LATVIJAS LAUKSAIMNIECĪBAS UNIVERSITĀTE

Tehniskā fakultāte

Mehānikas institūts

J. Svētiņš, Ē. Kronbergs

PLANETĀRO PĀRVADU SINTĒZE

Jelgava 2009

Planetāro pārvadu sintēze

Zobratu mehānismus, kuriem viena vai dažu zobratu griezes asis ir kustīgas sauc par planetāriem pārvadiem, bet zobratus ar kustīgām asīm – par satelītiem. Satelītu skaits parasti ir no 2 ... 6 un to asis ir fiksētas rotējošā loceklī, ko sauc par vaduli. Šāda pārvada vienkāršākā shēma parādīta 1.attēlā. Pārvads sastāv no centrālā zobrata 1, nekustīgā zobrata 3, vaduļa H un uz tā nostiprinātiem zobratiem – satelītiem 2. Satelīti atrodas saliktā kustībā – griežas ap savām asīm un ap vaduļa asi. Planetpārvada kustamība W = 1, tāpēc tam ir divas malējās vārpstas: uz vienas no tām novietots zobrats 1, uz otras – vadule H. Planetpārvadu galvenās priekšrocības: 1) var iegūt lielas pārnesuma attiecības, 2) mazi gabarīti un masa.

Tas izmanto reduktoros un pārnesumkārbās. Mašīnbūvē bieži izmanto saasotus planetāros pārvadus, kas sastāv no nekoriģētiem zobratiem. Pārvada zobratu zobu skaita izvēlē jāievēro šādi ierobežojumi: 1) zobratiem ar ārējo sazobi minimālais zobu skaits z_{min} = 17; 2) zobratiem ar iekšējo sazobi $z^{/}_{min}$ = 20 (ar ārējo zobu); $z^{//}_{min}$ = 85 (ar iekšējo sazobi).

1. Vienrindas planetārā pārvada sintēze

Planetārā pārvada (1.att.) pārnesuma attiecību i_{1H} nosaka pēc formulas

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}\ , \qquad (1.1)$$

kur n_1 un n_H ir pārvada malējo vārpstu griešanās ātrumi.

Risinot pārvada sintēzes uzdevumu planetārā pārvada pārnesuma attiecība i_{iH} un zobratu modulis ir zināmi. Pārvads ir saasots, ja izpildīts šāds noteikums

$$z_3 = z_1 + 2 \cdot z_2 \qquad (1.2)$$

Lai satelīts neskartu viens otru ir jāizpilda to kaimiņnoteikums. Satelīts kaimiņnoteikums. Satelīts kaimiņnoteikums ir izpildīts, ja izpildās nevienādība

$$\left(z_1 + z_2\right) \cdot \sin\frac{\pi}{k} > z_2 + 2, \qquad (1.3)$$

kur k – satelītu skaits.

Planetāros pārvados ar vairākiem satelītiem ir jāievēro arī to montāžas noteikums. Šī noteikuma izpilde nodrošina vairāku vienādos attālumos novietotu satelītu sazobi ar centrāliem zobratiem.

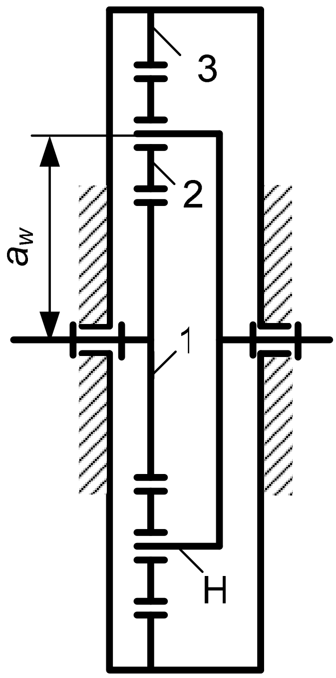
Satelītu montāžas noteikums izsakās šādi:

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B, \qquad (1.4)$$

kur t – vaduļa pilnu apgriezienu skaits;

k – satelītu skaits;

B – vesels skaitlis.



1.att. Vienrindas planetārais pārvads

Piemērs. Dota vienrindas planetārā pārvada pārnesuma attiecība i_{1H} = 6. Aprēķināt pārvada zobratu zobu skaitu.

Atrisinājums. Nekoriģētiem zobratiem minimālais zobu skaits $z \geq 17$. Lai iegūtu planetāro pārvadu ar vismazākiem gabarītiem pieņem $\mathbf{z_1 = 18}$. No formulas (1.1) iegūstam

$$\mathbf{z_3} = (i_{1H} - 1) \cdot z_1 = (6 - 1) \cdot 18 = \mathbf{90}$$

Satelītu zobu skaits

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{90 - 18}{2} = 36$$

Pārbaudām satelītu kaimiņnoteikuma izpildi pēc vienādojuma (1.3). Ievietojot šajā vienādojumā lielumu skaitliskās vērtības, kur satelītu skaits k = 3, iegūstam

$$\left(18+36\right)\sin\frac{\pi}{3} > 36+2$$

$$46,765 > 38$$

Tātad satelītu kaimiņnoteikums ir izpildīts. Pēc formulas (1.4) pārbaudām satelītu montāžas noteikuma izpildi. Pieņemot, ka t = 0, iegūstam

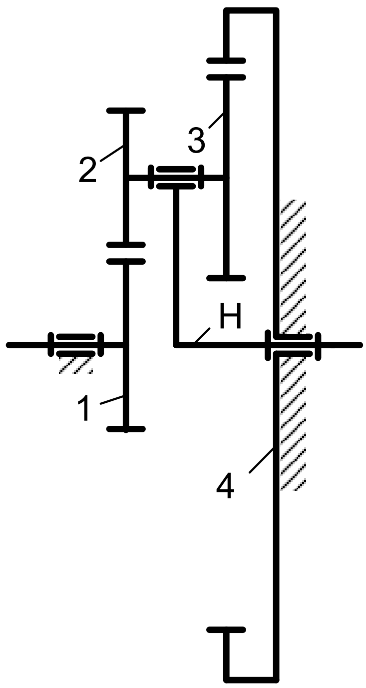
$$\frac{18\cdot 6}{3}\left(1+0\right)=\mathrm{B},$$

no kurienes B = 36.

Tā kā B ir vesels skaitlis tad, katru nākošu satelītu ievadot sazobē vadulis ir jāpagriež par leņķi $\varphi_H = \frac{360^o}{k} = \frac{360^o}{3} = 120^o$.

2. Divrindu planetārā pārvada ar vienu ārējo un vienu iekšējo sazobi sintēze

Pārnesuma attiecību i_{1H} = 3 ... 40 sasniegšanai lieto divrindu planetāro pārvadu ar vienu ārējo un vienu iekšējo sazobi (2.att.).



2. att. Divrindu planetārais pārvads ar vienu ārējo un vienu iekšējo sazobi

Planetārā pārvada pārnesuma attiecības analītiskās izteiksmes:

- ja dzenošais loceklis ir zobrats 1

$$i_{1H} = 1 + \frac{z_2}{z_1}\cdot\frac{z_4}{z_3} \qquad (2.1)$$

- ja dzenošais loceklis ir vadulis H

$$i_{1H} = \frac{1}{1 + \frac{z_2}{z_1}\frac{z_4}{z_3}} \quad (2.2)$$

Pārvads ir saasots, ja ir izpildīts koaksilitātes noteikums

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3 \quad (2.3)$$

Satelītu kaimiņu noteikums ir izpildīts, ja izpildītas nevienādības:

$$(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{k} > z_2 + 2\,;$$

$$(z_4 - z_3)\sin\frac{\pi}{k} > z_3 + 2 \quad (2.4)$$

Satelītu montāžas noteikumu izsaka sakarība

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B, \quad (2.5)$$

kur k – satelītu bloku skaits;

t – vaduļa pilnu apgriezienu skaits;

B – vesels skaitlis.

Piemērs. Dota divrindu planetārā pārvada ar vienu ārējo un vienu iekšējo sazobi pārnesuma attiecība i_{1H} = 10. Noteikt pārvada zobratu zobu skaitu un dalījuma aploču diametrus, ja m = 4 mm. Zobratu zobu skaitu nosakām ar reizinātāju metodi. Pēc izteiksmes (2.1.) nosakām attiecības $\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$ skaitlisko vērtību

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = i_{1H} - 1 = 10 - 1 = 9.$$

Skaitli 9 sadalām reizinātājos A, B, C, D, pieņemot, ka šie reizinātāji ir proporcionāli zobu skaitam z_1; z_2; z_3; z_4.

Lai planetpārvadam nodrošinātu koaksilitātes noteikumu (2.3), ievedam zobrata zobu skaita aprēķina izteiksmē papildreizinātāju (ievietots iekavās)

Iegūstam $$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{B \cdot D}{A \cdot C} = \frac{B(D - C)}{A(D - C)} \cdot \frac{D(A + B)}{C(A + B)},$$ no kurienes:

z_1 = A (D – C) · q;

z_2 = B (D – C) · q;

z_3 = C (A + B) · q;

z_4 = D (A + B) · q.

Kopīgo reizinātāju q izvēlamies tādu, lai visi zobu skaiti būtu veseli skaitļi un atbilstu pareizas sazobes noteikumiem, t.i., $z_1 \geq 17$; $z_2 \geq 17$; $z_3 \geq 20$; $z_4 \geq 85$ un pārvadu gabarīti būtu minimālie.

Pieņemam q = 4,5; A = 1; B = 3; C = 2; D = 6

Iegūstam

$\mathbf{z_1}$ = 1 (6 – 2) · 4,5 = **18**

$\mathbf{z_2}$ = 3 (6 – 2) · 4,5 = **54**

$\mathbf{z_3}$ = 2 (1 + 3) · 4,5 = **36**

$\mathbf{z_4}$ = 6 (1 + 3) · 4,5 = **108**

Pārbaudām vai planetpārvads nodrošina vajadzīgo pārnesuma attiecību (formula 2.1).

$$i_{1H} = 1 + \frac{54}{18} \cdot \frac{108}{36} = 10$$

Koaksilitātes noteikumu pārbaudām pēc formulas (2.3.)

$z_1 + z_2 = z_4 - z_3$

18 + 54 = 108 – 36

72 = 72, t.i. noteikums ir izpildīts.

Satelītu kaimiņnoteikumu pārbaudām pēc formulām (2.4.)

$$(z_1 + z_2)\sin\frac{\pi}{k} > z_2 + 2$$

Pieņemam, ka satelītu skaits **k = 3**, tad

$$(18 + 54)\sin\frac{180^o}{3} > 54 + 2$$

62,3538 > 56

$$(z_4 - z_3)\sin\frac{180^o}{3} > z_3 + 2$$

(108 – 36) sin 60^o > 36 + 2

62,3538 > 38

Planetpārvada montāžas noteikumu pārbaudām ar formulu (2.5.)

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B \quad t = 0, 1, 2, ... t - \text{vesels skaitlis.}$$

$$\frac{18 \cdot 10}{3}(1 + 0 \cdot 3) = B$$

B = 60

Tā kā B ir vesels skaitlis, tad noteikums ir izpildīts.

Zobratu dalījuma aploču diametri:

$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 18 = 72$ mm

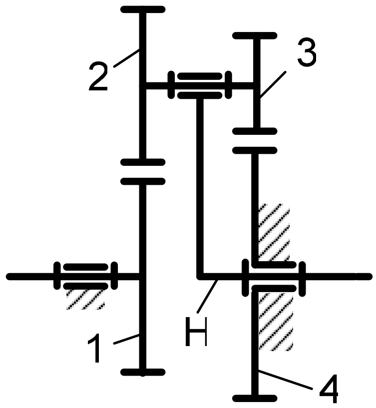
$d_2 = m \cdot z_2 = 4 \cdot 54 = 216$ mm

$d_3 = m \cdot z_3 = 4 \cdot 36 = 144$ mm.

$d_4 = m \cdot z_4 = 4 \cdot 108 = 432$ mm

3. Divrindu planetārā pārvada ar divām ārējām sazobēm sintēze

Šāda tipa pārvadi 3.att dod iespēju iegūst lielas pārnesuma attiecības. Kā reduktoru to var izmantot, ja dzenošais loceklis ir vadule.



3.att. Divrindu planetārā pārvada shēma

Pārvada pārnesuma attiecību nosaka pēc formulas

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \qquad (3.1)$$

Ja zobratu moduļi ir vienādi, tad pārvada saasotību nosaka sakarība

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \qquad (3.2)$$

Satelītu kaimiņu noteikuma izpildi izsaka nevienādības

$$(z_1 + z_2) \cdot \sin\frac{\pi}{k} > z_2 + 2$$

$$(z_3 + z_4) \cdot \sin\frac{\pi}{k} > z_3 + 2 \qquad (3.3)$$

Satelītu montāžas noteikuma izpildi izsaka sakarība

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B, \qquad (3.4)$$

kur t – vaduļa pilno apgriezies skaits;

B – vesels skaitlis.

Piemērs. Noteikt divrindu planetārā pārvada ar divām ārējām sazobēm zobratu zobu skaitu, kuram pārnesuma attiecība $i_{1H} = \frac{1}{36}$ un moduļi $m_{1;2} = m_{3;4} = 1$.

Atrisinājums. Zobrata zobu skaita noteikšanai lietojam reizinātāju metodi. Pārvada pārnesuma attiecību nosaka pēc formulas (3.1):

$$i_{1H} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3},$$

no kurienes $$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36} = \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 9} = \frac{7 \cdot 5}{4 \cdot 9} .....$$

Attiecības $\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$ skaitlisko vērtību sadalām reizinātājos A, B, C, D, pieņemot, ka tie ir proporcionāli zobu skaitam. Lai panāktu pārvada koansialitātes noteikuma izpildi, aprēķinā ievedam papildu reizinātājus A + B un C + D.

Iegūstam $$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{B \cdot D}{A \cdot C} = \frac{B(C+D)}{A(C+D)} \cdot \frac{D(A+B)}{C(A+B)}$$

No šejienes

$z_1 = A\ (C + D) \cdot q;$

$z_2 = B\ (C + D) \cdot q;$

$z_3 = C\ (A + B) \cdot q;$

$z_4 = D\ (A + B) \cdot q.$

Kopīgais reizinātājs q jāizvēlas tāds, lai visu zobratu zobu skaits būtu vesels skaitlis un atbilstu pareizas sazobes noteikumiem. Ievietojot izteiksmēs (2) reizinātājus A = 4, B = 5, C = 9, D = 7 un q = 1 iegūstam zobratiem šādus zobu skaitus $z_1 = A \cdot (C + D) \cdot q = 4 \cdot (9 + 7) \cdot 1 = 64$; $z_2 = B \cdot (C + D) \cdot q = 5 \cdot (9 + 7) \cdot 1 = 80$; $z_3 = C \cdot (A + B) \cdot q = 9 \cdot (4 + 5) \cdot 1 = 81$; $z_4 = D \cdot (A + B) \cdot q = 7 \cdot (4 + 5) \cdot 1 = 63$.

Pārbaudām pārvada saasotības noteikuma izpildi pēc formulas (3.2)

$(z_1 + z_2) = z_3 + z_4$; $64 + 80 = 81 + 63$; $144 = 144$

Tā tad pārvads ir saasots. Pēc formulām (3.3.) pārbauda satelītu kaimiņu noteikuma izpildi, ja satelītu skaits k = 4

$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2$; $(60 + 84) \sin 45^o > 80 + 2$; $101{,}92 > 82$.

$(z_3 + z_4) \sin \frac{\pi}{k} > z_3 + 2$; $(81 + 63) \sin 45^o > 81 + 2$; $101{,}82 > 83$.

Satelītu kaimiņu noteikumi ir izpildīti, tos var izvietot bez savstarpējas saskares.

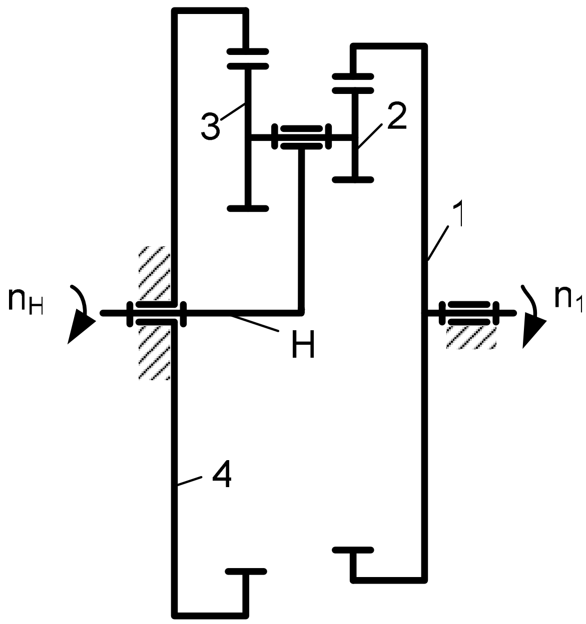
Ievērojot formulu (3.4) pārbaudām satelītu montāžas noteikuma izpildi. Pieņemam, ka vaduļa pilnu apgriezienu skaits t = 2

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B; \quad \frac{64 \cdot 1}{36 \cdot 4}(1 + 2 \cdot 4) = B; \quad B = 4$$

Tā kā B ir vesels skaitlis, tad tas nozīmē, ka ir nodrošināta vienādos attālumos novietotu satelītu sazobe ar centrāliem zobratiem.

4. Divrindu planetārā pārvada ar divām iekšējām sazobēm sintēze

Pārvads sastāv no centrāliem zobratiem z_1, z_4, satelītu bloka ar zobratiem z_2, z_3 un vaduļa H (4.att.). Pārvada pārnesuma attiecība i_{H1}=30...100.



4.att. Divrindu planetārais pārvads ar divām iekšējām sazobēm

Pārvada pārnesuma attiecību nosaka pēc formulas

$$i_{1H} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \tag{4.1}$$

Ja dzenošais loceklis ir vadulis H, tad pārnesuma attiecība

$$i_{H1} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4} \tag{4.2}$$

Pārvada koaksilitātes noteikums

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3 \tag{4.3}$$

Satelītu kaimiņnoteikums

$$(z_1 - z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2, \tag{4.4}$$

kur k – satelītu skaits.

Satelītu montāžas noteikums

$$\frac{z_1 \cdot i_{iH}}{k}\left(1 + t \cdot k\right) = B, \qquad (4.5)$$

kur t – vaduļa pilnu apgriezienu skaits, lai katru nākošo satelītu ievadītu sazobē.

B – vesels skaitlis.

Piemērs. Dota planetārā pārvada ar divām iekšējām sazobēm pārnesuma attiecība $i_{1H} = \frac{1}{35}$. Noteikt pārvada zobratu zobu skaitu.

Atrisinājums. Zobratu zobu skaita noteikšanai lietojam reizinātāju metodi. Vispirms izskaitļojam attiecības $\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$ skaitlisko vērtību:

$$i_{1H} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{1}{35},$$

$$\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{34}{35} = \frac{2 \cdot 17}{5 \cdot 7}.$$

To sadalām reizinātājos - A, B, C, D, pieņemot, ka reizinātāji ir proporcionāli zobu skaitiem z_1, z_2, z_3, z_4. Koaksilitātes noteikuma nodrošināšanai ievedam papildreizinātājus A – B un D – C.

Iegūstam

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} \frac{B \cdot \left(D - C\right)}{A \cdot \left(D - C\right)} \cdot \frac{D \cdot (A - B)}{C \cdot \left(A - B\right)}, \qquad (1)$$

no kurienes

z_1 = A (D – C) · q;

z_2 = B (D – C) · q; (2)

z_3 = C (A – B) · q;

z_4 = D (A – B) · q.

Pieņemam šādus reizinātājus: A = 5, B = 2, C = 7, D = 17 un q = 2. Ievietojot izteiksmēs (2) skaitliskās vērtības, iegūstam

z_1 = A (D – C) · q = 5 · (17 – 7) · 2 = 100;

z_2 = B (D – C) · q = 2 · (17 – 7) · 2 = 40;

z_3 = C (A – B) · q = 7 · (5 – 2) · 2 = 42;

z_4 = D (A – B) · q = 17 · (5 – 2) · 2 = 102.

Pārbaudām pārvada ieejas un izejas vārpstu saasotības noteikuma izpildi pēc formulas (4.3)

$(z_1 – z_2) = z_4 – z_3 = 100 – 40 = 102 – 42;$

$60 = 60.$

Pārvada saasotības noteikums iz izpildīts.

Satelītu kaimiņnoteikuma izpildi pārbaudām pēc formulas (4.4). Pieņemam, ka satelītu skaits k = 2.

$(z_1 – z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z_2 + 2$; $(100 – 40) \sin \frac{\pi}{k} > 40 + 2$; $60 > 42$.

$(z_4 – z_3) \sin \frac{\pi}{k} > z_3 + 2$; $(102 – 42) \sin \frac{\pi}{k} > 42 + 2$; $60 > 44$.

Satelītu kaimiņu noteikums ir izpildīts.

Pēc formulas (4.5) pārbaudām pārvada montāžas noteikuma izpildi, ja t = 3

$$\frac{z_1 \cdot i_{1H}}{k}(1 + t \cdot k) = B;$$

$$\frac{100 \cdot 1}{35 \cdot 2}(1 + 3 \cdot 2) = B;$$

No kurienes B = 10.

Tā kā B ir vesels skaitlis, tad tas nozīmē, ka satelītu montāžas noteikums ir izpildīts.