	40,50	97,07	31,8
33-Π	330	105	7	12	13	7,5	46,50	104,84	36,5
36-Π	360	110	7,5	13	14	8,5	53,40	112,57	41,9
40-Π	400	115	8	14	15	9	61,50	122,34	48,3

x - x				y - y			
I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	z ₀ cm
22,80	9,14	1,92	5,61	5,95	2,99	0,98	1,21
48,80	15,00	2,55	9,02	9,35	4,06	1,12	1,29
89,80	22,50	3,16	13,3	13,9	5,31	1,24	1,38
175	34,90	3,99	20,5	22,6	7,37	1,44	1,53
305	50,80	4,79	29,7	34,9	9,84	1,62	1,66
493	70,40	5,61	40,9	51,5	12,9	1,81	1,82
750	93,80	6,44	54,3	72,8	16,4	2,00	1,97
827	103	6,51	59,5	90,5	19,6	2,15	2,19
1090	121	7,26	70,0	100	20,6	2,20	2,14
1200	133	7,34	76,3	123	24,3	2,35	2,36
1530	153	8,08	88	134	25,2	2,39	2,30
2120	193	8,90	111	178	31,0	2,58	2,47
2910	243	9,75	139	248	39,5	2,85	2,72
4180	310	10,90	178	314	46,7	2,99	2,78
5830	389	12,00	224	393	54,8	3,12	2,83
8010	486	13,10	281	491	64,6	3,25	2,90
10850	603	14,30	350	611	76,3	3,38	2,99
15260	763	15,80	445	760	89,9	3,51	3,05

Dubult-T veida profili ar slīpām plauktu malām
GOST 8239-89



A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
S - Šķērsriezuma statiskais moments
P - Šķērsriezuma perimetrs
M - Svars 1m

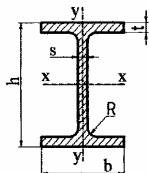
profila №	h mm	b mm	s mm	t mm	R mm	r mm	A cm ²	P cm	M kg
10	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12	38,22	9,5
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	45,72	11,5
14+	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	53,22	13,7
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	60,28	15,9
18+	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	67,74	18,4
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	75,60	21,0
22	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	83,44	24,0
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	89,08	27,3
27	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	98,88	31,5
30	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	108,62	36,5
33	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	116,12	42,2
36	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	123,58	48,6
40	400	155	8,3	13,0	15	6	72,6	135,14	57,0
45	450	160	9,0	14,2	16	7	84,7	146,52	66,5
50	500	170	10,0	15,2	17	7	100	159,92	78,5
55	550	180	11,0	16,5	18	7	118	173,20	92,6
60	600	190	12,0	17,8	20	8	138	186,48	108,0

x - x				y - y		
I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm
198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

Normālie dubult-T veida profili

GOST 26020-83

9. tabula

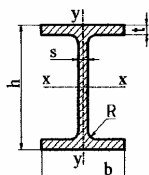


A - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
S - Šķērsriezuma statiskais moments
P - Šķērsriezuma perimetrs
M - Svars 1m

profila №	h mm	b mm	s mm	t mm	R mm	A cm ²	P cm	M kg
1051	100	55	4,1	5,7	7	10,32	39,98	8,10
1251	117,6	64	3,8	5,1	7	11,30	47,16	8,70
1252	120	64	4,4	6,3	7	13,21	47,52	10,40
1451	137,4	73	3,8	5,6	7	13,39	54,72	10,50
1452	140	73	4,7	6,9	7	16,43	55,06	12,90
1651	157	82	4,0	5,9	9	16,18	61,85	12,70
1652	160	82	5,0	7,4	9	20,09	62,25	15,80
1851	177	91	4,3	6,5	9	19,58	69,39	15,40
1852	180	91	5,3	8,0	9	23,95	69,79	18,80
2051	200	100	5,6	8,5	12	28,49	76,82	22,40
2351	230	110	5,6	9,0	12	32,91	86,82	25,80
2651	258	120	5,8	8,5	12	35,62	96,38	28,00
2652	261	120	6,0	10,0	12	39,70	96,94	31,20
3051	296	140	5,8	8,5	15	41,92	111,46	32,9
3052	299	140	6	10	15	46,67	112,02	36,6
3551	346	155	6,2	8,5	18	49,53	126,86	38,9
3552	349	155	6,5	10	18	55,17	127,40	43,3
4051	392	165	7	9,5	21	61,25	139,39	48,1
4052	396	165	7,5	12	21	69,72	140,09	54,7
4551	443	180	7,8	11	21	76,23	155,43	59,8
4552	447	180	8,4	13	21	85,96	156,11	67,5
5051	492	200	8,8	12	21	92,98	173,03	73,0
5052	496	200	9,2	14	21	102,80	173,75	80,7
5551	543	220	9,5	14	24	113,37	190,57	89,0
5552	547	220	10	16	24	124,75	191,27	97,9
6051	593	230	11	16	24	135,26	204,37	106,2
6052	597	230	11	18	24	147,30	205,07	115,6
7051	691	260	12	16	24	164,70	235,67	129,3
7052	697	260	13	19	24	183,60	236,77	144,2
8051	791	280	14	17	26	203,20	263,03	159,5
8052	798	280	14	21	26	226,60	264,33	177,9
9051	893	300	15	19	30	247,10	290,44	194,0
9052	900	300	16	22	30	272,40	291,74	213,8
10051	990	320	16	21	30	293,82	317,64	230,6
10052	998	320	17	25	30	328,90	319,04	258,2
10053	1006	320	18	29	30	364,00	320,44	285,7
10054	1013	320	20	33	30	400,60	321,54	314,5

Normālie dubult-T veida profili

GOST 26020-83

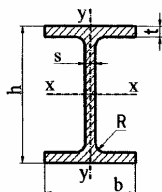


- A - Šķērsgriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 S - Šķērsgriezuma statiskais moments
 P - Šķērsgriezuma perimetrs
 M - Svārs 1m

x - x				y - y		
I_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_x cm ³	I_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm
171	34,2	4,07	19,7	15,9	5,8	1,24
257	43,8	4,83	24,9	22,4	7,0	1,42
318	53,0	4,90	30,4	27,7	8,6	1,45
435	63,3	5,70	35,8	36,4	10,0	1,65
541	77,3	5,74	44,2	44,9	12,3	1,65
689	87,8	6,53	49,5	54,4	13,3	1,83
869	108,7	6,58	61,9	68,3	16,6	1,84
1063	120,1	7,37	67,7	81,9	18,0	2,04
1317	146,3	7,41	83,2	100,8	22,2	2,05
1943	194,3	8,26	110	142,3	28,5	2,23
2996	260,5	9,54	147	200,3	36,4	2,47
4024	312,0	10,63	177	245,6	40,9	2,63
4654	356,6	10,83	202	288,8	48,1	2,70
6328	427,0	12,29	240,0	390,0	55,7	3,05
7293	487,8	12,50	274	458,6	65,5	3,13
10060	581,7	14,25	329	529,6	68,3	3,27
11550	662,2	14,47	373,0	622,9	80,4	3,36
15750	803,6	16,03	456,0	714,9	86,7	3,42
18530	935,7	16,30	530	865,0	104,8	3,52
24940	1126	18,09	640	1074	119,3	3,75
28870	1292	18,32	733	1269	141,0	3,84
37160	1511	19,99	860	1606	160,6	4,16
42390	1709	20,30	970	1873	187,3	4,27
55680	2051	22,16	1165	2404	218,6	4,61
62790	2296	22,43	1302	2760	250,9	4,70
78760	2656	24,13	1512	3154	274,3	4,83
87640	2936	24,39	1669	3561	309,6	4,92
125930	3645	27,65	2095	4556	350,5	5,26
145912	4187	28,19	2393	5437	418,2	5,44
199500	5044	31,33	2917	6244	446,0	5,54
232200	5820	32,01	3343	7527	537,6	5,76
304400	6817	35,09	3964	8365	557,6	5,82
349200	7760	35,80	4480	9943	662,8	6,04
446000	9011	38,96	5234	11520	719,9	6,26
516400	10350	39,62	5980	13710	856,9	6,46
587700	11680	40,18	6736	15900	993,9	6,61
655400	12940	40,45	7470	17830	1114,3	6,67

Platplauktu dubult-T veida profili

GOST 26020-83

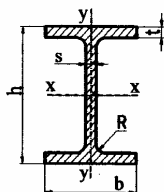


- A - Šķērsriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 S - Šķērsriezuma statistais moments
 P - Šķērsriezuma perimetrs
 M - Svars 1m

profila №	h mm	b mm	s mm	t mm	R mm	A cm ²	P cm	M kg
20W1	193	150	6	9	13	38,95	95,16	30,6
23W1	226	155	6,5	10	14	46,08	103,49	36,2
26W1	251	180	7	10	16	54,37	118,05	42,7
26W2	255	180	7,5	12	16	62,73	118,75	49,2
30W1	291	200	8	11	18	68,31	133,50	53,6
30W2	295	200	8,5	13	18	77,65	134,20	61,0
30W3	299	200	9	15	18	87,00	134,90	68,3
35W1	338	250	9,5	13	20	95,67	162,26	75,1
35W2	341	250	10	14	20	104,74	162,76	82,2
35W3	345	250	11	16	20	116,30	163,46	91,3
40W1	388	300	9,5	14	22	122,40	191,92	96,1
40W2	392	300	12	16	22	141,60	192,32	111,1
40W3	396	300	13	18	22	157,20	192,92	123,4
50W1	484	300	11	15	26	145,70	210,13	114,4
50W2	489	300	15	18	26	176,60	210,43	138,7
50W3	495	300	16	21	26	199,20	211,43	156,4
50W4	501	300	17	24	26	221,70	212,43	174,1
60W1	580	320	12	17	28	181,10	236,78	142,1
60W2	587	320	16	21	28	225,30	237,38	176,9
60W3	595	320	18	25	28	261,80	238,58	205,5
60W4	603	320	20	29	28	298,34	239,78	234,2
70W1	683	320	14	19	30	216,40	256,74	169,9
70W2	691	320	15	23	30	251,70	258,04	197,6
70W3	700	320	18	28	30	299,80	259,24	235,4
70W4	708	320	21	32	30	341,60	260,34	268,1
70W5	718	320	23	37	30	389,70	261,84	305,9

Platplauktu dubult-T veida profili

GOST 26020-83



A - Šķēsgriezuma laukums
 I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 S - Šķēsgriezuma statiskais moments
 P - Šķēsgriezuma perimetrs
 M - Svars 1m

x - x				y - y		
I_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_x cm ³	I_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm
2660	275	8,26	153	507	67,6	3,61
4260	377	9,62	210	622	80,2	3,67
6225	496	10,70	276	974	108,2	4,23
7429	583	10,88	325	1168	129,8	4,31
10400	715	12,34	398	1470	147,0	4,64
12200	827	12,53	462	1737	173,7	4,73
14040	939	12,70	526	2004	200,4	4,80
19790	1171	14,38	651	3260	261	5,84
22070	1295	14,52	721	3650	292	5,90
25140	1458	14,70	813	4170	334	5,99
34360	1771	16,76	976	6306	420	7,18
39700	2025	16,75	1125	7209	481	7,14
44740	2260	16,87	1259	8111	541	7,18
60930	2518	20,45	1403	6762	451	6,81
72530	2967	20,26	1676	7900	526	6,69
84200	3402	20,56	1923	9250	617	6,81
96150	3838	20,82	2173	10600	707	6,92
107300	3701	24,35	2068	9302	581	7,17
131800	4490	24,19	2544	11230	702	7,06
156900	5273	24,48	2997	13420	839	7,16
182500	6055	24,73	3455	15620	976	7,23
172000	5036	28,19	2843	10400	650	6,93
205500	5949	28,58	3360	12590	787	7,07
247100	7059	28,72	4017	15070	942	7,09
284400	8033	28,85	4598	17270	1079	7,11
330600	9210	29,13	5298	20020	1251	7,17

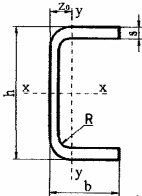
II PIELIKUMS

Auksti velmēto tērauda profilu izmēri un šķelumu ģeometriskie raksturotāji

Tikai mācību nolūkiem!

1. tabula

Vienādmalu U-veida profili GOST 8278-83

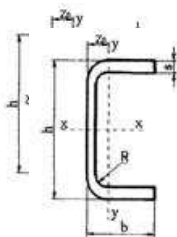


A - Šķērsriezuma laukums
J - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
S - Šķērsriezuma statiskais moments
P - Šķērsriezuma perimetrs
M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

h mm	b mm	s mm	R mm	n	n ₁	A cm ²	P cm
25	26	2	3	10,5	7,5	1,39	14,31
25	30	2	3	12,5	7,5	1,55	15,91
28	27	2,5	4	8,2	6,0	1,81	15,00
30	25	3	5	5,7	4,7	2,05	14,28
30	30	2	3	12,5	10,0	1,65	16,91
32	25	3	5	5,7	5,3	2,11	14,68
32	32	2	3	13,5	11,0	1,77	18,11
38	95	2,5	3	35,8	10,8	5,48	44,37
40	20	2	3	7,5	15,0	1,45	14,91
40	20	3	5	4,0	8,0	2,05	14,28
40	30	2	3	12,5	15,0	1,85	18,91
40	30	2,5	3	9,8	11,6	2,28	18,77
40	40	2	3	17,5	15,0	2,25	22,91
40	40	2,5	3	13,8	11,6	2,78	22,77
40	40	3	5	10,7	8,0	3,25	22,28
42	42	4	6	8,0	5,5	4,45	23,02
43	45	2	3	20,0	16,5	2,51	25,51
45	25	3	5	5,7	9,7	2,50	17,28
45	31	2	3	13,0	17,5	1,99	20,31
48	70	9	7	11,6	4,8	8,49	33,82
50	30	2	3	12,5	20,0	2,05	20,91
50	30	2,5	3	9,8	15,6	2,53	20,77
50	32	2,5	3	10,6	15,6	2,63	21,57
50	40	2	3	17,5	20,0	2,45	24,91
50	40	2,5	3	13,8	15,6	3,03	24,77
50	40	3	4	11,0	12,0	3,58	24,45
50	40	4	6	7,5	7,5	4,61	23,82
50	47	6	9	5,3	3,3	7,30	25,54
50	50	2,5	3	17,8	15,6	3,53	28,77
50	50	3	4	14,3	12,0	4,18	28,45
50	50	4	6	10,0	7,5	5,40	27,82
60	26	2,5	4	7,8	18,8	2,56	21,00
60	30	2,6	3	9,8	19,6	2,78	22,74
60	30	3	5	7,3	14,7	3,25	22,28
60	32	2,5	3	10,6	19,6	2,89	23,57
60	32	3	4	8,3	15,3	3,40	23,25
60	32	4	6	5,5	10,0	4,37	22,62

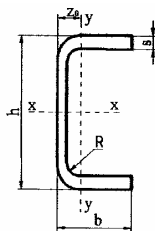


A - Šķēsgriezuma laukums
 J - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 S - Šķēsgriezuma statiskais moments
 P - Šķēsgriezuma perimetrs
 M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

x - x				y - y				M kg
J_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_x cm ³	J_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm	z_0 cm	
1,43	1,14	1,01	0,67	0,96	0,60	0,83	1,00	1,09
1,64	1,31	1,03	0,76	1,42	0,78	0,96	1,19	1,22
2,24	1,60	1,11	0,95	1,32	0,80	0,85	0,04	1,42
2,73	1,82	1,15	1,10	1,24	0,81	0,78	0,96	1,61
2,50	1,67	1,23	0,96	1,53	0,82	0,96	1,12	1,30
3,20	2,00	1,23	1,23	1,28	0,82	0,78	0,94	1,66
3,08	1,92	1,31	1,10	1,88	0,93	1,03	1,29	1,39
15,42	8,12	1,68	4,47	49,26	9,18	3,00	4,13	4,30
3,40	1,70	1,53	1,02	0,35	0,40	0,62	0,60	1,14
4,45	2,23	1,47	1,38	0,75	0,56	0,60	0,66	1,61
4,85	2,42	1,62	1,40	1,72	0,86	0,96	1,01	1,45
5,83	2,91	1,60	1,66	2,09	1,06	0,96	1,03	1,79
6,29	3,15	1,67	1,78	3,79	1,49	1,30	1,45	1,77
7,58	3,79	1,65	2,17	4,63	1,83	1,29	1,47	2,18
8,57	4,28	1,62	2,51	5,31	2,14	1,28	1,52	2,55
12,34	5,88	1,67	3,49	7,80	3,05	1,32	1,65	3,49
8,25	3,84	1,81	2,15	5,38	1,88	1,46	1,64	1,97
7,29	3,24	1,71	1,99	1,49	0,89	0,77	0,82	1,96
6,55	2,91	1,81	1,68	1,97	0,94	0,99	1,01	1,56
32,60	13,58	1,96	7,95	41,22	10,15	2,20	2,94	6,67
8,12	3,25	1,99	1,88	1,87	0,90	0,96	0,92	1,61
9,82	3,93	1,97	2,30	2,28	1,11	0,95	0,94	1,99
10,38	4,15	1,98	2,42	2,72	1,25	1,02	1,02	2,07
10,42	4,17	2,06	2,36	4,13	1,55	1,30	1,34	1,92
12,64	5,06	2,04	2,90	5,05	1,92	1,29	1,36	2,38
14,55	5,82	2,02	3,37	5,88	2,26	1,28	1,39	2,81
17,80	7,12	1,97	4,23	7,35	2,89	1,26	1,48	3,62
26,62	10,65	1,91	6,54	15,42	5,51	1,45	1,90	5,73
15,46	6,18	2,09	3,49	9,31	2,92	1,62	1,81	2,77
17,87	7,15	2,07	4,08	10,89	3,44	1,61	1,84	3,28
22,04	8,82	2,02	5,15	13,72	4,44	1,59	1,91	4,24
13,22	4,41	2,27	2,65	1,61	0,86	0,79	0,73	2,01
15,07	5,02	2,33	2,97	2,43	1,14	0,93	0,87	2,19
17,10	5,70	2,29	3,41	2,80	1,33	0,93	0,90	2,55
15,90	5,30	2,34	3,11	2,91	1,29	1,00	0,95	2,26
18,31	6,10	2,32	3,62	3,38	1,52	1,00	0,97	2,67
22,41	7,47	2,27	4,53	4,22	1,95	0,98	1,03	3,43



A - Šķērsriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķērsriezuma statiskais moments

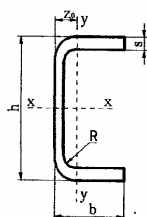
P - Šķērsriezuma perimetrs

M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

h mm	b mm	s mm	R mm	n	n ₁	A cm ²	P cm
60	40	2	3	17,5	25,0	2,65	26,91
60	40	3	4	11,0	15,3	3,83	26,45
60	50	3	5	14,0	14,7	4,45	30,28
60	60	3	4	17,7	15,3	5,03	34,45
60	60	4	6	12,5	10,0	6,60	33,82
60	80	3	5	24,0	14,7	6,25	42,28
60	90	5	7	15,6	7,2	11,09	45,37
63	21	2,2	3	7,2	23,9	2,14	19,85
65	75	4	6	16,2	11,2	8,00	40,82
68	27	1	2	24,0	62,0	1,18	23,77
70	30	2	3	12,5	30,0	2,45	24,91
70	40	3	5	10,7	18,0	4,15	28,28
70	50	3	5	14,0	18,0	4,75	32,28
70	50	4	6	10,0	12,5	6,21	31,82
70	60	4	6	12,5	12,5	7,00	35,82
78	46	6	9	5,2	8,0	8,86	30,74
80	25	4	6	37,5	15,0	4,61	23,82
80	32	4	6	5,5	15,0	5,16	26,62
80	35	4	6	6,3	15,0	5,41	27,82
80	40	2,5	3	13,8	27,6	3,78	30,77
80	40	3	4	11,0	22,0	4,48	30,45
80	50	4	6	10,0	15,0	6,60	33,82
80	60	3	4	17,7	22,0	5,68	38,45
80	60	4	6	12,5	15,0	7,40	37,82
80	60	6	9	7,5	8,3	10,66	36,74
80	80	3	4	24,3	22,0	6,88	46,45
80	80	4	6	17,5	15,0	9,00	45,82
80	85	4	6	18,8	15,0	9,41	47,82
80	100	6	9	14,2	8,3	15,46	52,74
90	50	3,5	5	11,9	20,9	6,20	36,14
90	54	5	7	8,4	13,2	8,99	36,97
90	100	2,5	4	37,4	30,8	7,01	56,60
100	40	2,5	3	13,8	35,6	4,28	34,77
100	40	3	5	10,7	28,0	5,05	34,28
100	50	3	4	14,3	28,7	5,68	38,45
100	50	4	6	10,0	20,0	7,40	37,82
100	50	5	7	7,6	15,2	9,09	37,37
100	50	6	9	5,8	11,7	10,66	36,74



A - Šķērsriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķērsriezuma statiskais moments

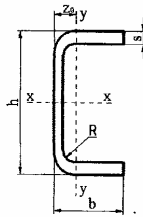
M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

x - x				y - y				M kg
J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	z ₀ cm	
15,78	5,26	2,44	3,00	4,49	1,60	1,29	1,25	2,08
22,21	7,40	2,39	4,30	6,31	2,33	1,27	1,30	3,04
26,85	8,95	2,46	5,16	11,60	3,56	1,61	1,74	3,50
31,97	10,66	2,51	6,01	19,26	5,03	1,95	2,17	3,99
40,00	13,33	2,46	7,67	24,55	6,53	1,93	2,24	5,18
41,49	13,83	2,58	7,68	42,02	8,59	2,59	3,11	4,91
69,97	23,32	2,51	13,34	90,96	17,18	2,86	3,71	8,71
11,48	3,64	2,32	2,23	0,80	0,51	0,61	0,52	1,68
52,26	18,23	2,72	10,33	46,88	10,12	2,41	2,87	6,28
8,21	2,41	2,64	1,41	0,82	0,40	0,84	0,65	0,93
17,84	5,10	2,70	3,01	2,10	0,95	0,93	0,79	1,92
31,49	9,00	2,75	5,31	6,64	2,39	1,26	1,22	3,26
38,23	10,92	2,84	6,27	12,32	3,66	1,61	1,64	3,73
48,30	13,80	2,79	8,05	15,77	4,76	1,59	1,69	4,87
57,02	16,29	2,85	9,37	26,12	6,74	1,93	2,13	5,50
77,08	19,76	2,95	12,02	18,85	5,87	1,42	1,56	6,96
37,07	9,27	2,84	5,85	2,29	1,25	2,29	0,65	3,61
45,16	11,29	2,96	6,91	4,70	2,04	0,95	0,90	4,05
48,63	12,16	3,00	7,37	6,08	2,44	1,06	1,01	4,24
37,40	9,35	3,14	5,45	5,98	2,07	1,26	1,12	2,97
43,51	10,88	3,12	6,39	7,00	2,45	1,25	1,44	3,51
65,98	16,50	3,16	9,65	16,60	4,48	1,58	1,60	5,18
61,30	15,32	3,29	8,70	21,46	5,31	1,94	1,96	4,46
77,54	19,38	3,23	11,17	27,53	6,92	1,93	2,02	5,81
105,03	26,26	3,14	15,56	38,27	9,91	1,89	2,14	8,37
79,10	19,77	3,39	11,01	47,03	9,11	2,61	2,84	5,40
100,66	25,17	3,34	14,21	60,69	11,91	2,60	2,90	7,07
106,45	26,61	3,36	14,97	71,64	13,35	2,76	3,13	7,38
170,88	42,72	3,32	30,59	158,47	26,22	3,20	3,96	12,14
78,16	17,37	3,55	30,13	15,50	4,42	1,58	1,49	4,87
110,99	24,66	3,51	14,57	25,94	7,07	1,70	1,73	7,06
106,27	23,62	3,89	12,94	75,70	11,83	3,29	3,60	5,50
63,16	12,63	3,84	7,47	6,41	2,14	1,22	1,00	3,36
73,11	14,62	3,80	8,72	7,50	2,53	1,22	1,03	3,97
87,88	15,57	3,93	10,24	14,05	3,90	1,57	1,39	4,47
111,44	22,29	3,88	13,15	18,01	5,07	1,56	1,45	5,81
133,39	26,68	3,83	15,93	21,72	6,20	1,55	1,49	7,14
151,84	30,37	3,77	18,39	25,03	7,26	1,53	1,55	8,37

1. tabulas turpinājums



A - Šķēsgriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķēsgriezuma statiskais moments

M - Svars 1m

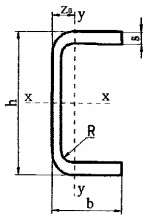
P - Šķēsgriezuma perimetrs

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

h mm	b mm	s mm	R mm	n	n ₁	A cm ²	P cm
100	60	3	4	17,7	28,7	6,28	42,45
100	60	4	6	12,5	20,0	8,20	41,82
100	80	3	4	24,3	28,7	7,48	50,45
100	80	4	6	17,5	20,0	9,80	49,82
100	80	5	7	13,6	15,2	12,09	49,37
100	100	3	5	31,7	28,0	8,65	58,28
100	100	6	9	14,2	11,7	16,66	56,74
100	160	4	6	37,5	20,0	16,20	81,82
104	20	2	3	7,5	47,0	2,73	27,71
106	50	4	6	10,0	21,5	7,64	39,02
108	70	6	9	9,2	13,0	13,54	46,34
110	26	2,5	3	8,2	39,6	3,83	31,17
110	50	4	6	10,0	22,5	7,80	39,82
110	50	5	7	7,6	17,2	9,59	39,37
110	100	4	6	22,5	22,5	11,81	59,82
120	25	4	6	3,8	25,0	6,20	31,82
120	50	3	5	14,0	34,7	6,25	42,28
120	50	4	6	10,0	5,0	8,20	41,82
120	50	6	9	5,8	15,0	11,86	40,74
120	60	4	6	12,5	25,0	9,00	45,82
120	60	5	7	9,6	19,2	11,09	45,37
120	60	6	9	7,5	15,0	13,06	44,74
120	70	5	7	11,6	19,2	12,09	49,37
120	80	4	6	17,5	25,0	10,60	53,82
120	80	5	7	13,6	19,2	13,09	53,37
140	40	2,5	3	13,8	51,6	5,28	42,77
140	40	3	5	10,7	41,3	6,25	42,28
140	60	3	5	17,3	41,3	7,45	50,28
140	60	5	7	9,6	23,2	12,09	49,37
140	60	6	9	7,5	18,3	14,25	48,74
140	70	5	7	11,6	23,2	13,09	53,37
140	80	4	6	17,5	30,0	11,40	57,82
140	80	5	7	13,6	23,2	14,09	57,37
145	65	3	5	19,0	43,0	7,90	53,28
148	25	4	6	3,8	32,0	7,32	37,42
160	40	2	3	17,5	75,0	4,65	46,91
160	40	3	5	10,7	48,0	6,85	46,28

1. tabulas turpinājums



A - Šķērsriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķērsriezuma statiskais moments

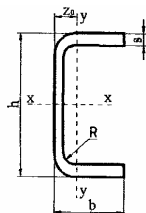
M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

x - x				y - y				M kg
J_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_x cm ³	J_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm	z_0 cm	
111,99	20,40	4,03	11,69	23,25	5,52	1,92	1,79	4,93
129,89	25,98	3,98	15,07	29,93	7,20	1,91	1,84	6,44
130,23	26,05	4,17	14,60	51,03	9,49	2,61	2,62	5,87
166,77	33,35	4,12	18,91	66,07	12,43	2,59	2,68	7,70
201,14	40,23	4,08	23,06	80,47	15,29	2,58	2,74	9,49
157,81	31,56	4,27	17,51	93,15	14,37	3,28	3,52	6,79
284,56	56,91	4,13	32,49	173,39	27,49	3,22	3,69	13,08
314,31	62,86	4,40	13,43	436,25	45,27	5,19	6,36	12,72
35,64	6,85	3,61	4,36	0,73	0,45	0,52	0,37	1,14
127,90	24,13	4,09	14,28	18,38	5,12	1,55	1,41	6,00
245,48	45,46	4,56	26,69	66,59	14,15	2,22	2,29	10,63
58,96	10,72	3,92	6,69	1,93	0,93	0,71	0,53	3,01
139,63	25,39	4,23	15,05	18,61	5,15	1,54	1,38	6,13
167,57	30,47	4,18	18,27	22,47	6,29	1,53	1,43	7,53
252,05	45,83	4,62	25,66	125,87	19,23	3,27	3,46	9,27
104,42	17,40	4,10	11,25	2,57	1,31	6,44	0,54	4,87
133,77	22,29	4,63	13,15	14,85	3,99	1,54	1,23	4,91
171,72	28,62	4,57	11,71	19,15	5,21	1,53	1,33	6,44
236,44	39,41	4,46	24,02	26,75	7,48	1,50	1,42	9,31
198,65	33,11	4,70	19,37	31,91	7,42	1,88	1,70	7,07
239,63	39,94	4,67	23,60	38,73	9,10	1,87	1,74	8,71
275,47	45,91	4,59	27,44	44,95	10,70	1,85	1,80	10,25
272,71	45,45	4,75	26,48	59,56	12,25	2,22	2,14	9,49
252,49	42,08	4,88	24,01	70,65	12,84	2,58	2,50	8,32
305,80	50,97	4,83	29,35	86,20	15,81	2,57	2,55	10,28
141,38	20,20	5,17	12,25	7,04	2,23	1,15	0,84	4,15
164,66	23,52	5,13	14,37	8,26	2,63	1,15	0,86	4,91
220,97	31,57	5,45	18,48	25,89	5,79	1,86	1,53	5,85
345,47	49,35	5,34	29,40	40,80	9,32	1,84	1,62	9,49
398,68	66,95	5,29	34,27	47,46	10,37	1,82	1,67	11,20
391,05	55,86	5,47	32,77	62,87	12,56	2,19	1,99	10,28
359,42	51,35	5,61	29,52	74,59	13,17	2,56	2,34	8,95
436,63	62,38	5,57	36,15	91,13	16,23	2,54	2,38	11,06
255,04	35,18	5,68	20,49	32,69	6,78	2,03	1,68	6,20
170,34	24,37	4,96	15,99	2,70	1,34	6,07	4,92	5,75
158,77	19,58	5,84	12,13	5,93	1,83	1,13	0,75	3,65
228,59	28,57	5,78	17,75	8,55	2,67	1,12	0,80	5,38

1. tabulas turpinājums



A - Šķērsriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķērsriezuma statiskais moments

M - Svārs 1m

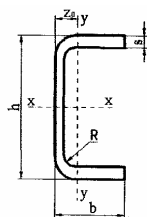
P - Šķērsriezuma perimetrs

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

h mm	b mm	s mm	R mm	n	n ₁	A cm ²	P cm
160	40	5	7	5,6	27,2	11,09	45,37
160	50	2,5	4	17,4	58,8	6,26	50,60
160	50	4	6	10,0	35,0	9,81	49,82
160	50	5	7	7,6	27,2	12,09	49,37
160	50	6	9	5,8	21,7	14,26	48,74
160	60	2,5	4	21,4	58,8	6,76	54,60
160	60	3	5	17,3	48,0	8,05	54,28
160	60	4	6	12,5	36,0	10,60	53,82
160	60	5	7	9,6	27,2	13,09	53,37
160	60	6	9	7,5	21,7	15,46	52,74
160	70	4	6	15,0	35,0	11,40	57,82
160	80	2,5	3	29,8	59,6	7,78	62,77
160	80	3	5	24,0	48,0	9,25	62,28
160	80	4	6	17,5	35,0	12,20	61,82
160	80	5	7	13,6	27,2	15,09	61,37
160	80	6	9	10,8	21,7	17,86	60,74
160	100	3	5	30,7	48,0	10,45	70,28
160	100	6	9	14,2	21,7	20,26	68,74
160	120	5	7	21,6	27,2	19,09	77,37
160	120	6	9	17,5	21,7	22,66	76,74
160	160	6	9	24,2	21,7	27,46	92,74
170	60	4	6	12,5	37,5	11,00	55,82
170	70	5	7	11,6	29,2	14,59	59,37
170	70	6	9	9,2	23,3	17,26	58,74
180	40	3	5	10,7	54,7	7,45	50,28
180	40	4	6	7,5	40,0	9,81	49,82
180	50	4	6	10,0	40,0	10,60	53,82
180	70	6	9	9,2	25,0	17,85	60,74
180	80	4	6	17,5	40,0	13,00	65,82
180	80	5	7	13,6	31,2	16,09	65,37
180	80	6	9	10,8	25,0	19,08	64,74
180	100	5	7	17,6	31,2	18,09	73,37
180	100	6	9	14,2	25,0	21,46	72,74
180	130	8	12	13,8	17,5	32,82	83,65
185	100	3	5	30,7	56,3	11,20	75,28
200	50	3	5	14,0	61,3	8,65	58,28
200	50	4	6	10,0	45,0	11,41	57,82

1. tabulas turpinājums



A - Šķēsgriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķēsgriezuma statiskais moments

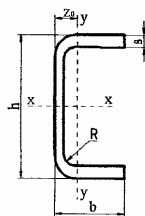
M - Svars 1m

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

x - x				y - y				M kg
J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	S _x cm ³	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	z ₀ cm	
355,32	44,31	5,66	27,95	12,23	4,25	1,09	0,89	8,71
225,47	28,18	6,00	16,99	13,68	3,48	1,48	1,07	4,92
343,12	42,42	5,91	26,06	20,87	5,41	1,46	1,14	7,70
415,41	51,93	5,86	31,82	25,29	6,63	1,45	1,19	9,49
479,22	59,90	5,80	37,08	29,36	7,80	1,43	1,24	11,20
256,48	32,06	6,16	18,96	22,79	4,96	1,84	1,40	5,31
302,54	37,82	6,13	22,46	26,95	5,89	1,83	1,42	6,32
391,80	48,97	6,08	29,18	34,98	7,72	1,82	1,43	8,32
475,49	59,44	6,03	35,70	42,56	9,49	1,80	1,52	10,28
550,41	68,80	5,97	41,60	49,68	11,18	1,79	1,57	12,14
440,48	55,06	6,21	32,30	53,86	10,40	2,17	1,82	8,95
319,89	39,99	6,41	22,90	50,52	8,59	2,55	2,12	6,11
376,50	47,06	6,38	27,17	59,79	10,22	2,54	2,15	7,26
489,16	61,14	6,33	35,42	78,01	13,44	2,53	2,20	9,58
595,66	74,46	6,28	43,45	95,40	16,57	2,51	2,24	11,85
692,78	86,60	6,23	51,90	111,72	19,59	2,50	2,30	14,02
452,12	56,31	6,56	31,88	110,04	15,59	3,24	2,94	8,28
835,14	104,39	6,42	60,18	207,59	30,04	3,20	3,09	15,91
836,99	104,50	6,62	58,95	291,01	35,78	3,90	3,87	14,99
977,51	122,19	6,57	69,42	342,63	42,45	3,89	3,93	17,79
1262,25	157,78	6,78	87,90	750,85	72,82	5,23	5,69	21,56
452,84	53,27	6,41	31,88	35,61	7,78	1,80	1,42	8,64
618,28	72,74	6,51	43,16	66,99	12,92	2,14	1,81	11,45
718,44	84,52	6,45	50,56	78,32	15,25	2,13	1,86	13,55
306,23	34,03	6,41	21,22	8,79	2,70	1,00	0,75	5,85
395,47	43,94	6,35	27,64	11,30	3,52	1,07	0,79	7,70
457,43	50,82	6,57	31,16	21,53	5,48	1,42	1,07	8,32
823,93	91,55	6,79	54,95	79,76	15,38	2,11	1,81	14,02
643,32	71,48	7,03	41,72	61,01	13,67	2,49	2,07	10,21
784,86	87,21	6,98	51,24	99,15	16,86	2,48	2,12	12,68
914,79	101,79	6,93	60,17	116,23	19,94	2,47	2,17	14,96
936,03	104,23	7,20	59,99	184,04	25,85	3,19	2,88	14,20
1096,52	121,84	7,15	70,61	216,45	30,63	3,18	2,93	16,84
1746,62	194,07	7,29	111,44	574,59	65,86	4,18	4,28	25,76
626,06	67,68	7,48	38,54	115,48	15,93	3,21	2,75	8,79
456,99	45,70	7,27	28,18	17,09	4,24	1,41	0,97	6,79
592,95	59,30	7,21	36,67	22,11	5,54	1,39	1,01	8,95

1. tabulas turpinājums



A - Šķēsgriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

S - Šķēsgriezuma statiskais moments

M - Svars 1m

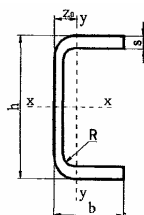
P - Šķēsgriezuma perimetrs

$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

h mm	b mm	s mm	R mm	n	n ₁	A cm ²	P cm
200	80	4	6	17,5	45,0	13,81	69,82
200	80	5	7	13,6	35,2	17,09	69,37
200	80	6	9	10,8	28,3	20,26	68,74
200	100	3	5	30,7	61,3	11,65	78,28
200	100	6	9	14,2	28,3	22,66	76,74
200	180	6	9	27,5	28,3	32,26	108,74
205	38	2,5	3	13,0	77,6	6,81	54,97
206	75	6	9	10,0	29,3	20,02	67,94
210	57	4	6	11,8	47,5	12,37	62,62
250	35	3	5	9,0	78,0	9,25	62,28
250	60	3	5	17,3	78,0	10,75	72,28
250	60	4	6	12,5	57,5	14,21	71,82
250	60	5	7	9,6	45,2	17,59	71,37
250	60	6	9	7,5	36,7	20,86	70,74
250	125	6	9	18,3	36,7	28,66	96,74
270	100	7	10	11,7	33,7	31,11	90,28
280	60	3,9	6	12,8	66,7	15,03	77,85
280	140	5	7	25,6	51,2	27,09	109,37
300	80	6	9	10,8	45,0	26,26	88,74
300	100	8	12	10,0	32,5	37,62	95,65
310	100	6	9	14,2	46,7	29,26	98,74
380	65	6	9	8,3	58,3	29,26	98,74
400	95	8	12	9,4	45,0	44,82	113,65
410	65	6	9	8,3	63,3	31,06	104,74

1. tabulas turpinājums



A - Šķērsriezuma laukums
J - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
S - Šķērsriezuma statiskais moments
M - Svars 1m

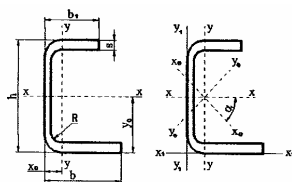
$$n = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_1 = \frac{h - 2(R + s)}{s}$$

x - x				y - y				M kg
J_x cm ⁴	W_x cm ³	i_x cm	S_{x_3} cm ³	J_y cm ⁴	W_y cm ³	i_y cm	z_0 cm	
823,48	82,35	7,72	48,43	83,67	13,86	2,46	1,96	10,83
1006,26	100,63	7,67	59,54	102,45	17,10	2,45	2,01	13,42
1174,93	117,49	6,61	70,00	120,22	20,24	2,44	2,06	15,91
748,08	74,81	8,01	42,96	118,41	16,11	3,19	2,65	9,15
1400,08	140,08	7,86	81,64	224,37	31,14	3,15	2,79	17,79
2304,37	230,44	8,45	128,20	1122,23	94,54	5,90	6,13	25,33
351,96	34,34	7,19	21,65	6,62	2,08	0,99	0,62	5,34
1200,75	116,58	7,74	70,07	101,09	17,92	2,25	1,86	15,72
728,59	69,39	7,68	42,45	32,59	7,21	1,62	1,18	9,71
657,45	52,60	8,43	34,41	6,34	2,12	0,83	0,52	7,26
886,25	70,90	9,08	43,67	30,27	6,19	1,68	1,11	8,44
1156,10	92,49	9,02	57,09	39,37	8,12	1,66	1,15	11,15
1413,50	113,08	8,96	70,22	48,01	9,99	1,65	1,19	13,81
1650,53	132,04	8,89	82,56	56,16	11,79	1,64	1,24	16,38
2811,72	224,94	9,90	130,14	448,01	49,33	3,95	3,42	22,50
3254,41	241,07	10,23	143,96	283,03	37,48	3,20	2,45	24,42
1495,61	106,83	9,98	66,57	39,47	8,01	1,62	1,07	11,80
3368,17	242,01	11,18	138,97	536,69	52,31	4,45	3,74	21,27
3131,48	208,77	10,92	128,15	134,74	21,25	2,27	1,66	20,62
4694,84	312,98	11,17	189,27	327,88	42,94	2,95	2,37	29,53
3948,93	54,77	11,62	153,02	256,39	33,01	2,96	2,33	22,97
4998,26	126,31	13,07	166,64	77,71	14,37	1,63	1,09	22,97
9179,84	458,99	14,31	285,48	305,12	40,06	2,61	1,88	35,18
6077,35	293,46	13,99	191,27	78,82	14,45	1,59	1,05	24,38

Nevienādmalu U-veida profili

GOST 8281-8



A - Šķērsriezuma laukums

J - Inerces moments

W - Pretestības moments

i - Inerces rādiuss

M - Svārs 1m

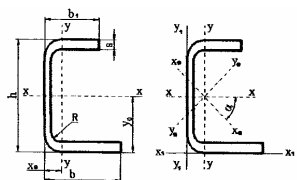
P - Šķērsriezuma perimetrs

$$n = \frac{h - 2(R + s)}{s} \quad n_1 = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_2 = \frac{b_1 - (R + s)}{s}$$

h mm	b mm	b ₁ mm	s mm	R mm	n	n ₁	n ₂	A cm ²	P cm	x - x		
										J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
32	22	12	3	5	5,3	4,6	1,3	1,63	11,48	2,07	1,11	1,13
32	32*	20	2	3	11,0	13,5	7,5	1,53	15,71	2,45	1,34	1,27
32	40*	15	3	5	5,3	7,3	2,3	2,26	15,68	2,99	1,44	1,15
32	50	20	4	6	3,0	10,0	2,5	3,49	18,22	4,53	2,17	1,14
35	35	26	2,5	4	8,8	15,4	7,8	2,16	17,80	4,20	2,19	1,39
37	60	32	3	5	7,0	17,3	8,0	3,52	24,08	7,61	3,38	1,47
40	32*	20	2	3	15,0	13,5	7,5	1,69	17,31	4,15	1,83	1,57
40	40*	20	2	3	15,0	17,5	7,5	1,85	18,91	4,53	1,88	1,56
40	50*	32	3	5	8,0	14,0	8,0	3,31	22,68	8,47	3,68	1,60
43	106	32	3	5	9,3	32,6	8,0	5,08	34,48	13,23	4,38	1,61
45	25	15	3	5	9,7	5,7	2,3	2,20	15,28	5,78	2,28	1,62
50	40	12	2,5	4	14,8	13,3	2,2	2,31	19,00	7,36	2,29	1,78
50	48	15	3	5	11,3	13,3	2,3	3,04	20,88	9,78	3,00	1,79
50	40*	20	2	3	20,0	17,5	7,5	2,05	20,91	7,67	2,58	1,93
50	50*	15	3	5	11,3	14,0	2,3	3,10	21,28	9,93	3,01	1,79
50	50*	25	2	3	19,0	21,0	9,5	2,35	23,91	9,23	3,07	1,98
50	50*	25	3	5	11,3	14,0	5,6	3,40	23,28	12,64	4,19	1,93
50	50	25	4	6	7,5	10,0	3,7	4,41	22,82	5,54	5,14	1,88
50	55	30	2	3	20,0	25,0	12,5	2,55	25,91	10,44	3,51	2,02
50	60	32	3	5	11,3	17,3	8,0	3,91	26,68	15,38	5,12	1,98
50	60*	32	4	6	7,5	12,5	5,5	5,09	26,22	19,04	6,33	1,93
50	92	60	3	5	11,3	28,6	17,3	5,71	38,68	25,44	8,79	2,11
60	40*	20	2	3	25,0	17,5	7,5	2,25	22,91	11,82	3,36	2,29
60	50*	25	3	5	14,6	14,0	5,6	3,70	25,28	19,52	5,46	2,30
60	60*	32	3	5	14,6	17,3	8,0	4,21	28,68	23,54	6,50	2,36
65	55	20	2,5	4	20,8	19,4	5,4	3,26	26,60	19,36	4,74	2,44
65	65	40	4	6	11,3	13,8	7,5	6,21	31,82	41,00	10,96	2,57
67	65	35	3	5	17,0	19,0	9,0	4,66	31,68	32,80	8,27	2,65
70	80	50	4	6	12,5	17,5	10,0	7,41	37,82	59,26	14,69	2,83
80	50*	25	3	5	21,3	14,0	5,6	4,30	29,28	38,93	8,33	3,01
80	60*	32	3	5	21,3	17,3	8,0	4,81	32,68	46,25	9,90	3,10
80	60*	40	3	5	21,3	17,3	10,6	5,05	34,28	50,93	11,43	3,17
80	80*	40	3	5	21,3	24,0	10,6	5,65	38,28	57,11	11,85	3,18
80	80*	40	5	7	11,2	13,6	5,4	9,09	37,37	86,32	17,89	3,08
80	80	50	4	6	15,0	17,5	10,0	7,81	39,82	80,66	17,59	3,21
90	80	50	4	6	14,5	14,5	10,0	8,21	41,82	105,92	20,65	3,59

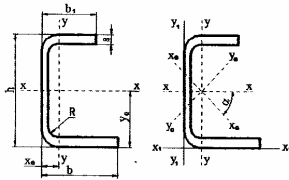
2. tabulas turpinājums



A - Šķērsgriezuma laukums
J - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsgriezuma perimetrs

y - y			x ₀ - x ₀			y ₀ - y ₀			x ₀ cm	y ₀ cm	tga	M kg
J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y m	J _{x0} cm ⁴	W _{x0} cm ³	i _{x0} cm	J _{y0} cm ⁴	W _{y0} cm ³	i _{y0} cm				
0,58	0,38	0,60	2,20	1,23	1,16	0,45	0,37	0,53	0,65	1,33	0,283	1,28
1,30	0,58	0,92	2,70	1,27	1,33	1,05	0,63	0,83	0,97	1,36	0,420	1,20
3,18	1,16	1,18	1,46	0,87	0,80	4,71	1,70	1,44	1,26	1,12	0,944	1,78
7,54	2,30	1,47	2,68	1,39	0,88	9,39	2,78	1,64	1,72	1,12	0,620	2,74
2,24	0,95	1,02	4,43	1,99	1,43	2,02	1,02	0,97	1,14	1,58	0,319	1,70
10,72	2,68	1,74	5,15	2,03	1,21	13,18	3,20	1,93	2,01	1,44	0,669	2,77
1,41	0,61	0,91	4,35	1,89	1,60	1,20	0,65	0,84	0,88	1,73	0,247	1,33
2,49	0,87	1,16	5,27	1,93	1,69	1,76	0,91	0,97	1,12	1,59	0,515	1,45
6,90	2,05	1,44	10,27	3,06	1,76	5,10	1,95	1,24	1,64	1,70	0,730	2,60
54,70	7,87	3,28	8,70	3,16	1,31	50,23	8,45	3,41	3,65	1,28	0,315	3,99
1,00	0,54	0,67	5,93	2,38	1,64	0,85	0,55	0,62	0,66	1,96	0,171	1,73
3,18	1,06	1,17	8,65	2,78	1,93	1,89	0,93	0,90	1,00	1,78	0,484	1,82
5,87	1,68	1,39	12,54	3,75	2,03	3,12	1,45	1,01	1,31	1,74	0,643	2,39
2,68	0,90	1,14	8,31	2,77	2,01	2,04	0,91	1,00	1,02	2,03	0,337	1,61
6,98	1,93	1,50	13,30	3,79	2,07	3,61	1,72	1,08	1,38	1,70	0,730	2,44
4,99	1,37	1,46	10,67	3,13	2,13	3,55	1,46	1,23	1,37	1,99	0,504	1,85
7,11	1,99	1,45	14,81	4,33	2,09	4,94	2,09	1,21	1,43	1,98	0,529	2,67
9,04	2,58	1,43	18,42	5,37	2,04	6,17	2,63	1,18	1,49	1,98	0,554	3,46
6,59	1,68	1,61	12,25	3,31	2,19	4,77	1,76	1,37	1,57	2,03	0,566	2,00
11,93	2,86	1,75	19,40	4,76	2,23	7,91	2,74	1,42	1,82	2,00	0,735	3,07
15,26	3,70	1,73	24,40	5,97	2,19	9,90	3,44	1,39	1,88	1,99	0,765	3,99
40,96	6,83	2,68	20,60	5,38	1,90	45,80	7,25	2,83	3,20	2,11	0,488	4,48
2,84	0,93	1,12	12,42	3,52	2,35	2,24	0,93	1,00	1,94	2,48	0,249	1,77
7,56	2,06	1,43	21,45	5,98	2,41	5,64	2,09	1,23	1,33	2,42	0,370	2,91
12,71	2,96	1,74	26,93	6,62	2,53	9,33	3,19	1,49	1,70	2,43	0,488	3,31
8,35	2,05	1,61	22,40	5,50	2,62	5,41	1,91	1,29	1,37	2,41	0,466	2,56
21,72	4,77	1,87	45,29	10,47	2,70	17,42	5,19	1,68	1,95	2,76	0,426	4,87
16,51	3,52	1,88	36,93	8,36	2,81	12,38	3,78	1,63	1,81	2,73	0,466	3,66
39,94	7,22	2,32	68,26	12,88	3,04	30,94	7,39	2,04	2,47	2,97	0,563	5,81
8,29	2,16	1,39	40,65	8,73	3,07	6,57	2,15	1,24	1,17	3,33	0,232	3,38
13,98	3,11	1,70	49,10	10,41	3,19	11,14	3,19	1,52	1,51	3,33	0,285	3,78
15,00	3,41	1,72	52,56	11,56	3,23	13,36	3,67	1,63	1,61	3,54	0,210	3,97
30,78	5,29	2,33	65,96	12,00	3,42	21,93	5,61	1,97	2,18	3,18	0,502	4,44
48,51	8,50	2,31	101,04	18,45	3,33	33,79	8,91	1,93	2,29	3,18	0,531	7,14
41,90	7,42	2,32	88,36	16,69	3,36	34,20	8,18	2,09	2,35	3,42	0,420	6,13
42,76	7,43	2,28	112,79	20,83	3,71	35,89	8,06	2,09	2,25	3,87	0,312	6,44

2. tabulas turpinājums



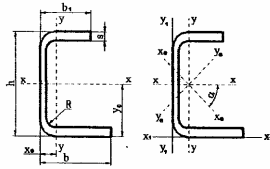
A - Šķērsriezuma laukums
J - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsriezuma perimetrs

$$n = \frac{h - 2(R + s)}{s} \quad n_1 = \frac{b - (R + s)}{s}$$

$$n_2 = \frac{b_1 - (R + s)}{s}$$

h mm	b mm	b ₁ mm	s mm	R mm	n	n ₁	n ₂	A cm ²	P cm	x - x		
										J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm
100	50*	25	3	5	28,0	14,0	5,6	4,90	33,28	66,88	11,65	7,69
100	60*	32	3	5	28,0	17,3	8,0	5,41	36,68	78,51	13,65	3,81
100	80*	40	3	5	28,0	24,0	10,6	6,25	42,28	95,92	16,17	3,92
100	80	50	4	6	20,0	17,5	10,0	8,61	43,82	135,25	23,86	3,96
100	80	50	5	7	15,2	13,6	7,6	10,59	43,37	162,48	28,64	3,92
100	100*	60	4	6	20,0	22,5	12,5	9,80	49,82	160,76	27,80	4,05
100	100	60	6	9	15,0	14,2	7,5	14,26	48,74	222,55	38,43	3,95
100	180	35	8	12	7,5	20,0	3,1	22,82	58,65	253,37	34,53	3,33
120	45*	35	5	7	19,2	6,6	4,6	9,19	37,37	172,55	27,32	4,36
120	60	50	5	7	19,2	9,6	7,6	10,59	43,37	222,31	35,45	4,58
130	108	50	4	6	27,5	24,5	10,0	10,93	55,42	280,48	35,79	5,07
135	50	36	4	6	28,8	10,0	6,5	8,25	42,02	201,95	28,07	4,95
140	70	30	4	6	30,0	15,0	5,0	9,01	45,82	235,27	28,66	5,11
144	160	90	6	9	19,0	24,2	12,5	22,30	75,54	760,60	89,49	5,84
160	50	30	3	5	48,0	14,0	7,3	6,85	46,28	225,35	25,94	5,73
160	50*	30	4	6	35,0	10,0	5,0	9,01	45,82	290,11	33,37	5,68
160	80	50	5	7	27,2	13,6	7,6	13,59	55,37	495,59	55,97	6,04
200	50	30	4	6	45,0	10,0	5,0	10,61	53,82	510,31	47,52	6,94
270	90	72	8	12	28,8	8,8	6,5	32,18	82,05	3108,96	220,71	9,83
270	90	80	6	9	40,0	12,5	10,8	25,06	84,74	2522,35	182,57	10,03
300	80	40	4	6	70,0	17,5	7,5	16,21	81,82	1785,30	108,46	10,50
300	80	40	5	7	55,0	13,6	5,6	20,09	81,37	2187,50	132,83	10,43

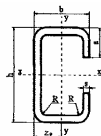
2. tabulas turpinājums



A - Šķērsgriezuma laukums
J - Inerces moments
W - Pretestības moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsgriezuma perimetrs

Y - Y			X0 - X0			Y0 - Y0			X0 cm	Y0 cm	tgα	M kg
Jy m ⁴	Wy cm ³	iy m	Jx0 cm ⁴	Wx0 cm ³	ix0 cm	Jy0 cm ⁴	Wy0 cm ³	iy0 cm				
8,83	2,23	1,34	68,50	11,99	3,74	7,21	2,21	1,21	1,04	4,26	0,160	3,85
14,97	3,23	1,66	81,14	14,07	3,87	12,34	3,26	1,51	1,36	4,25	0,201	4,25
33,03	5,49	2,30	103,65	17,15	4,07	25,30	5,59	2,01	1,99	4,17	0,330	4,91
45,27	7,74	2,29	141,75	24,54	4,06	38,77	8,80	2,12	2,15	4,33	0,261	6,76
55,10	9,51	2,28	170,59	29,72	4,01	46,99	10,17	2,11	2,20	4,33	0,265	8,31
82,82	11,58	2,91	177,33	26,66	4,25	66,26	12,89	2,60	2,85	4,22	0,408	7,70
118,19	16,81	2,88	247,47	37,04	4,17	93,28	18,28	2,56	2,97	4,21	0,440	11,20
744,81	62,10	5,71	146,33	25,31	2,53	851,85	70,50	6,11	6,01	2,66	0,463	17,91
12,94	3,74	1,19	173,01	27,46	4,36	12,49	3,93	1,17	1,04	5,68	0,054	7,14
31,30	7,06	1,72	222,97	35,49	4,59	30,64	7,44	1,70	1,57	5,73	0,060	8,31
106,37	13,10	3,12	309,17	39,00	5,32	77,68	13,12	2,67	2,68	5,16	0,377	8,58
14,21	3,59	1,31	202,71	58,22	4,96	73,45	3,76	1,28	1,04	6,31	0,065	6,47
31,88	5,70	1,88	242,54	29,78	5,19	24,61	5,45	1,68	1,40	5,79	0,184	7,07
486,31	42,80	4,67	889,39	82,90	6,32	357,52	44,80	4,00	4,64	5,90	0,565	17,51
10,45	2,52	1,24	226,37	26,10	5,75	9,43	2,57	1,17	0,84	7,31	0,070	5,38
13,49	3,28	1,22	291,47	33,63	5,69	12,13	3,35	1,16	0,89	7,31	0,069	7,07
64,09	10,29	2,17	502,48	56,73	6,08	57,20	10,69	2,05	1,77	7,14	0,123	10,67
14,15	3,36	1,16	511,59	47,75	6,95	2,88	3,42	1,10	0,78	9,26	0,050	8,33
182,20	25,66	2,38	3113,62	221,28	9,84	177,53	26,85	2,35	1,90	12,91	0,040	25,26
157,79	22,28	2,51	2523,50	182,57	10,03	155,65	23,03	2,50	1,92	13,18	0,020	19,67
56,72	8,26	1,87	1793,02	169,11	10,52	49,06	8,20	1,74	1,13	13,54	0,065	12,72
69,51	10,18	1,86	2197,03	133,72	10,46	59,99	10,10	1,73	1,17	13,53	0,065	15,77

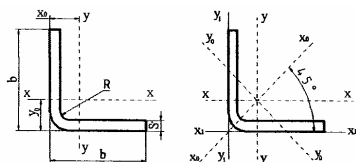
Liekie C-veida vienādmaļu profili GOST 8282-83



I - Inerces moments
 W - Pretestības moments
 i - Inerces rādiuss
 F - Šķēsgriezuma laukums
 M - Svars 1m
 P - Šķēsgriezuma perimetrs

h mm	b mm	a mm	s mm	R mm	F cm ²	P cm	x-x			y-y			z ₀ cm	M kg.
							I _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	I _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm		
62	66	18	3	4,5	6,23	216,10	40,14	12,95	2,54	35,65	9,61	2,39	2,89	4,89
65	32	8	1	1,5	1,38	140,70	9,38	2,69	2,61	1,89	0,88	1,17	1,05	1,08
65	32	8	1,6	3,0	2,11	137,09	13,92	4,28	2,57	2,70	1,25	1,13	1,04	1,66
80	50	24	4	6,0	7,93	210,80	73,05	18,26	3,03	27,72	9,65	1,87	2,13	6,23
100	50	10	2	3,0	4,12	211,40	65,59	13,12	4,00	12,64	3,68	1,76	1,56	3,22
100	80	35	5	7,5	14,68	308,50	220,49	44,11	3,87	33,57	30,47	3,02	3,62	11,53
120	55	18	5	7,5	11,66	244,50	245,74	40,96	4,59	42,52	11,65	1,91	1,85	9,15
160	50	20	3	4,5	8,36	287,10	306,37	38,30	6,05	27,17	7,74	1,80	1,49	6,56
160	60	32	4	6,0	12,57	326,80	462,01	37,75	6,05	65,78	7,16	2,29	2,14	9,87
300	60	50	5	7,5	24,36	498,50	2861,55	190,77	10,84	125,61	30,42	2,27	1,87	19,12
400	160	50	3	4,5	24,01	807,10	6073,68	303,68	15,91	884,54	80,83	6,07	5,06	18,85
400	160	60	4	10,0	32,27	815,92	8028,19	401,41	15,77	1219,71	113,92	6,15	5,29	25,33
550	65	30	4	6,0	28,55	722,80	10258,72	373,04	18,96	110,32	20,64	1,97	1,16	22,41
410	65	30	4	6,0	22,95	582,80	4872,87	237,70	14,57	103,88	20,33	2,13	1,39	18,01

Liektie tērauda vienādmalu stūreņi GOST 19771-93



F - Šķērsriezuma laukums

I - Inerces moments

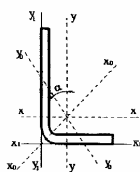
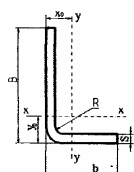
i - Inerces rādiuss

M - Svars 1m

P - Šķērsriezuma perimetrs

b mm	s mm	R mm	n	F cm ²	P cm	x-x(y-y)		x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀		x ₁ -x ₁ (y ₁ -y ₁)		M kg.
						I _x (I _y) cm ⁴	I _x (I _y) cm	I _{x0} cm ⁴	I _{y0} cm	I _{y0} cm ⁴	I _{y0} cm	I _{x1} (I _{y1}) cm ⁴	x ₀ (y ₀) cm	
36	3	4,0	9,7	2,00	13,93	2,51	1,12	4,11	1,43	0,91	0,68	4,70	1,04	1,57
40	2,5	3	13,1	1,89	15,63	2,98	1,25	4,84	1,60	1,19	0,77	5,34	1,12	1,48
40	3	4	11,0	2,24	15,53	3,50	1,25	5,71	1,60	1,29	0,76	6,43	1,14	1,76
50	3	4	14,3	2,84	19,53	7,02	1,57	11,42	2,00	2,63	0,96	12,54	1,39	2,23
50	4	6	10,0	3,70	19,31	8,94	1,55	14,70	1,99	3,20	0,93	16,70	1,45	2,90
60	3	4	17,7	3,44	23,53	12,36	1,89	20,03	2,41	4,69	1,17	21,65	1,64	2,70
60	4	6	12,5	4,50	23,31	15,96	1,88	26,06	2,40	5,88	1,14	28,92	1,70	3,53
70	4	6	15,0	5,30	27,31	25,79	2,20	41,95	2,81	9,62	1,35	45,88	1,95	4,16
80	3	4	24,3	4,64	31,53	29,96	2,54	48,39	3,23	11,52	1,58	51,27	2,14	3,64
80	4	6	17,5	6,10	31,31	39,00	2,53	63,31	3,22	14,70	1,55	68,43	2,20	4,79
80	5	7	13,6	7,55	31,18	47,70	2,51	77,64	3,20	17,76	1,53	85,65	2,24	5,92
80	6	9	10,8	18,93	30,97	55,50	2,49	91,03	3,19	20,00	1,50	102,60	2,30	7,01
80	7	9	9,1	10,33	30,93	63,90	2,49	104,61	3,18	23,19	1,50	120,33	2,34	8,11
100	4	6	22,5	7,70	39,31	77,58	3,17	125,54	4,04	29,63	1,96	133,54	2,69	6,05
100	5	7	17,6	9,55	39,18	95,31	3,16	154,60	4,02	36,06	1,94	167,07	2,74	7,49
100	6	9	14,2	11,33	38,97	112,19	3,15	182,66	4,01	41,72	1,92	200,70	2,79	8,89
100	7	9	12,0	13,13	38,93	124,16	3,08	205,69	3,96	42,62	1,30	229,74	2,83	10,31
120	5	7	21,6	11,55	47,18	167,19	3,80	270,48	4,84	63,91	2,35	288,49	3,24	9,06
120	6	9	17,5	13,78	46,97	197,46	3,79	320,48	4,83	74,44	2,33	346,44	3,29	10,78

Liekte tērauda nevienādmaļu stūreņi GOST 19772-93



F - Šķērsriezuma laukums
I - Inerces moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķērsriezuma perimetrs

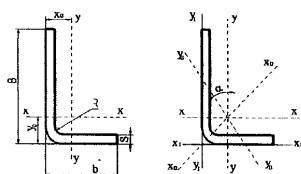
$$n_1 = \frac{B-S-R}{S}$$

$$n_2 = \frac{b-S-R}{S}$$

B mm	b mm	S mm	R mm	n ₁	n ₂	F cm ²	P cm	M kg.	x-x		y-y	
									I _x cm ⁴	i _x cm	I _y cm ⁴	i _y cm
32	25	2	3,0	13,5	10,0	1,06	11,06	0,84	1,12	1,02	0,61	0,76
32	25	2,5	3	10,6	7,8	1,32	11,03	1,03	1,35	1,01	0,73	0,75
50	35	3,2	5	13,0	8,4	2,53	16,43	1,98	6,52	1,61	2,72	1,04
60	40	3	4	17,7	11,0	2,84	19,53	2,23	10,73	1,94	3,97	1,18
70	50	4	6	15,0	10,0	4,50	23,31	3,53	22,90	2,25	10,04	1,49
80	63	4	6	17,5	13,2	5,42	27,91	4,26	35,95	2,57	20,06	1,92
85	35	4	6	18,7	4,2	4,50	23,31	3,53	34,02	2,75	3,77	0,92
90	70	4	6	20,0	15,0	6,10	31,31	4,79	51,53	2,90	27,92	2,14
100	65	4	6	22,5	13,8	6,30	32,31	4,95	66,91	3,26	23,36	1,93
105	100	3	4	32,7	31,0	5,98	40,53	4,69	67,66	3,36	60,12	3,17
115	65	5	7	20,6	10,6	8,55	35,18	6,71	120,07	3,75	29,60	1,86
120	100	8	12	12,5	10,0	16,41	42,62	7,89	239,47	3,82	153,18	3,05
180	140	6	9	27,5	20,8	18,53	62,97	14,55	632,17	5,84	343,25	4,30

x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀			x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁		
I _{x0} cm ⁴	i _{x0} cm	I _{y0} cm ⁴	i _{y0} cm	tgα	I _{x1} cm ⁴	y ₀ cm	I _{y1} cm ⁴	x ₀ cm	
1,44	1,16	0,28	0,52	0,62	2,19	1,00	1,05	0,64	
1,75	1,16	0,34	0,51	0,63	2,74	1,02	1,31	0,66	
7,89	1,77	1,35	0,73	0,51	13,37	1,65	4,63	0,87	
12,61	2,11	2,09	0,86	0,47	24,63	1,96	6,45	0,93	
27,94	2,49	5,01	1,05	0,53	45,84	2,26	16,81	1,23	
46,52	2,93	9,48	1,32	0,63	68,40	2,45	33,51	1,57	
35,44	2,81	2,36	0,72	0,22	81,95	3,26	5,89	0,69	
66,03	3,29	13,42	1,48	0,62	97,34	2,74	45,92	1,72	
77,72	3,51	12,56	1,41	0,44	133,47	3,25	36,83	1,46	
103,23	4,16	24,55	2,03	0,19	115,85	2,84	100,09	2,59	
132,79	3,94	16,88	1,41	0,35	253,74	3,95	46,24	1,39	
205,56	4,52	30,59	1,75	0,41	366,95	4,30	86,01	1,75	
808,01	6,60	167,41	3,01	0,62	1167,38	5,37	550,07	3,34	

Liekie tērauda nevienādmalu stūreņi GOST 19772-93



F - Šķēsgriezuma laukums
I - Inerces moments
i - Inerces rādiuss
M - Svars 1m
P - Šķēsgriezuma perimets

$$n_1 = \frac{B - S - R}{S}$$

$$n_2 = \frac{b - S - R}{S}$$

B mm	b mm	S mm	R mm	n ₁	n ₂	F cm ²	P cm	M kg.	x-x		y-y	
									I _x cm ⁴	i _x cm	I _y cm ⁴	i _y cm
40	25	2,5	6	12,6	6,6	1,48	12,38	1,16	2,46	1,29	0,78	0,72
70	50	4	10	14,0	9,0	4,43	22,97	3,48	22,52	2,25	9,93	1,50
85	67	4	10	17,8	14,3	5,71	29,37	4,49	42,89	2,74	24,07	2,05
90	70	4	10	19,0	14,0	6,03	30,97	4,74	50,97	2,91	27,20	2,14
110	90	5	10	19,0	15,0	9,48	38,93	7,44	118,85	3,54	72,96	2,77
115	65	5	10	20,0	10,0	8,48	34,93	6,66	119,02	3,75	29,47	1,86
147	125	8	20	14,9	12,1	20,30	52,34	15,93	448,55	4,70	302,59	3,86
152	100	5,5	12	24,4	15,0	13,21	49,13	10,37	324,94	4,96	117,37	2,98
155	100	6	14	22,5	13,3	14,50	49,54	11,38	370,31	5,05	127,51	2,97

x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀			x ₁ -x ₁		y ₁ -y ₁	
I _{x0} cm ⁴	i _{x0} cm	I _{y0} cm ⁴	i _{y0} cm	tgα	I _{x1} cm ⁴	y ₀ cm	I _{y1} cm ⁴	x ₀ cm
2,85	1,38	0,39	0,51	0,43	5,85	1,39	1,32	0,60
27,77	2,50	4,68	1,03	0,54	45,85	2,29	16,83	1,25
56,01	3,13	10,95	1,38	0,64	82,40	2,62	40,30	1,69
65,86	3,30	12,81	1,46	0,63	97,36	2,77	45,94	1,74
58,73	4,09	33,08	1,87	0,68	221,95	3,30	121,56	2,27
132,06	3,95	16,38	1,39	0,35	254,02	3,99	46,33	1,41
924,05	5,54	523,53	2,50	0,74	623,81	10,26	127,32	3,30
380,54	5,37	161,76	2,16	0,47	644,40	4,92	184,19	2,25
430,78	5,45	67,04	2,15	0,45	745,53	5,09	201,16	2,25

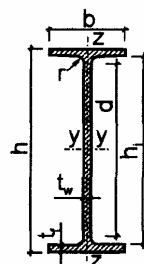
III PIELIKUMS

VELMĒTIE PROFILI

Tikai mācību nolūkiem!

Dubult -T veida profili

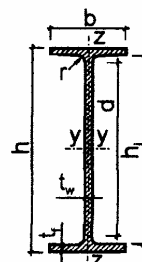
1. tabula



EUROPEAN SPECIFICATION BEAMS WITH PARALLEL FLANGES IN ACCORDANCE WITH EURONORM 19-57

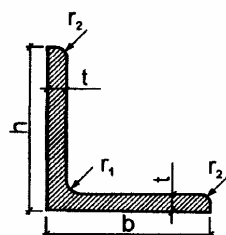
Section	G	h	b	t _w	t _f	r	A	h _i	d
	kg/m	mm	mm	mm	mm	mm	cm ²	mm	mm
IPE 100 A	6.89	98	55	3.6	4.7	7	8.78	88.6	74.6
IPE 100	8.10	100	55	4.1	5.7	7	10.3	88.6	74.6
IPE 120 A	8.66	118	64	3.8	5.1	7	11.0	107.4	93.4
IPE 120	10.4	120	64	4.4	6.3	7	13.2	107.4	93.4
IPE 140 A	10.5	138	73	3.8	5.6	7	13.4	126.2	112.2
IPE 140	12.9	140	73	4.7	6.9	7	16.4	126.2	112.2
IPE 140 R	14.4	142	72	5.3	7.8	7	18.4	126.4	112.4
IPE 160 A	12.7	157	82	4.0	5.9	9	16.2	145.2	127.2
IPE 160	15.8	160	82	5.0	7.4	9	20.1	145.2	127.2
IPE 160 R	17.7	162	81	5.6	8.5	9	22.6	145.0	127.0
IPE 180 A	10.4	177	91	4.3	6.5	9	19.6	164.0	146.0
IPE 180	18.8	180	91	5.3	8.0	9	23.9	164.0	146.0
IPE 180 O	21.3	182	92	6.0	9.0	9	27.1	164.0	146.0
IPE 180 R	22.1	183	89	6.4	9.5	9	28.1	164.0	146.0
IPE 200 A	18.4	197	100	4.5	7.0	12	23.5	183.0	159.0
IPE 200	22.4	200	100	5.6	8.5	12	28.5	183.0	159.0
IPE 200 O	25.1	202	102	6.2	9.5	12	32.0	183.0	159.0
IPE 200 R	26.6	204	98	6.6	10.5	12	33.9	183.0	159.0
IPE 220 A	22.2	217	110	5.0	7.7	12	28.3	201.6	177.6
IPE 220	26.2	220	110	5.9	9.2	12	33.4	201.6	177.6
IPE 220 O	29.4	222	112	6.6	10.2	12	37.4	201.6	177.6
IPE 220 R	31.6	225	108	6.7	11.8	12	40.2	201.4	177.4
IPE 240 A	26.2	237	120	5.2	8.3	15	33.3	220.4	190.4
IPE 240	30.7	240	120	6.2	9.8	15	39.1	220.4	190.4
IPE 240 O	34.3	242	122	7.0	10.8	15	43.7	220.4	190.4
IPE 240 R	37.3	245	118	7.5	12.3	15	47.5	220.4	190.4
IPE 270 A	30.7	267	136	5.5	8.7	15	39.1	249.6	219.6
IPE 270	36.1	270	136	6.6	10.2	15	45.9	249.6	219.6
IPE 270 O	42.3	274	136	7.5	12.2	15	53.8	249.6	219.6
IPE 270 R	44.0	276	133	7.7	13.1	15	56.0	249.8	219.8
IPE 300 A	36.5	297	150	6.1	9.2	15	46.5	278.6	248.6
IPE 300	42.2	300	150	7.1	10.7	15	53.8	278.6	248.6
IPE 300 O	49.3	304	152	8.0	12.7	15	62.8	278.6	248.6
IPE 300 R	51.7	306	147	8.5	13.7	15	65.9	278.6	248.6

EUROPEAN SPECIFICATION BEAMS WITH PARALLEL FLANGES IN ACCORDANCE WITH EURONORM 19-57

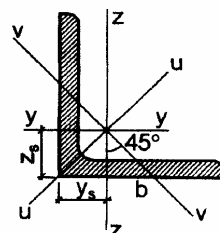


I_y cm ⁴	I_z cm ⁴	i_y cm	i_z cm	W_y cm ³	W_z cm ³	W_{ply} cm ³	W_{plz} cm ³	I_w dm ⁶	I_T cm ⁴	G kg/m	Section
141	13.1	4.01	1.22	28.8	4.77	33.0	7.54	0.000	0.727	6.89	IPE 100 A
171	15.9	4.07	1.24	34.2	5.79	39.4	9.15	0.000	1.16	8.10	IPE 100
257	22.4	4.83	1.42	43.8	7.00	49.9	11.0	0.001	0.996	8.66	IPE 120 A
318	27.7	4.90	1.45	53.0	8.65	60.7	13.6	0.001	1.69	10.4	IPE 120
435	36.4	5.70	1.65	63.3	9.98	71.6	15.5	0.002	1.34	10.5	IPE 140 A
541	44.9	5.74	1.65	77.3	12.3	88.3	19.2	0.002	2.40	12.9	IPE 140
611	48.8	5.77	1.63	86.1	13.5	99.1	21.3	0.002	3.36	14.4	IPE 140 R
689	54.4	6.53	1.83	87.8	13.3	99.1	20.7	0.003	1.93	12.7	IPE 160 A
869	68.3	6.58	1.84	109	16.7	124	26.1	0.004	3.54	15.8	IPE 160
989	75.7	6.62	1.83	122	18.7	140	29.4	0.004	5.05	17.7	IPE 160 R
1063	81.9	7.37	2.05	120	18.0	135	28.0	0.006	2.67	15.4	IPE 180 A
1317	101	7.42	2.05	146	22.2	166	34.6	0.007	4.73	18.8	IPE 180
1505	117	7.45	2.08	165	25.5	189	39.9	0.009	6.65	21.3	IPE 180 O
1554	112	7.44	2.00	170	25.2	195	39.7	0.008	7.63	22.1	IPE 180 R
1591	117	8.23	2.23	162	23.4	182	36.5	0.011	4.14	18.4	IPE 200 A
1943	142	8.26	2.24	194	28.5	221	44.6	0.013	6.92	22.4	IPE 200
2211	169	8.32	2.30	219	33.1	249	51.9	0.016	9.36	25.1	IPE 200 O
2363	166	8.35	2.21	232	33.8	265	53.2	0.016	11.7	26.6	IPE 200 R
2317	171	9.05	2.46	214	31.2	240	48.5	0.019	5.68	22.2	IPE 220 A
2772	205	9.11	2.48	252	37.3	285	58.1	0.023	9.03	26.2	IPE 220
3134	240	9.16	2.53	282	42.8	321	66.9	0.027	12.2	29.4	IPE 220 O
3474	249	9.29	2.49	309	46.1	352	71.8	0.028	16.4	31.6	IPE 220 R
3290	240	9.94	2.68	278	40.0	312	62.4	0.031	8.50	26.2	IPE 240 A
3892	284	9.97	2.69	324	47.3	367	73.9	0.038	13.0	30.7	IPE 240
4369	329	10.0	2.74	361	53.9	410	84.4	0.044	17.1	34.3	IPE 240 O
4823	339	10.1	2.67	394	57.4	450	90.1	0.046	22.8	37.3	IPE 240 R
4917	358	11.2	3.02	368	53.0	412	82.3	0.060	10.4	30.7	IPE 270 A
5790	420	11.2	3.02	429	62.2	484	97.0	0.071	15.9	36.1	IPE 270
6947	513	11.4	3.09	507	75.5	575	118	0.088	25.0	42.3	IPE 270 O
7312	516	11.4	3.03	530	77.6	602	121	0.089	29.1	44.0	IPE 270 R
7173	519	12.4	3.34	483	69.2	542	107	0.107	13.3	36.5	IPE 300 A
8356	604	12.5	3.35	557	80.5	628	125	0.126	19.9	42.2	IPE 300
9994	746	12.6	3.45	658	96.1	744	153	0.158	31.0	49.3	IPE 300 O
10500	728	12.6	3.32	686	99.0	780	155	0.155	37.0	51.7	IPE 300 R

Vienādmalu stūreņi

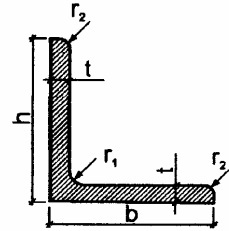
EQUAL ANGLES ACCORDING TO EURONORM
56-77 AND DIN 1028

Section	h	b	t	G	A	r ₁	r ₂	Z _s	y _s
	mm	mm	mm	kg/m	cm ²	mm	mm	cm	cm
L 90 x 90 x 7	90	90	7	9.61	12.2	11.0	5.5	2.45	2.45
L 90 x 90 x 9	90	90	9	12.2	15.5	11.0	5.5	2.54	2.54
L 90 x 90 x 12	90	90	12	15.9	20.3	11.0	5.5	2.66	2.66
L 90 x 90 x 16	90	90	16	20.7	26.4	11.0	5.5	2.81	2.81
L 100 x 100 x 6	100	100	6	9.27	11.8	12.0	6.0	2.64	2.64
L 100 x 100 x 8	100	100	8	12.2	15.5	12.0	6.0	2.74	2.74
L 100 x 100 x 10	100	100	10	15.1	19.2	12.0	6.0	2.82	2.82
L 100 x 100 x 12	100	100	12	17.8	22.7	12.0	6.0	2.90	2.90
L 110 x 110 x 8	110	110	8	13.55	17.1	12.0	6.0	2.99	2.99
L 110 x 110 x 10	110	110	10	16.6	21.2	12.0	6.0	3.07	3.07
L 110 x 110 x 12	110	110	12	19.7	25.1	12.0	6.0	3.15	3.15
L 120 x 120 x 8	120	120	8	14.7	18.7	13.0	6.5	3.23	3.23
L 120 x 120 x 10	120	120	10	18.2	23.2	13.0	6.5	3.31	3.31
L 120 x 120 x 11	120	120	11	19.9	25.4	13.0	6.5	3.36	3.36
L 120 x 120 x 12	120	120	12	21.6	27.5	13.0	6.5	3.40	3.40
L 120 x 120 x 15	120	120	15	26.6	33.9	13.0	6.5	3.52	3.52
L 130 x 130 x 10	130	130	10	19.86	25.2	14.0	7.0	3.56	3.56
L 130 x 130 x 12	130	130	12	23.6	30.0	14.0	7.0	3.64	3.64
L 130 x 130 x 15	130	130	15	28.08	37.0	14.0	7.0	3.76	3.76
L 150 x 150 x 12	150	150	12	27.3	34.8	16.0	8.0	4.12	4.12
L 150 x 150 x 14	150	150	14	31.6	40.3	16.0	8.0	4.21	4.21
L 150 x 150 x 15	150	150	15	33.8	43.0	16.0	8.0	4.25	4.25
L 150 x 150 x 18	150	150	18	40.1	51.0	16.0	8.0	4.37	4.37
L 160 x 160 x 14	160	160	14	34.1	43.1	17.0	8.5	4.45	4.45
L 160 x 160 x 15	160	160	15	36.2	46.1	17.0	8.5	4.49	4.49
L 160 x 160 x 16	160	160	16	38.4	49.0	17.0	8.5	4.53	4.53
L 160 x 160 x 17	160	160	17	40.7	51.8	17.0	8.5	4.57	4.57
L 160 x 160 x 18	160	160	18	42.9	54.7	17.0	8.5	4.61	4.61
L 160 x 160 x 19	160	160	19	45.1	57.5	17.0	8.5	4.65	4.65

**EQUAL ANGLES ACCORDING TO EURONORM
56-77 AND DIN 1028**


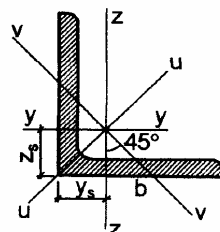
I_y	I_z	I_u	I_v	I_{yz}	i_y	i_z	i_u	i_v	W_y	W_z	Section
cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm	cm	cm	cm	cm ³	cm ³	
92.5	92.5	147	38.3	-54.3	2.75	2.75	3.46	1.77	14.1	14.1	L 90 x 90 x 7
116	116	184	47.9	-67.9	2.73	2.73	3.44	1.76	17.9	17.9	L 90 x 90 x 9
148	148	234	61.7	-86.3	2.70	2.70	3.40	1.74	23.3	23.3	L 90 x 90 x 12
186	186	293	79.5	-107	2.66	2.66	3.34	1.74	30.1	30.1	L 90 x 90 x 16
111	111	176	46.2	-65	3.07	3.07	3.86	1.98	15.1	15.1	L 100 x 100 x 6
145	145	230	59.9	-85	3.06	3.06	3.85	1.96	19.9	19.9	L 100 x 100 x 8
177	177	280	73.0	-104	3.04	3.04	3.83	1.95	24.6	24.6	L 100 x 100 x 10
207	207	328	85.7	-121	3.02	3.02	3.80	1.94	29.1	29.1	L 100 x 100 x 12
195	195	310	80.5	-115	3.38	3.38	4.26	2.17	24.4	24.4	L 110 x 110 x 8
239	239	379	98.3	-140	3.36	3.36	4.23	2.16	30.1	30.1	L 110 x 110 x 10
280	280	444	116	-164	3.34	3.34	4.21	2.15	35.7	35.7	L 110 x 110 x 12
255	255	405	106	-150	3.69	3.69	4.65	2.37	29.1	29.1	L 120 x 120 x 8
313	313	497	129	-184	3.67	3.67	4.63	2.36	36.0	36.0	L 120 x 120 x 10
341	341	541	140	-200	3.66	3.66	4.62	2.35	39.4	39.4	L 120 x 120 x 11
368	368	584	152	-216	3.65	3.65	4.60	2.35	42.7	42.7	L 120 x 120 x 12
445	445	705	185	-260	3.62	3.62	4.56	2.33	52.4	52.4	L 120 x 120 x 15
401	401	637	165	-236	3.99	3.99	5.03	2.56	42.5	42.5	L 130 x 130 x 10
472	472	750	195	-278	3.97	3.97	5.00	2.55	50.4	50.4	L 130 x 130 x 12
573	573	909	237	-336	3.94	3.94	4.96	2.53	62.0	62.0	L 130 x 130 x 15
737	737	1170	303	-433	4.60	4.60	5.80	2.95	67.7	67.7	L 150 x 150 x 12
845	845	1343	348	-497	4.58	4.58	5.77	2.94	78.3	78.3	L 150 x 150 x 14
898	898	1426	370	-528	4.57	4.57	5.76	2.93	83.5	83.5	L 150 x 150 x 15
1050	1050	1665	435	-615	4.54	4.54	5.71	2.92	98.7	98.7	L 150 x 150 x 18
1032	1032	1640	425	-607	4.89	4.89	6.17	3.14	89.3	89.3	L 160 x 160 x 14
1099	1099	1745	453	-646	4.88	4.88	6.16	3.14	95.5	95.5	L 160 x 160 x 15
1163	1163	1846	479	-683	4.87	4.87	6.14	3.13	101	101	L 160 x 160 x 16
1225	1225	1945	506	-720	4.86	4.86	6.13	3.12	107	107	L 160 x 160 x 17
1287	1287	2042	532	-755	4.85	4.85	6.11	3.12	113	113	L 160 x 160 x 18
1347	1347	2137	558	-789	4.84	4.84	6.10	3.12	119	119	L 160 x 160 x 19

**EQUAL ANGLES ACCORDING TO EURONORM
56-77 AND DIN 1028**



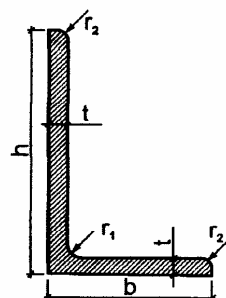
Section	h	b	t	G	A	r ₁	r ₂	z _s	y _s
	mm	mm	mm	kg/m	cm ²	mm	mm	cm	cm
L 180x180x13	180	180	13	35.7	45.5	18.0	9.0	4.90	4.90
L 180x180x14	180	180	14	38.3	48.8	18.0	9.0	4.94	4.94
L 180x180x15	180	180	15	40.9	52.1	18.0	9.0	4.98	4.98
L 180x180x16	180	180	16	43.5	55.4	18.0	9.0	5.02	5.02
L 180x180x17	180	180	17	46.0	58.7	18.0	9.0	5.06	5.06
L 180x180x18	180	180	18	48.6	61.9	18.0	9.0	5.10	5.10
L 180x180x19	180	180	19	51.1	65.1	18.0	9.0	5.14	5.14
L 180x180x20	180	180	20	53.7	68.3	18.0	9.0	5.18	5.18
L 200 x 200 x 16	200	200	16	48.5	61.8	18.0	9.0	5.52	5.52
L 200x200x18	200	200	18	54.3	69.1	18.0	9.0	5.60	5.60
L 200 x 200 x 20	200	200	20	59.9	76.3	18.0	9.0	5.68	5.68
L 200 x 200 x 24	200	200	24	71.1	90.6	18.0	9.0	5.84	5.84

**EQUAL ANGLES ACCORDING TO EURONORM
56-77 AND DIN 1028**

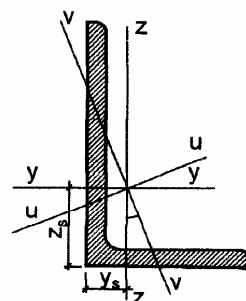


I_y	I_z	I_u	I_v	I_{yz}	i_y	i_z	i_u	i_v	W_y	W_z	Section
cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm	cm	cm	cm	cm ³	cm ³	
1396	1396	2218	574	-822	5.54	5.54	6.99	3.55	107	107	L 180x180x13
1493	1493	2372	614	-879	5.53	5.53	6.97	3.55	114	114	L 180x180x14
1589	1589	2524	653	-936	5.52	5.52	6.96	3.54	122	122	L 180x180x15
1682	1682	2673	692	-991	5.51	5.51	6.95	3.53	130	130	L 180x180x16
1775	1775	2819	730	-1045	5.50	5.50	6.93	3.53	137	137	L 180x180x17
1866	1866	2963	768	-1097	5.49	5.49	6.92	3.52	145	145	L 180x180x18
1955	1955	3104	806	-1149	5.48	5.48	6.90	3.52	152	152	L 180x180x19
2043	2043	3242	843	-1199	5.47	5.47	6.89	3.51	159	159	L 180x180x20
2341	2341	3723	960	-1381	6.16	6.16	7.76	3.94	162	162	L 200x200x16
2600	2600	4132	1067	-1533	6.13	6.13	7.73	3.93	181	181	L 200x200x18
2851	2851	4529	1172	-1679	6.11	6.11	7.70	3.92	199	199	L 200 x 200 x 20
3331	3331	5284	1378	-1953	6.06	6.06	7.64	3.90	235	235	L 200 x 200 x 24

Dažādmalu stūreņi

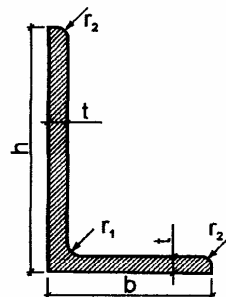
UNEQUAL ANGLES ACCORDING TO EURONORM
57-78 AND DIN 1029

Section	h	b	t	G	A	r ₁	r ₂	Z _s	y _s
	mm	mm	mm	kg/m	cm ²	mm	mm	cm	cm
L 100 x 65 x 7	100	65	7	8.77	11.2	10.0	5.0	3.23	1.51
L 100 x 65 x 8	100	65	8	9.94	12.7	10.0	5.0	3.27	1.55
L 100 x 65 x 9	100	65	9	11.1	14.1	10.0	5.0	3.32	1.59
L 100 x 65 x 10	100	65	10	12.3	15.6	10.0	5.0	3.36	1.63
L 100 x 65 x 11	100	65	11	13.4	17.0	10.0	5.0	3.40	1.67
L 100 x 75 x 7	100	75	7	9.32	11.9	10.0	5.0	3.06	1.83
L 100 x 75 x 8	100	75	8	10.6	13.5	10.0	5.0	3.10	1.87
L 100 x 75 x 9	100	75	9	11.8	15.0	10.0	5.0	3.15	1.91
L 100 x 75 x 10	100	75	10	13.0	16.6	10.0	5.0	3.19	1.95
L 100 x 75 x 11	100	75	11	14.3	18.1	10.0	5.0	3.23	1.99
L 100 x 75 x 12	100	75	12	15.4	19.7	10.0	5.0	3.27	2.03
L 125 x 75 x 8	125	75	8	12.2	15.5	11.0	5.5	4.14	1.68
L 125 x 75 x 9	125	75	9	13.6	17.3	11.0	5.5	4.18	1.72
L 125 x 75 x 11	125	75	11	16.4	20.9	11.0	5.5	4.27	1.80
L 125 x 75 x 13	125	75	13	19.0	24.4	11.0	5.5	4.35	1.88
L 150 x 75 x 9	150	75	9	15.3	19.6	11.0	5.5	5.27	1.57
L 150 x 75 x 11	150	75	11	18.6	23.7	11.0	5.5	5.36	1.65
L 150 x 75 x 13	150	75	13	21.75	27.7	11.0	5.5	5.45	1.73
L 150 x 90 x 10	150	90	10	18.2	23.2	12.0	6.0	5.00	2.04
L 150 x 90 x 12	150	90	12	21.6	27.5	12.0	6.0	5.08	2.12
L 150 x 90 x 15	150	90	15	26.6	33.9	12.0	6.0	5.21	2.23
L 200 x 100 x 10	200	100	10	23.0	29.2	15.0	7.5	6.93	2.01
L 200 x 100 x 12	200	100	12	27.3	34.8	15.0	7.5	7.03	2.10
L 200 x 100 x 14	200	100	14	31.6	40.3	15.0	7.5	7.12	2.18

**UNEQUAL ANGLES ACCORDING TO
EURONORM 57- 78 AND DIN 1029**


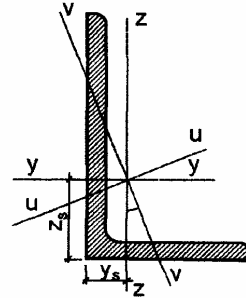
I_y	I_z	I_u	I_v	I_{yz}	i_y	i_z	i_u	i_v	W_y	W_z	Section
cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm	cm	cm	cm	cm ³	cm ³	
113	37.6	128	22.0	-37.5	3.17	1.83	3.39	1.40	16.6	7.50	L 100 x 65 x 7
127	42.2	144	24.8	-42.2	3.16	1.83	3.37	1.40	18.9	8.50	L 100 x 65 x 8
141	46.7	160	27.5	-46.6	3.15	1.82	3.36	1.39	21.0	9.50	L 100 x 65 x 9
154	51.0	175	30.1	-50.8	3.14	1.81	3.35	1.39	23.2	10.5	L 100 x 65 x 10
167	55.1	189	32.8	-54.8	3.13	1.80	3.33	1.39	25.3	11.4	L 100 x 65 x 11
118	56.9	144	30.8	-47.8	3.15	2.19	3.49	1.61	17.0	10.0	L 100 x 75 x 7
133	64.1	163	34.6	-53.8	3.14	2.18	3.47	1.60	19.3	11.4	L 100 x 75 x 8
148	71.0	180	38.4	-59.6	3.13	2.17	3.46	1.60	21.5	12.7	L 100 x 75 x 9
162	77.6	197	42.2	-65.1	3.12	2.16	3.45	1.59	23.8	14.0	L 100 x 75 x 10
176	84.0	214	45.8	-70.3	3.11	2.15	3.43	1.59	25.9	15.3	L 100 x 75 x 11
189	90.2	230	49.5	-75.3	3.10	2.14	3.42	1.59	28.0	16.5	L 100 x 75 x 12
247	67.6	274	40.9	-74.2	4.00	2.09	4.21	1.63	29.6	11.6	L 125 x 75 x 8
275	75.0	305	45.4	-82.3	3.99	2.08	4.19	1.62	33.1	13.0	L 125 x 75 x 9
328	88.9	363	54.2	-97.5	3.96	2.06	4.17	1.61	39.9	15.6	L 125 x 75 x 11
379	102	418	62.7	-111	3.94	2.04	4.14	1.60	46.5	18.1	L 125 x 75 x 13
456	78.3	484	50.4	-106	4.83	2.00	4.97	1.61	46.9	13.2	L 150 x 75 x 9
546	93.0	578	60.1	-126	4.80	1.98	4.94	1.59	56.6	15.9	L 150 x 75 x 11
631	107	669	69.6	-144	4.78	1.96	4.91	1.59	66.1	18.5	L 150 x 75 x 13
533	146	591	88.3	-160	4.80	2.51	5.05	1.95	53.5	21.0	L 150 x 90 x 10
627	171	695	104	-188	4.78	2.49	5.02	1.94	63.2	24.8	L 150 x 90 x 12
761	205	841	126	-225	4.74	2.46	4.98	1.93	77.7	30.4	L 150 x 90 x 15
1219	210	1294	135	-285	6.46	2.68	6.65	2.15	93.2	26.3	L 200 x 100 x 10
1440	247	1528	159	-336	6.43	2.67	6.63	2.14	111	31.3	L 200 x 100 x 12
1654	282	1754	182	-383	6.41	2.65	6.60	2.13	128	36.1	L 200 x 100 x 14

**UNEQUAL ANGLES ACCORDING TO BS 4848:
PART 4: 1972**



Section	h	b	t	G	A	r ₁	r ₂	Z _s	Y _s
	mm	mm	mm	kg/m	cm ²	mm	mm	cm	cm
L 100 x 65 x 7	100	65	7	8.77	11.2	10.0	4.8	3.23	1.51
L 100 x 65 x 8	100	65	8	9.94	12.7	10.0	4.8	3.28	1.56
L 100 x 65 x 10	100	65	10	12.3	15.6	10.0	4.8	3.36	1.64
L 100 x 75 x 8	100	75	8	10.6	13.5	10.0	4.8	3.11	1.88
L 100 x 75 x 10	100	75	10	13.0	16.6	10.0	4.8	3.19	1.96
L 100 x 75 x 12	100	75	12	15.4	19.7	10.0	4.8	3.27	2.03
L 125 x 75 x 8	125	75	8	12.2	15.5	11.0	4.8	4.14	1.68
L 125 x 75 x 10	125	75	10	15.0	19.2	11.0	4.8	4.23	1.76
L 125 x 75 x 12	125	75	12	17.8	22.7	11.0	4.8	4.31	1.84
L 150 x 75 x 10	150	75	10	17.0	21.7	11.0	4.8	5.32	1.62
L 150 x 75 x 12	150	75	12	20.2	25.7	11.0	4.8	5.41	1.70
L 150 x 75 x 15	150	75	15	24.8	31.7	11.0	4.8	5.53	1.81
L 150 x 90 x 10	150	90	10	18.2	23.2	12.0	4.8	5.00	2.04
L 150 x 90 x 12	150	90	12	21.6	27.6	12.0	4.8	5.09	2.12
L 150 x 90 x 15	150	90	15	26.6	34.0	12.0	4.8	5.21	2.24
L 200 x 100 x 10	200	100	10	23.0	29.4	15.0	4.8	6.95	2.03
L 200 x 100 x 12	200	100	12	27.3	34.9	15.0	4.8	7.04	2.11
L 200 x 100 x 15	200	100	15	33.7	43.1	15.0	4.8	7.17	2.23
L 200 x 150 x 12	200	150	12	32.0	40.9	15.0	4.8	6.10	3.36
L 200 x 150 x 15	200	150	15	39.6	50.6	15.0	4.8	6.22	3.75
L 200 x 150 x 18	200	150	18	47.1	60.1	15.0	4.8	6.34	3.86

**UNEQUAL ANGLES ACCORDING TO BS 4848:
PART 4: 1972**



I_y	I_z	I_u	I_v	I_{yz}	i_y	i_z	i_u	i_v	W_y	W_z	Section
cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm ⁴	cm	cm	cm	cm	cm ³	cm ³	
113	37.7	128	22.1	-37.6	3.18	1.84	3.39	1.41	16.6	7.6	L 100 x 65 x 7
127	42.3	145	24.9	-42.2	3.17	1.83	3.38	1.40	18.9	8.6	L 100 x 65 x 8
154	51.1	175	30.2	-50.9	3.14	1.81	3.35	1.39	23.2	10.5	L 100 x 65 x 10
133	64.2	163	34.7	-53.9	3.15	2.18	3.48	1.61	19.3	11.4	L 100 x 75 x 8
162	77.7	198	42.2	-65.2	3.12	2.16	3.45	1.60	23.8	14.0	L 100 x 75 x 10
189	90.3	230	49.5	-75.4	3.10	2.14	3.42	1.59	28.1	16.5	L 100 x 75 x 12
249	68.1	275	41.2	-74.6	4.00	2.10	4.21	1.63	29.7	11.7	L 125 x 75 x 8
303	82.5	336	50.2	-90.5	3.98	2.08	4.19	1.62	36.7	14.4	L 125 x 75 x 10
355	96.0	392	58.8	-105	3.95	2.06	4.15	1.61	43.4	17.0	L 125 x 75 x 12
503	86.3	534	55.7	-117	4.82	2.00	4.96	1.60	52.0	14.7	L 150 x 75 x 10
591	100	626	65.2	-136	4.79	1.98	4.93	1.59	61.6	17.3	L 150 x 75 x 12
715	120	756	79.2	-161	4.75	1.95	4.89	1.58	75.5	21.1	L 150 x 75 x 15
536	147	595	89.1	-162	4.81	2.52	5.06	1.96	53.6	21.2	L 150 x 90 x 10
630	172	698	105	-189	4.78	2.50	5.03	1.95	63.6	25.0	L 150 x 90 x 12
764	207	844	127	-226	4.74	2.47	4.99	1.93	78.0	30.6	L 150 x 90 x 15
1233	215	1310	138	-290	6.48	2.70	6.68	2.17	94.5	26.9	L 200 x 100 x 10
1454	252	1544	162	-340	6.45	2.68	6.65	2.15	112	31.9	L 200 x 100 x 12
1772	303	1879	197	-410	6.41	2.65	6.60	2.13	138	39.0	L 200 x 100 x 15
1667	812	2045	435	-682	6.38	4.46	7.07	3.26	120	71.4	L 200 x 150 x 12
2037	989	2495	531	-830	6.34	4.42	7.02	3.24	148	87.8	L 200 x 150 x 15
2390	1155	2922	623	-969	6.30	4.38	6.97	3.22	175	104	L 200 x 150 x 18

Literatūra

1. Auzukalns A. u.c. Materiālu pretestība uzdevumos. R., 1973., 742 lpp.
2. Lavendelis E., Valdmanis A. Materiālu pretestība. R., 1970., 456 lpp.
3. Lavendelis E. Materiālu pretestība. R., 1986., 341 lpp.
4. Kepe O., Vība J. Teorētiskā mehānika. R., 1982., 577 lpp.
5. Miškis A. Augstākā matemātika. R., 1968., 621 lpp.
6. Pankovs I., Leppiks A., Strēķis A. Materiālu pretestības kurss. R., 1961., 505 lpp.
7. Tehniskā rokasgrāmata. I.Ivanovska red. 1. daļa. R., 1971., 606 lpp.
8. Teorētiskā mehānika piemēros. O.Kepes red. R., 1976., 647 lpp.
9. Singer F.L.. Strength of Materials. New York, 1962, 590 p.
10. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. Изд. 15-е, перераб. Москва, 1976., 607 с.
11. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов. Учебное пособие. Москва, 1986, 560 с.
12. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. 5-е изд., перераб. и доп. Москва, 1989, 624 с.
13. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Москва, 1967, 552 с.
14. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Изд. 10-е, перераб. и доп. Москва, 2001, 591 с.
15. Миролубов и. др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. Москва, 1967.
16. Саргсян А.Е. Сопротивление материалов, теории упругости и пластичности. Москва, 1998, 240 с.
17. Сопротивление материалов. Под ред. А.Ф. Смирнова. Изд. 3-е, перераб. и доп. Москва, 1975, 480 с.
18. Сопротивление материалов. Под общей ред. акад. АН УССР Г.С.Писаренко. Киев, 1973, 672 с.